UPPSALA UNIVERSITET

Chiralny Rachunek Zaburzeń – czyli jak nie drażnić kwarków

A. Kupść

- Wstęp
- Podstawowe założenia
- Przykładowe wyniki i zastosowania
- Podsumowanie

Warszawa, 2009-01-09

UPPSALA
UNIVERSITET

Kto współczuje kwarkom?

"People for the Ethical Treatment of Hadrons (PETH) are worried about the health of the subatomic particles."

"You've got these subatomic particles accelerated at great speeds for the sole purpose of being destroyed. No one thinks of the ethical implications of this,"
"What if the hadrons can feel pain?"

Web story in connection to LHC startup (BBSpot.com)

UPPSALA UNIVERSITET

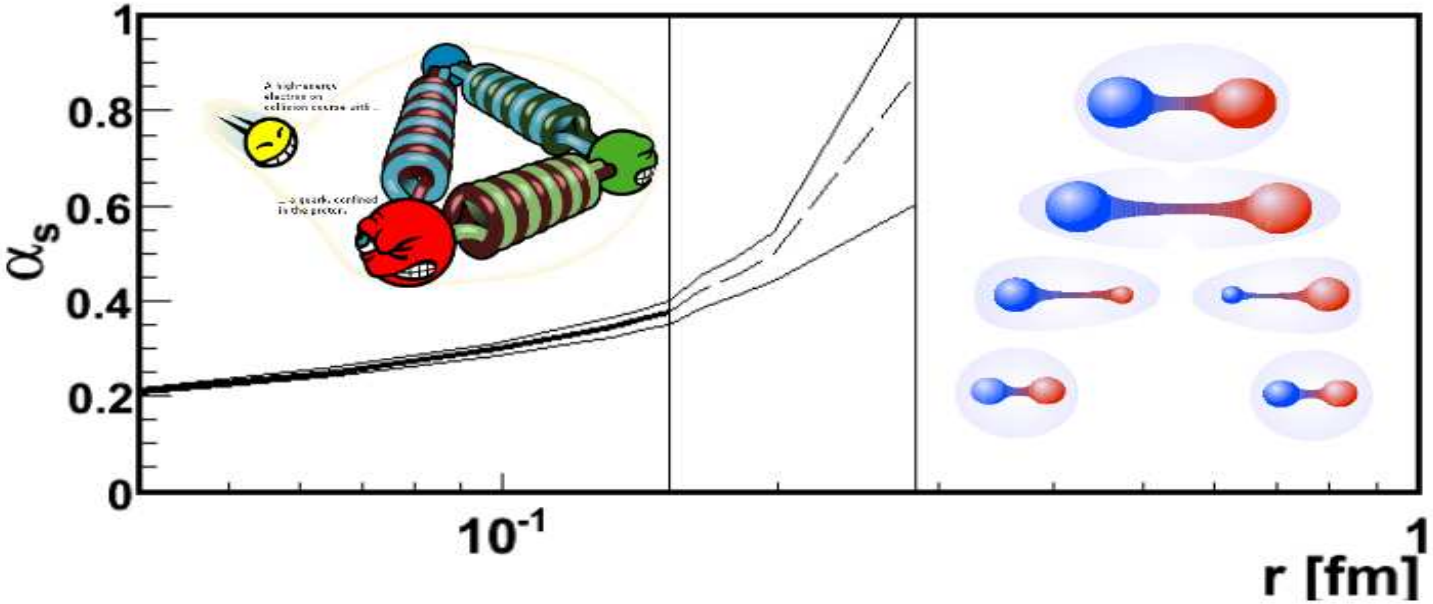
Jak nie drażnić kwarków?

- Teoretycy
- Promieniowanie kosmiczne
- Fizyka neutrin
- Rozpady cząstek
- ... w oddziaływaniach silnych ...
- QCD na sieci
- ...
- Fizyka hadronów niskich energii

Chromodynamika kwantowa

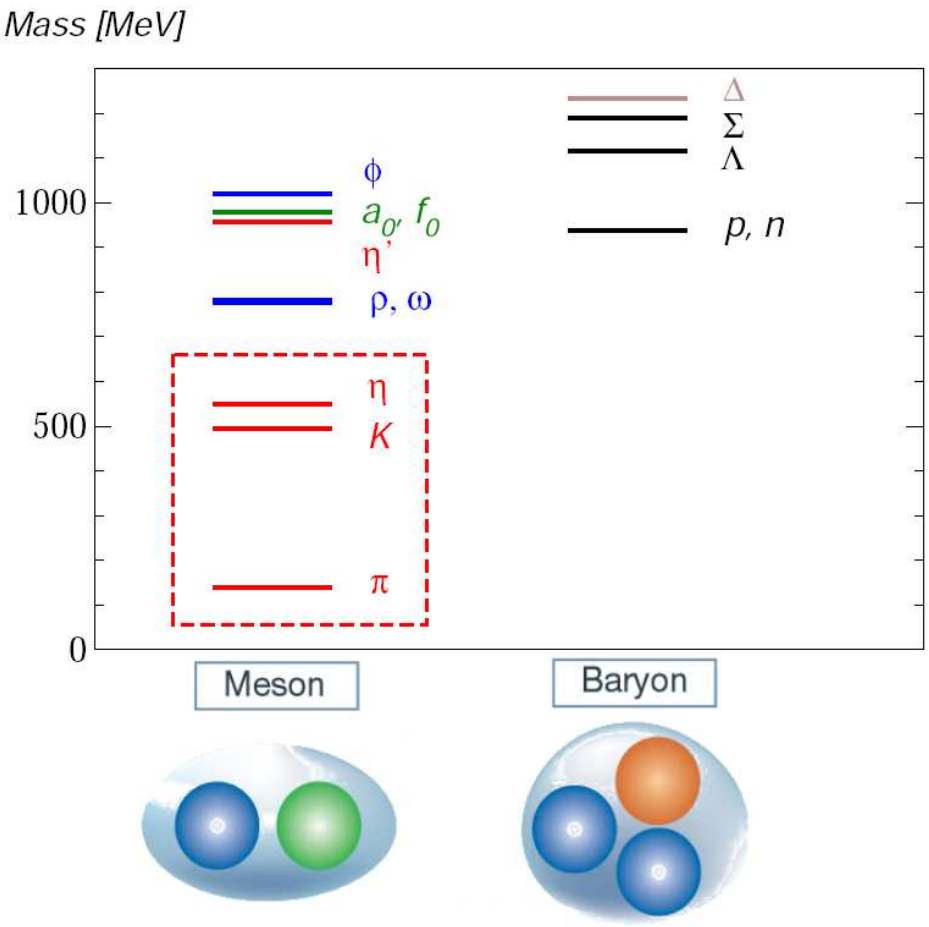
Asymptotyczna swoboda $\Rightarrow$ Uwięzienie

α_s małe $\alpha_s(r)/r + \beta r$ α_s duże



pQCD ChPT

Najlżejsze hadrony



Mezony pseudoskalarne:

- Najprostsze obiekty zbudowane z kwarków ($^1S_0$)
- Najlżejsze hadrony

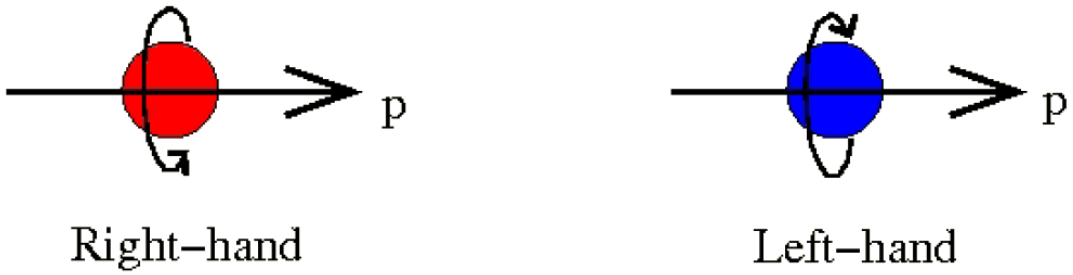
Droga do fizyki hadronów niskich energii

- 1932 Izospin
- 1947,1950 mezony $\pi^{\pm}$, π^{0}, K
- 1958 relacja Goldberger-Treimana
- 1960 Spontaniczne łamanie symetrii chiralnej
- 1961 Poósmna ścieżka $SU(3)$
- 1961 mezon η
- 1973 QCD (asymptotyczna swoboda)
- 1979 Efektywna Teoria Pola (EFT)

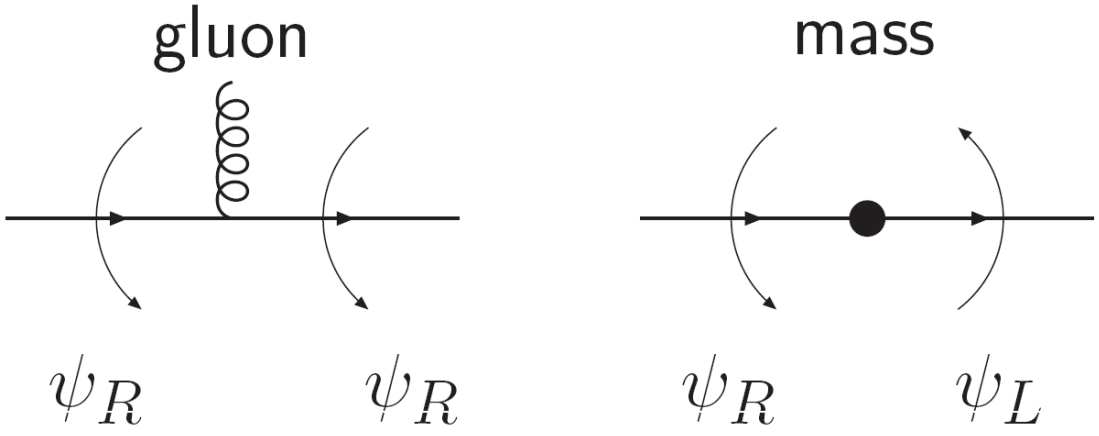
  Weinberg Physica A96:327 (1800+)
- 1984 Chiralny Rachunek Zaburzeń (ChPT)

  Gasser, Leutwyler Annals Phys.158:142 (2400+)

Symetria chiralna



- Ma sens tylko dla cząstek bezmasowych
- Symetria QCD dla bezmasowych kwarków



Globalne symetrie QCD

- Izospin: $m_p \approx m_n$, $m_{\pi^0} = m_{\pi^\pm}$
  - $m_u \approx 2$ MeV, $m_d \approx 5$ MeV, $m_s \approx 100$ MeV
- $\mathcal{L}_{QCD}$ dla $m_{u,d} = 0$ i $m_{s,c,b,t} \to \infty$

  $\Rightarrow$ Globalna symetria $SU(2)_L \times SU(2)_R$

  $=$ $SU(2)_V \times SU(2)_A$ $(L + R = V, L - R = A)$
  - $SU(2)_V : m_u = m_d$ (multiplety izospinowe)
- $\mathcal{L}_{QCD}$ dla $m_{u,d,s} = 0$ i $m_{c,b,t} \to \infty$

  $\Rightarrow$ Globalna symetria $SU(3)_L \times SU(3)_R$

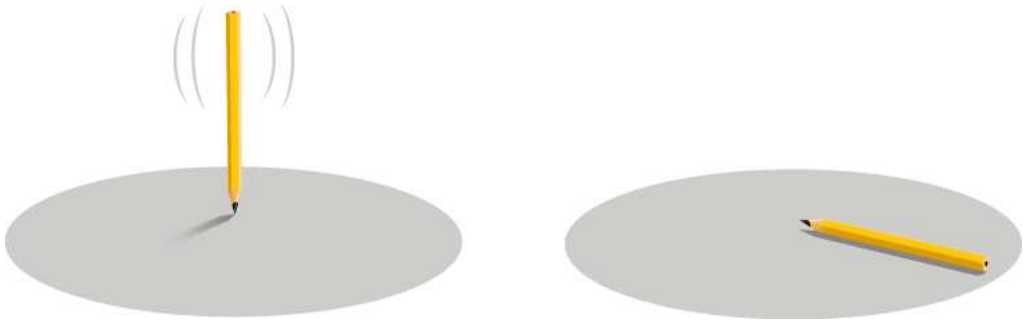
  $=$ $SU(3)_V \times SU(3)_A$
  - $SU(3)_V : m_u = m_d = m_s$ (poósmna ścieżka)
- $U(1)_V$: zachowanie liczby barionowej
- $U(1)_A$: łamana przez efekty kwantowe (anomalia)

Spontaniczne łamanie symetrii chiralnej

- $SU(2)_A/SU(3)_A \Rightarrow$ dodatkowe multiplety (ta sama masa, przeciwna parzystość)
- Nie są obserwowane

$\Rightarrow$ Mechanizm Nambu-Goldstone

- Ciągła symetria, która nie zachowuje stanu podstawowego

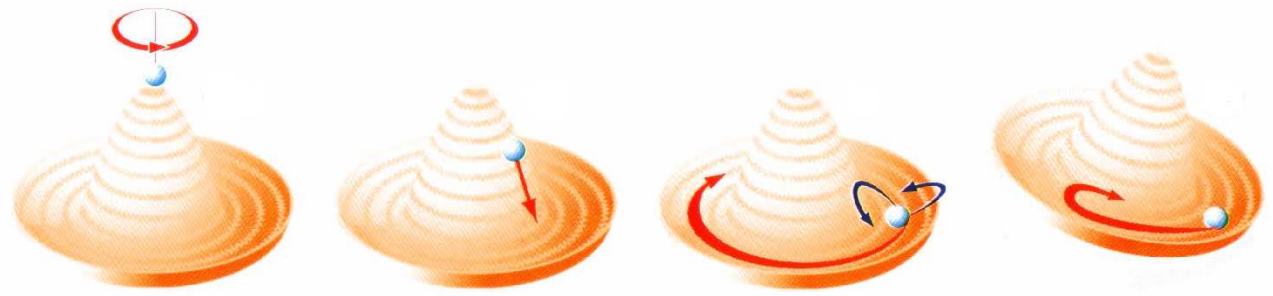


Spontaniczne łamanie symetrii chiralnej

- $SU(2)_A/SU(3)_A \Rightarrow$ dodatkowe multiplety (ta sama masa, przeciwna parzystość)
- Nie są obserwowane

$\Rightarrow$ Mechanizm Nambu-Goldstone

- Ciągła symetria, która nie zachowuje stanu podstawowego



- $SU(3)_L \times SU(3)_R \rightarrow SU(3)_V$

$\Rightarrow$ 8 bezmasowych pseudoskalarnych cząstek (bozony Nambu-Goldstona)

Dygresja: Yoichiro Nambu

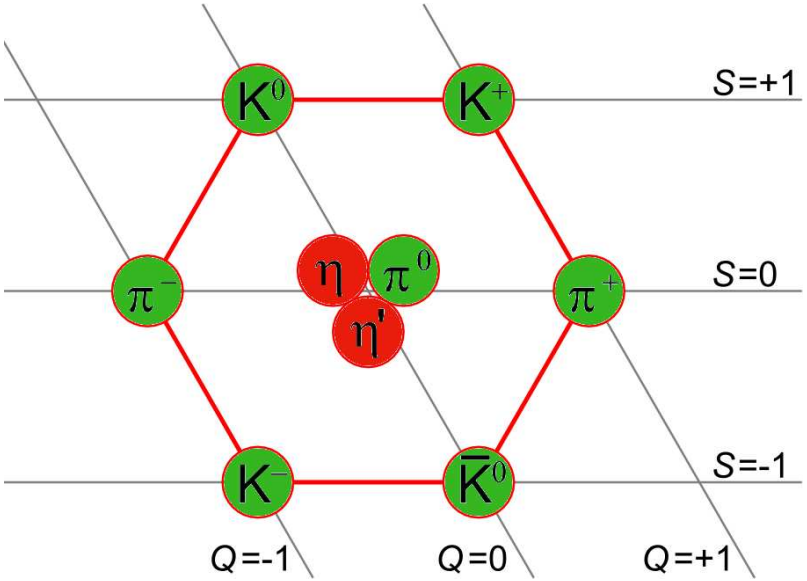
PR117:648(1960) 200+

za odkrycie mechanizmu spontanicznego łamania symetrii w fizyce subatomowej

$\Rightarrow$ *np* mechanizm Higgsa (symetria cechowania $SU(2)$)
Wkład Nambu do oddziaływań silnych:

- Spontanicznie łamana symetria chiralna PRL4:380,1960 500+
- Model Nambu Jona-Lasino PR122:345,1961 3000+ #25
- Kolor (z Hanem) PR139:B1006,1965 680+

Mezony pseudoskalarne



$\pi^{\pm}, \pi^0, K^{\pm}, K^0, \bar{K}^0, \eta$

$M_\pi^2 = B(m_u + m_d)$, $M_\eta^2 = B/3(m_u + m_d + 4m_s)$

- Długożyciowe: K, $\pi^{\pm}$ słabe rozpady, π^0 EM
- Tylko η rozpada się silnie (ale rozpady są tłumione)
- η' ma masę nawet gdy $m_{u,d,s} = 0$

Masy kwarków

Bezpośrednie łamanie symetrii chiralnej można uwzględnić perturbacyjnie:

- $M^2_{\pi^\pm} = B(m_u + m_d)$, $M^2_{K^\pm} = B(m_u + m_s)$
- Relacja Gell-Manna-Oakesa-Rennera: $M^2_{GB} \propto m_q$
- $m_q = \mathcal{O}(p^2)$
- Wzór Gell-Manna-Okubo:

$$4M_K^2 = 3M_\eta^2 + M_\pi^2$$

- Łamanie symetrii izospinowej:

$$\begin{pmatrix} \pi^0 \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\epsilon & -\sin\epsilon \\ \sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_3 \\ \phi_8 \end{pmatrix} \quad , \tan 2\epsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m_d - m_u}{m_s - \hat{m}}$$

gdzie $\hat{m} = (m_u + m_d)/2$.

Stosunki mas kwarków

- Brak znajomości stałej B uniemożliwia wyznaczenie mas kwarków.
- Można wyznaczyć stosunki mas kwarków:

$$\frac{m_u}{m_d} = \frac{M^2_{K^+} - M^2_{K^0} + M^2_{\pi^+}}{M^2_{K^0} - M^2_{K^+} + M^2_{\pi^+}} \approx 0.66$$

$$\frac{m_s}{m_d} = \frac{M^2_{K^0} + M^2_{K^+} - M^2_{\pi^+}}{M^2_{K^0} - M^2_{K^+} + M^2_{\pi^+}} \approx 22$$

$\Rightarrow$ Wynik w najniższym rzędzie

$\Rightarrow$ $(\eta \to 3\pi)$

Twierdzenia niskoenergetyczne

- Relacja Goldberga-Trieman $n \to pe^-\bar{\nu}_e$ to $\pi^- \to e^-\bar{\nu}_e$

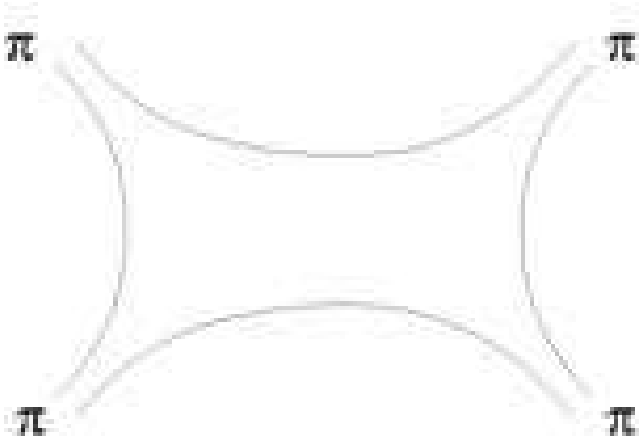
$$g_{\pi N} = \frac{g_A m_N}{F_\pi}$$

- Twierdzenia dla *miękkich* pionów (analogia do poprawek radiacyjnych w QED)
- Bozony NG nie oddziaływują w granicy zerowej energii

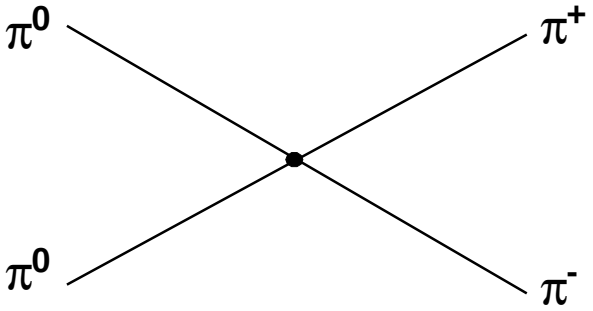
$\Rightarrow$ podstawowy proces oddziaływań silnych niskich energii – rozpraszanie $\pi\pi$:

$$\mathcal{M}(\pi^0\pi^0 \to \pi^+\pi^-) = \frac{(p_+ + p_-)^2 - m_\pi^2}{F_\pi^2}$$

Weinberg 66



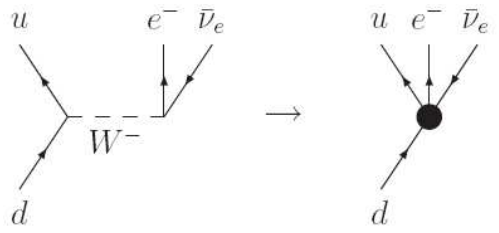
$\to$



Efektywna Teoria Pola (EFT)

Szczegóły oddziaływań wysokoenergetycznych nie wpływają na fizykę niskich energii

- Użyj odpowiednich stopni swobody
- Wykorzystaj symetrie i zapisz możliwe oddziaływania
- Nie renormalizowalna: nieskończenie wiele członów
- Hierarchia (skończona liczba parametrów w każdym rzędzie)
- Systematyczne rozwinięcie w p^2/Λ^2
- Przykład teoria Fermiego:



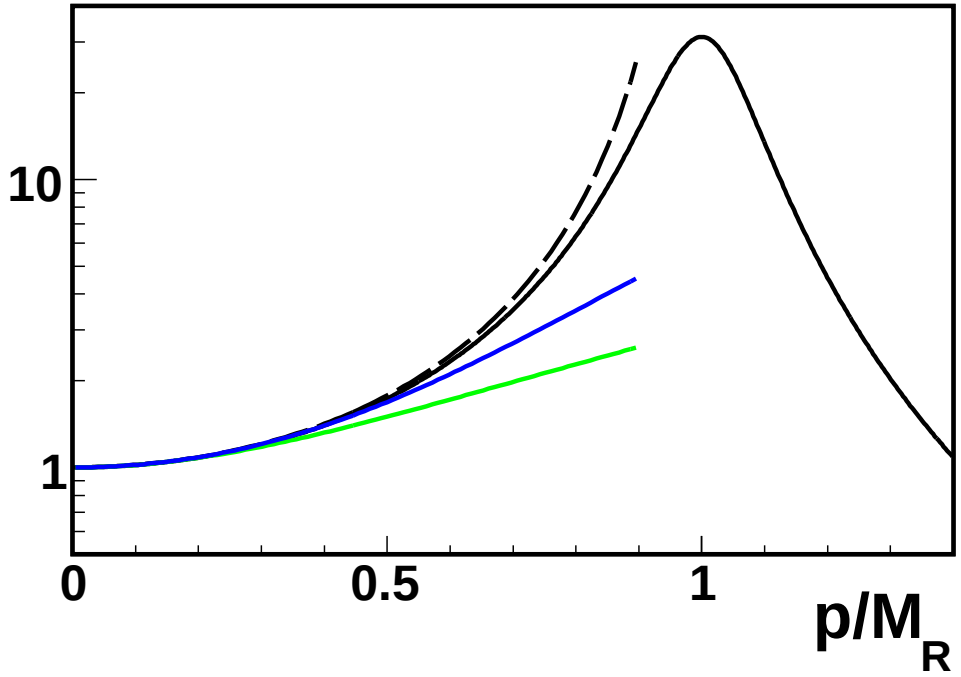
$$\frac{e^2}{8\sin\theta_W} \times \frac{1}{M_W^2 - q^2} \xrightarrow{q^2 \ll M_W^2} \frac{e^2}{8M_W^2 \sin\theta_W}\left\{1 + \frac{q^2}{M_W^2} + \ldots\right\}$$

$$= \frac{G_F}{\sqrt{2}} + \mathcal{O}\left(\frac{q^2}{M_W^2}\right)$$

Jak działa EFT?

$$\frac{1}{p^2 - M_R^2} = -\frac{1}{M_R^2}\left\{a_0 + a_2\frac{p^2}{M_R^2} + a_4\frac{p^4}{M_R^4} + \ldots\right\}$$

- $p \ll M_R$
- W ogólności a_i są nie znane (tutaj $a_i = 1$)



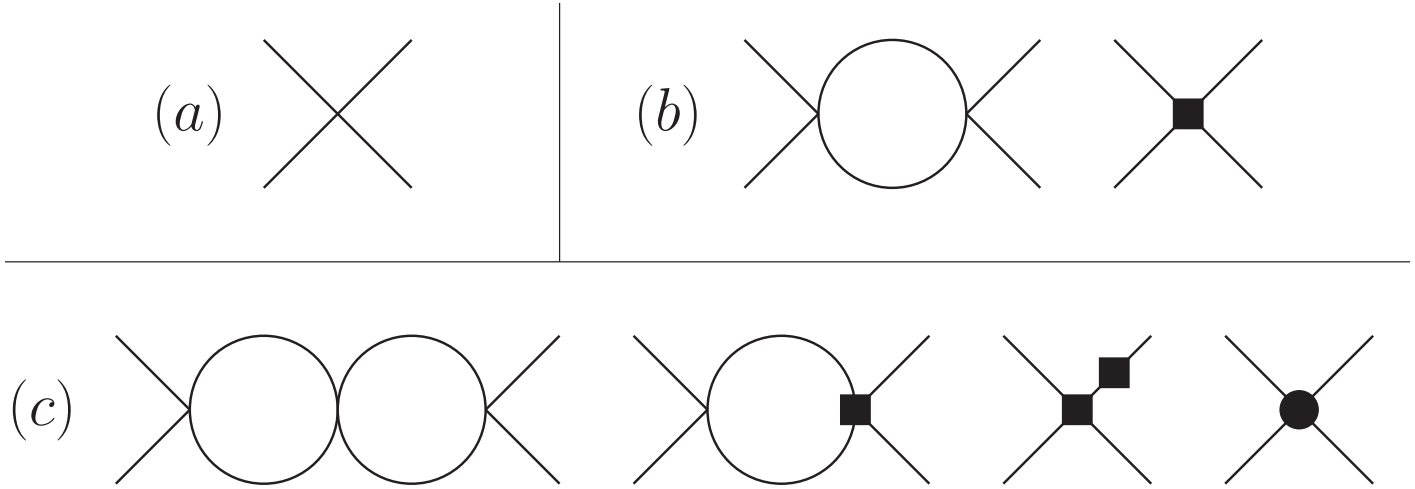
Chiralny Rachunek Zaburzeń (ChPT)

EFT niskoenergetycznej QCD:

- Stopnie swobody: mezony pseudoskalarne
- Ma zastosowanie tylko dla $E \ll M_\rho$
- Rozwinięcie w potęgach pędu (liczba pochodnych) $\mathcal{L}_i = \mathcal{O}(p^i)$ (i parzyste)

$+$ Rozwinięcie w masach kwarków

- $\mathcal{L} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_6 + \ldots$



- Można właczyć oddziaływania elektrosłabe

Wolne parametry

- Powinny być wyznaczone w eksperymencie (model, sieć)
- Liczba parametrów:

  Człon wiodący $\mathcal{L}_2$: tylko dwa (F_π, B)

  1-pętla $\mathcal{L}_4$: 10 (L_{1-10})

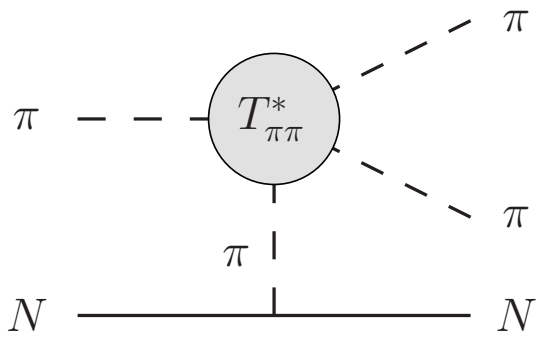
  2-pętle $\mathcal{L}_6$: 100
- ChPT:

$\Rightarrow$ przewidywania dla niskich energii

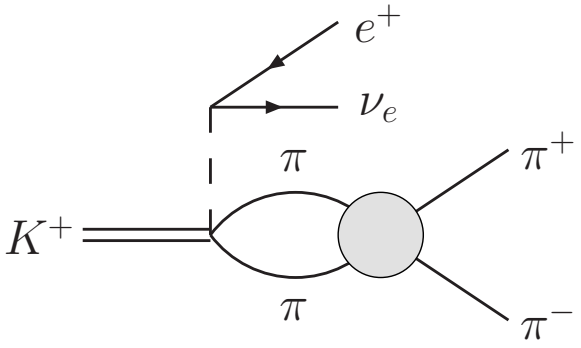
$\Rightarrow$ nieekonomiczna dla dużych energii

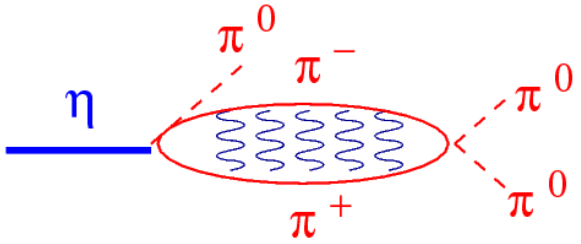
Eksperymenty $\pi\pi \to \pi\pi$

- $\pi N \to \pi\pi N$



- $K^+ \to \pi^+\pi^- e^+ \nu_e$

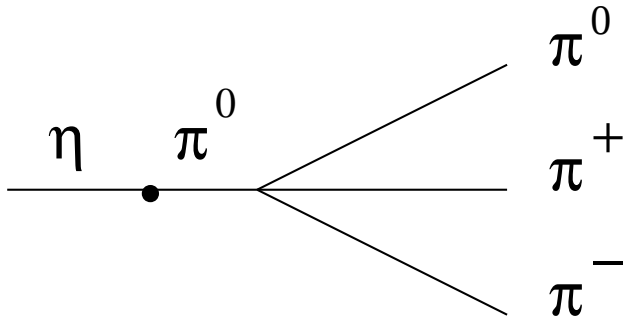




- Czas życia pionium
- Rozpady $\eta \to 3\pi$
- *Cusp* w rozpadach $K^+ \to \pi^+\pi^0\pi^0$, $K_L \to \pi^0\pi^0\pi^0$, $\eta \to \pi^0\pi^0\pi^0$

$\eta \to 3\pi$ – rozpad (nie bardzo) silny

- $M = 548$ MeV
- $\Gamma = 1.3$ keV
- ~~$\eta, \eta' \to \pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-$~~ (CP)
- Zabroniony przez izospin lub zachowanie C
- Przez długi czas uważany jako EM:
- BR $\eta \to \pi^0\pi^0\pi^0$ 32%, $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 23%,$\eta \to \gamma\gamma$ 39%
- Mechanizm rozpadu: mieszanie $\eta - \pi^0$ i oddziaływanie



$\pi\pi \to \pi\pi$:

$\eta \to 3\pi$ w ChPT

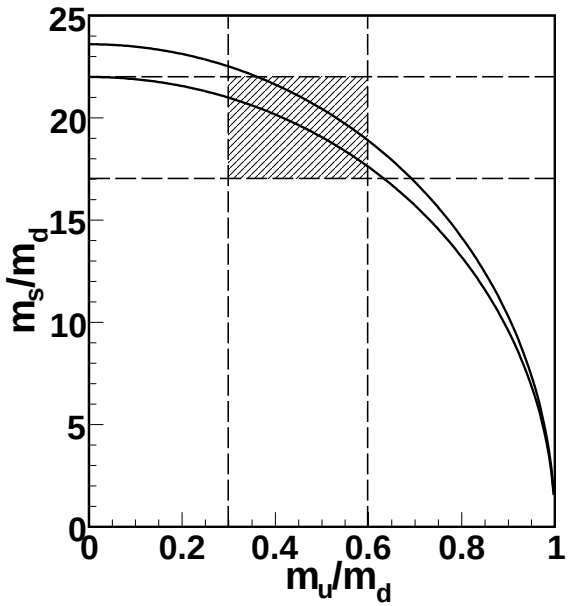
- $\mathcal{L}_2$ Γ=66 eV (exp 295 eV)
- $\mathcal{L}_4$ Γ=160 eV

Gasser, Leutwyler 1984

$$Q \equiv \left(\frac{m_d^2 - m_u^2}{m_s^2 - \hat{m}^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$\Rightarrow$ więzy na m_s/m_d, m_u/m_d

Leutwyler 1996



$$\Gamma_{exp} = \left(\frac{Q_D}{Q}\right)^4 \Gamma_{th}$$

- $Q_D = 24.1$

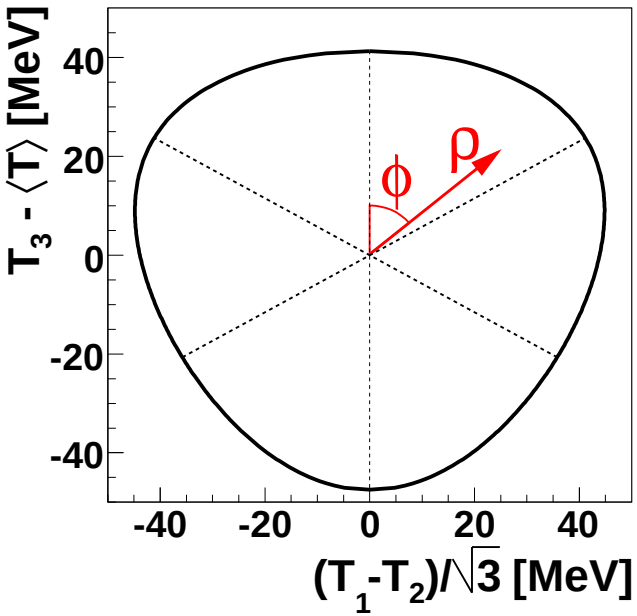
$\Rightarrow$ Q z Γ_{th}/Γ_{exp}

Rozpady na trzy piony: zmienne

Rozpad $\mathcal{P} \to \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$, T_i energie kinetyczne 2 zmienne:

$$x \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{T_1 - T_2}{\langle T \rangle}$$

$$y \equiv \frac{T_3}{\langle T \rangle} - 1$$

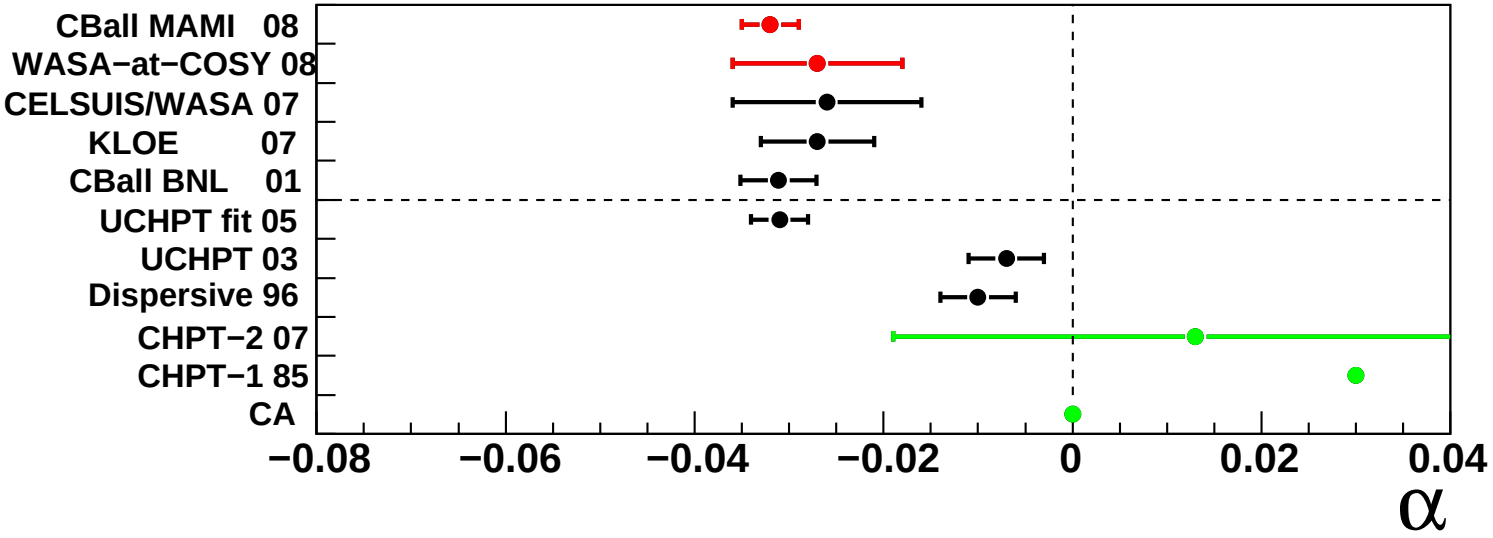


$$\frac{d\Gamma}{dxdy} \propto |A|^2$$

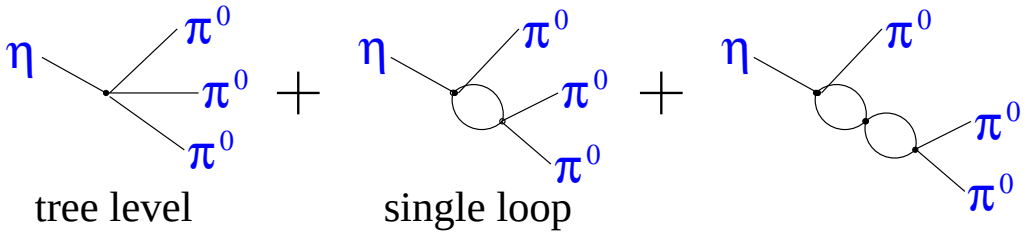
for $\eta \to 3\pi^0$

$$|A|^2 \propto 1 + 2\alpha(x^2 + y^2) + \ldots$$

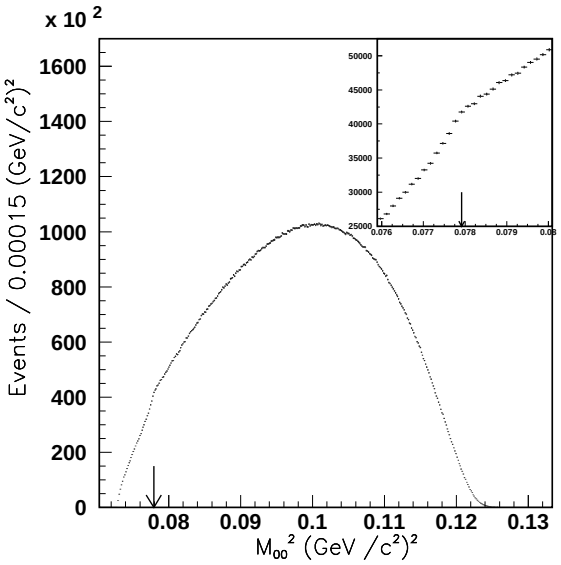
$\eta \to 3\pi^0$



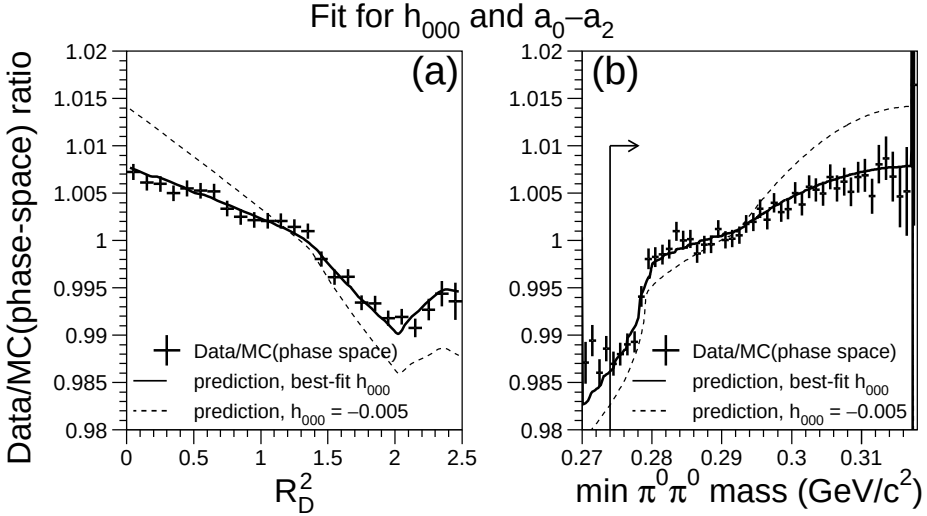
- Eksperyment: $\alpha = -0.031 \pm 0.004$
- Wyniki z KLOE, CBall i WASA są spójne
- ChPT $\mathcal{L}_2$: $\alpha = 0$
- ChPT $\mathcal{L}_4$, $\mathcal{L}_6$: $\alpha > 0$



Cusp w rozpadach kaonów



- $K^+ \to \pi^+\pi^0\pi^0$:
- NA48/2: 10^8 zdarzeń
- $K_L \to \pi^0\pi^0\pi^0$: KTeV 6.8×10^7 zdarzeń



Cusp: Interpretacja

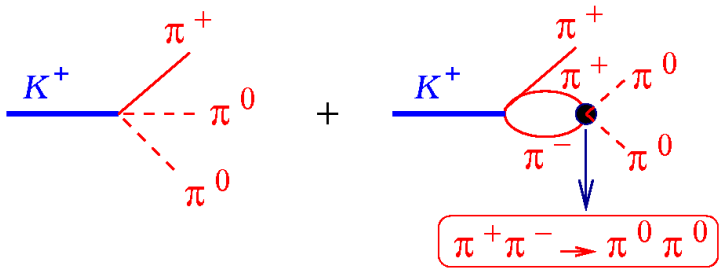
Próg na otwarcie kanału $\pi^0\pi^0 \to \pi^+\pi^-$

Wigner 1948, Meißner et al 1997

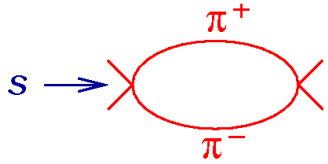
Interferencja diagramu drzewowego + 1-pętlowego

Cabibbo, PRL93(2004)121801

M_{00+} =



$$\boxed{\frac{d\Gamma_{00+}}{ds_{\pi\pi}} \propto \int |\mathcal{M}_{00+}|^2}$$



$$= \text{“smooth”} + \frac{i}{16\pi}\underbrace{\left(1-\frac{4M_\pi^2}{s}\right)^{1/2}}_{=\sigma(s)}$$

$\Rightarrow$ długość rozpraszania $\pi\pi$ w fali s: a_0, a_2

- Efektywna teoria ChPT z rozwinieciem w długosciach rozpraszania zamiast w masach kwarków
- Zastosowanie do rozpadu $\eta \to 3\pi$

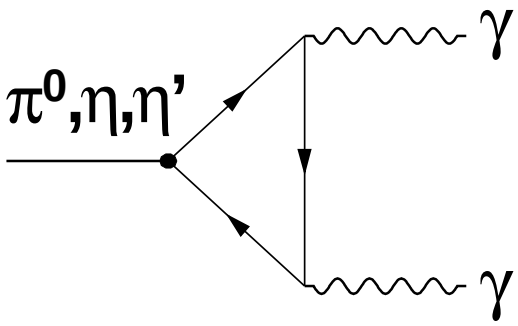
C.Gullstrom, AK, A.Rusetsky

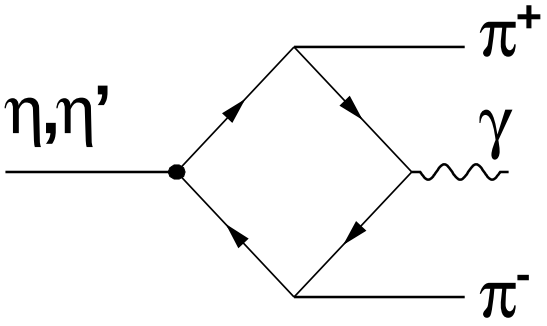
Anomalia chiralna

- Rozpady $\pi^0 \to \gamma\gamma$, $\eta \to \gamma\gamma$, $\eta \to \pi^+\pi^-\gamma$ nieparzysta liczba bozonów NG
- Symetria $U(1)_A$ łamana przez efekty kwantowe (anomalia)
- Dodatkowy człon w $\mathcal{L}_4$
- Zależy tylko od liczby kolorów N_c

  Nie wprowadza dodatkowego parametru

Anomalia trójkątna, czworokątna (box) ...





UPPSALA UNIVERSITET

Podsumowanie (I)

- ChPT systematyczna metoda opisu niskoenergetycznych oddziaływań hadronów
- Zachowuje symetrie QCD
- Szereg perturbacyjny w pędach mezonów pseudoskalarnych

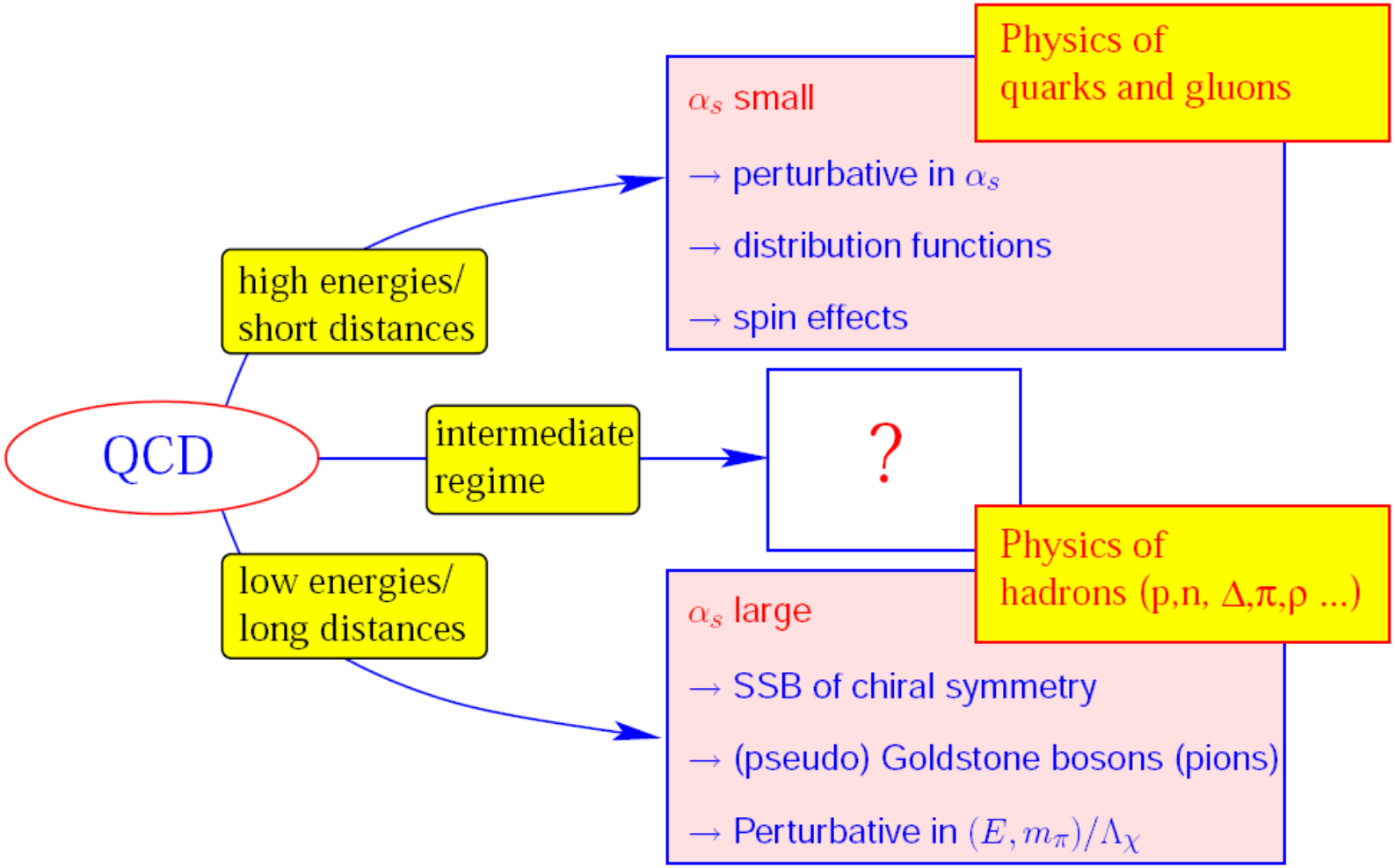
  (a nie w stałej sprzężenia jak QED, QCD)
- Oddziaływania między mezonami nie są takie silne przy niskich energiach

Podobne teorie, uogólnienia

- Nukleony mogą też być włączone (HBChPT)
- Inna EFT dla QCD: Rachunek zaburzeń dla ciężkich kwarków (HQPT)
- η': $N_c \to \infty$ $(U(3)_L \times U(3)_R)$ Borasoy, Nißler
- $+$ Unitaryzacja metodą równania Bethe-Salpetera Oset,Oeller
- $SU(4)_L \times SU(4)_R$ widmo cząstek powabnych Oset

UPPSALA UNIVERSITET

Kierunki badań oddziaływań silnych



UPPSALA UNIVERSITET

Literatura

- Stefan Scherer hep-ph/02100398
- Bastian Kubis hep-ph/0703274