Wielka Unifikacja

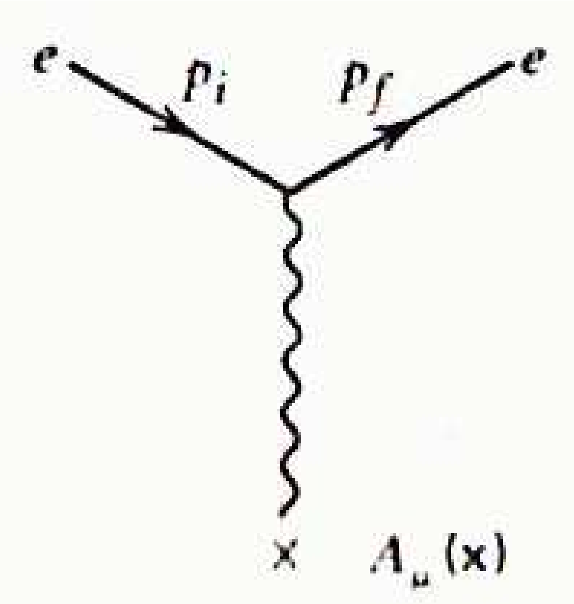
Elementy fizyki cząstek elementarnych
Wykład X

- Co to jest ładunek ?...
- Biegnąca stała sprzężenia i renormalizacja w QED
- Pomiar $g_\mu - 2$
- Biegnąca stała sprzężenia QCD
- Unifikacja SU(5)
- Leptokwarki

QED

Ładunek elektryczny

Rozważmy rozpraszanie naładowanej cząstki o ładunku Qe w polu elektrycznym jądra ($+Ze$):



W podejściu klasycznym rozpraszanie opisuje wzór Rutherforda:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze)^2\,(Qe)^2}{64\pi^2 E^2 \sin^4\frac{\theta}{2}}$$

Mierząc przekrój czynny możemy wyznaczyć ładunek Q padającej cząstki (jeśli znamy Z i e).

Albo, znając Z i Q możemy wyznaczyć wartość ładunku elementarnego e...

Ale

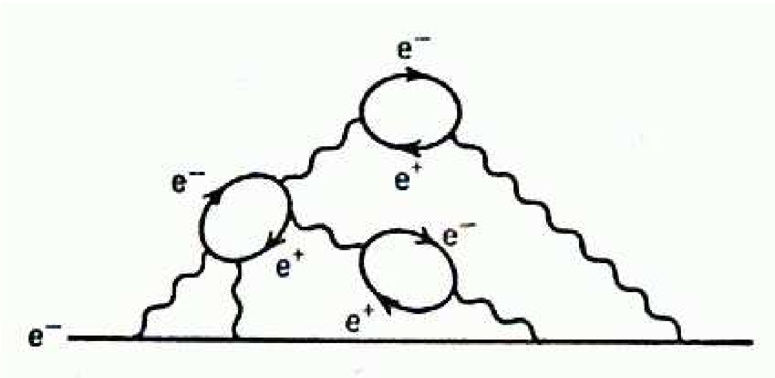
Co to jest ładunek elementarny ?...

QED

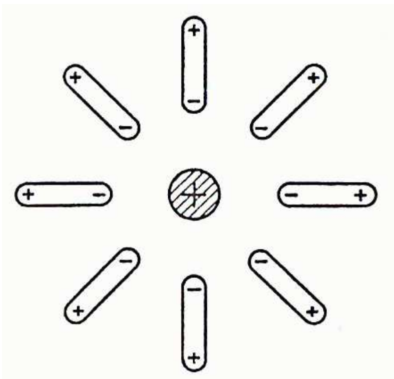
Ładunek elementarny

Ładunek elementarny chcielibyśmy zdefiniować jako wartość ładunku pojedyńczego, izolowanego i nieoddziałującego elektronu.

Ale w QED elektron nigdy nie jest "goły". Cały czas emituje wirtualne fotony, które z kolei mogą konwertować w pary e^+e^- (w ogólności w dowolne dwie cząstki naładowane).



W obecności zewnętrznego pola wirtualne pary e^+e^- mogą ulec polaryzacji, podobnie jak ładunki w dielektryku:



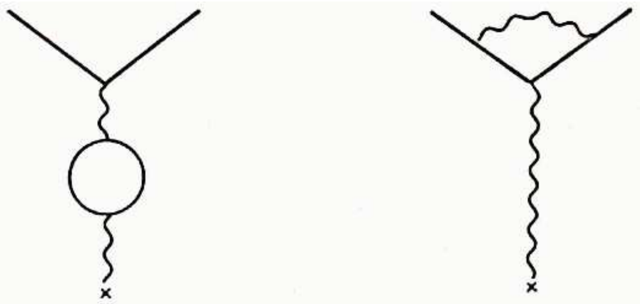
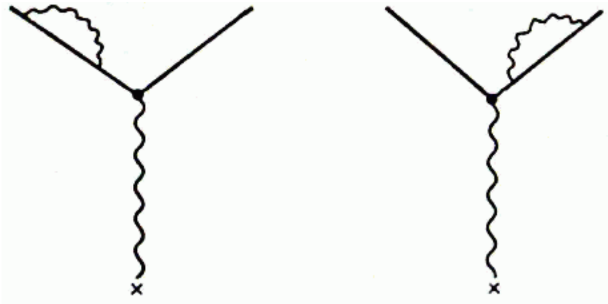
"Polaryzacja próżni"

$\Rightarrow$ mierzony ładunek elektronu jest mniejszy niż "goły" ładunek.

QED

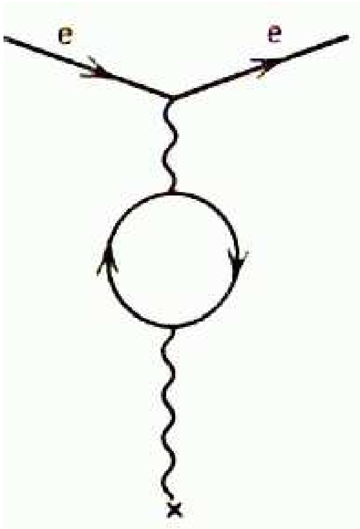
Poprawki wyższych rzędów

W QED możemy próbować policzyć wkłady od procesów wyższych rzędów. W NLO (Next-to-Leading-Order) mamy cztery dodatkowe diagramy:

Istotny wkład daje tylko pierwszy diagram.

Dla dużych wirtualności $q^2 \equiv -Q^2$ wymienianego fotonu,



z całkowania o pędzie wirtualnego elektronu mamy

$$\frac{e^2}{e_\circ^2} = 1 - \frac{e_\circ^2}{12\pi^2} \log\left(\frac{E_{max}^2}{Q^2}\right)$$

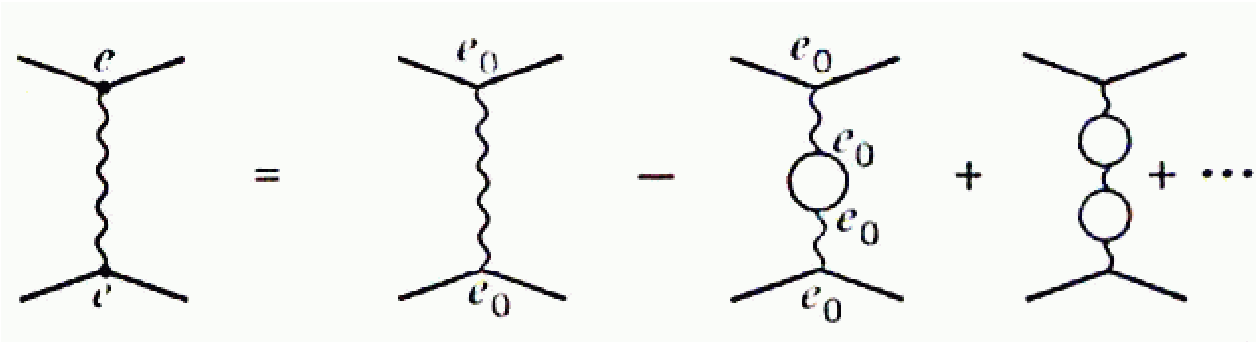
gdzie e jest mierzoną a $e_\circ$ “gołą” wartością ładunku, E_{max} jest maksymalną energią elektronu w pętli.

Jesli $E_{max}^2 \gg Q^2$ to “mamy problem”...

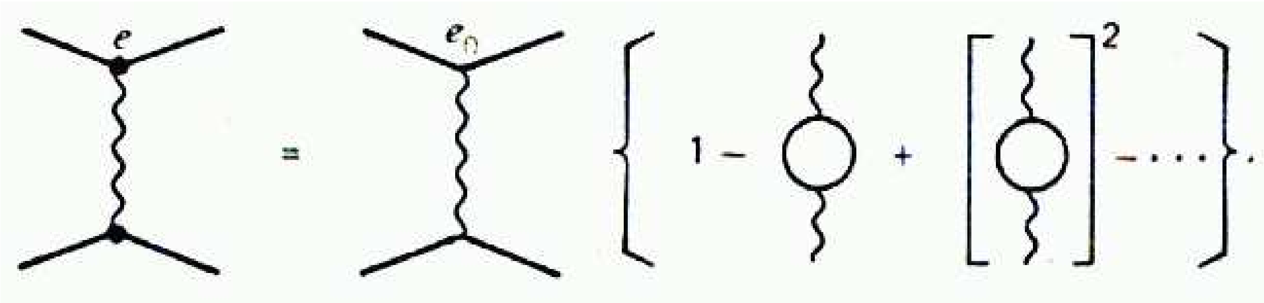
QED

Poprawki wyższych rzędów

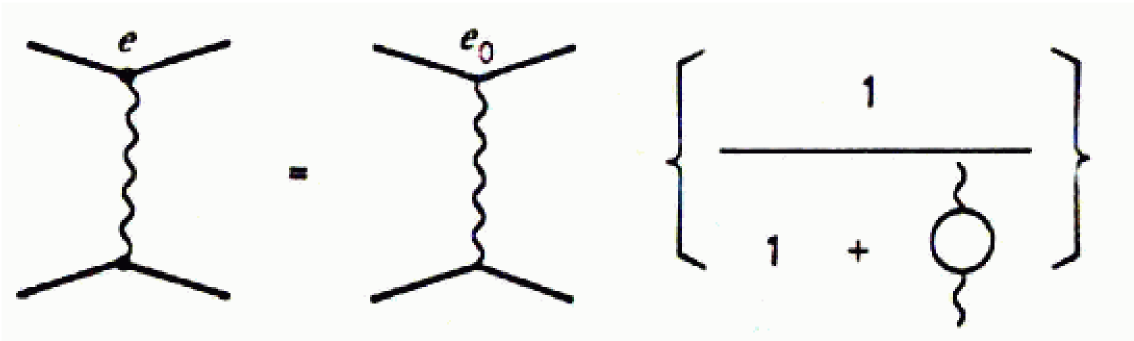
Problem częściowo znika, gdy uwzględnimy kolejne poprawki:



Dodanie kolejnej pętli zawsze daje taką samą poprawkę, w stosunku do wyniku uzyskanego w niższym rzędzie
$\Rightarrow$ sumę można przedstawić jako szereg geometryczny:



Suma takiego szeregu powinna wynosić:



(to tylko obraz jakościowy, który jednak potwierdzają dokładne rachunki)

QED

Biegnąca stała sprzężenia

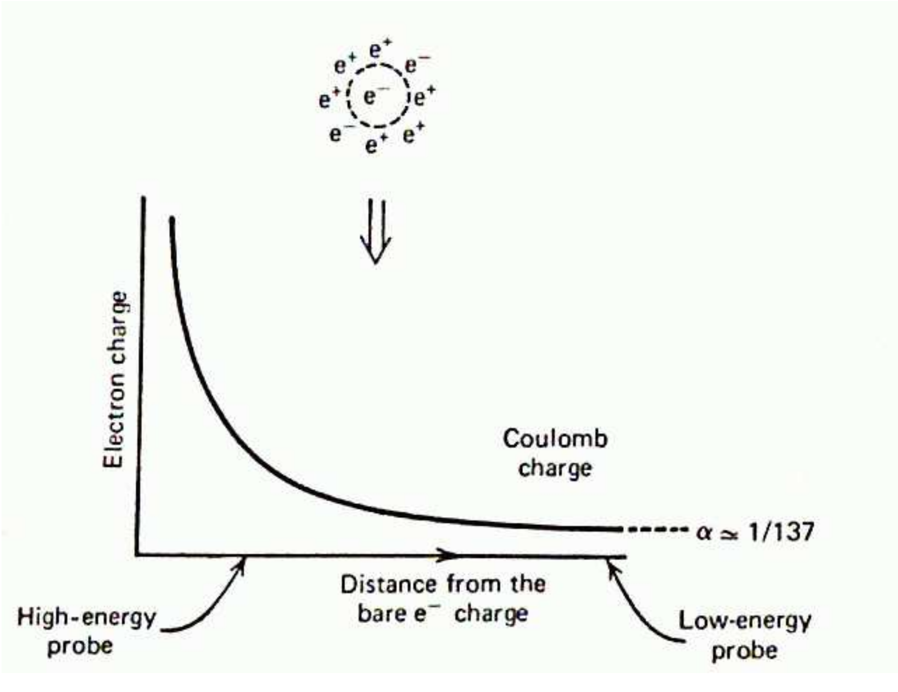
Sumując wiodące poprawki wszystkich rzędów dostajemy:

$$e^2 = \frac{e_\circ^2}{1 + \frac{e_\circ^2}{12\pi^2} \log\left(\frac{E_{max}^2}{Q^2}\right)}$$

Ładunek mierzony w doświadczeniu zależy od skali Q^2.
Wygodnie wprowadzić jest "biegnącą" stałą sprzężenia:

$$\alpha(Q^2) = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{\alpha_\circ}{1 - \frac{\alpha_\circ}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

Im wyższe Q^2 ($\Rightarrow$ mniejsze odległości) tym silniej oddziałuje elektron:



Małe odległości $\Rightarrow$ mniejszy wkład polaryzacji próżni.

QED

Renormalizacja

Po zsumowaniu wiodących poprawek wszystkich rzędów wciąż pozostaje zależność mierzonego ładunku od E_{max}, maksymalnej energii wirtualnego elektronu w pętli.

$$\alpha(Q^2) \;=\; \frac{\alpha_\circ}{1 - \frac{\alpha_\circ}{3\pi}\;\log\left(\frac{Q^2}{E^2_{max}}\right)}$$

Problem w tym, że nie ma żadnego ograniczenia na E_{max} (jeśli fluktuacje są odpowiednio krótkie, zgodnie z zasadą nieoznaczoności).

Dla $E_{max} \to \infty$ mamy jednak: $\alpha(Q^2) \to 0$!?

Albo musimy dopuścić możliwość, że $\alpha_\circ \to \infty$!...

Wyjściem z sytuacji jest “renormalizacja”.

Rezygnujemy z (niefizycznej bo niemierzalnej) koncepcji “gołego ładunku”. Jako “punkt odniesienia” wprowadzamy dowolną skalę μ^2. Otrzymujemy wtedy związek między stałymi sprzężenia przy skalach Q^2 i μ^2:

$$\alpha(Q^2) \;=\; \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi}\;\log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

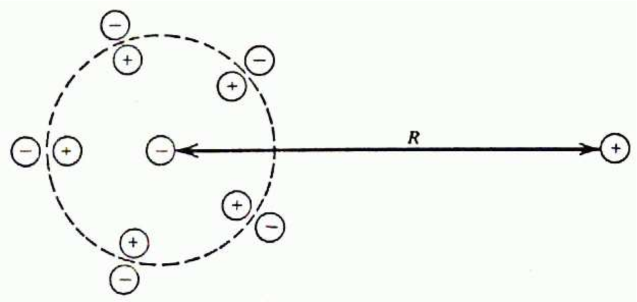
$\Rightarrow$ brak zależności od E_{max}

QED

Renormalizacja

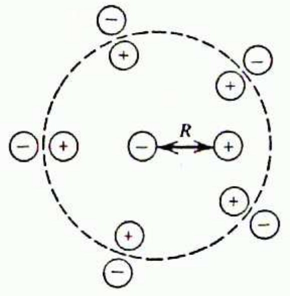
Obecnie elektromagnetyczna stała sprzężenia, w granicy $Q^2 \to 0$, wyznaczana jest najdokładniej z kwantowego efektu Halla. Odpowiada ona pomiarowi ładunku na bardzo dużych ("klasycznych") odległościach:

$$\alpha(0) \approx \frac{1}{137}$$



Dla skal energii typowych dla współczesnych eksperymentów fizyki cząstek elementarnych stała sprzężenia jest wyraźnie większa:

$$\alpha(m_\tau^2) \approx \frac{1}{133.5}$$
$$\alpha(m_Z^2) \approx \frac{1}{128}$$



$g_\mu - 2$

Moment magnetyczny mionu

Mion (jak i elektron) oddziałuje nie tylko przez swój ładunek, ale także poprzez swój moment magnetyczny związany ze spinem ($s = \frac{1}{2}$):

$$\mu \;=\; g\,\mu_B\,s$$

gdzie $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ jest tzw. magnetonem Bohra.

Teoria Diraca przewiduje (LO) $g_e = g_\mu = 2$,
ale dochodzą poprawki wyższych rzędów:

$$g \;=\; 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \ldots$$

Wartość g_μ jest obecnie policzona, uwzględniając także poprawki słabe i silne, z dokładnością rzędu 10^{-9} !!!

$\Rightarrow$ "laboratorium" QED

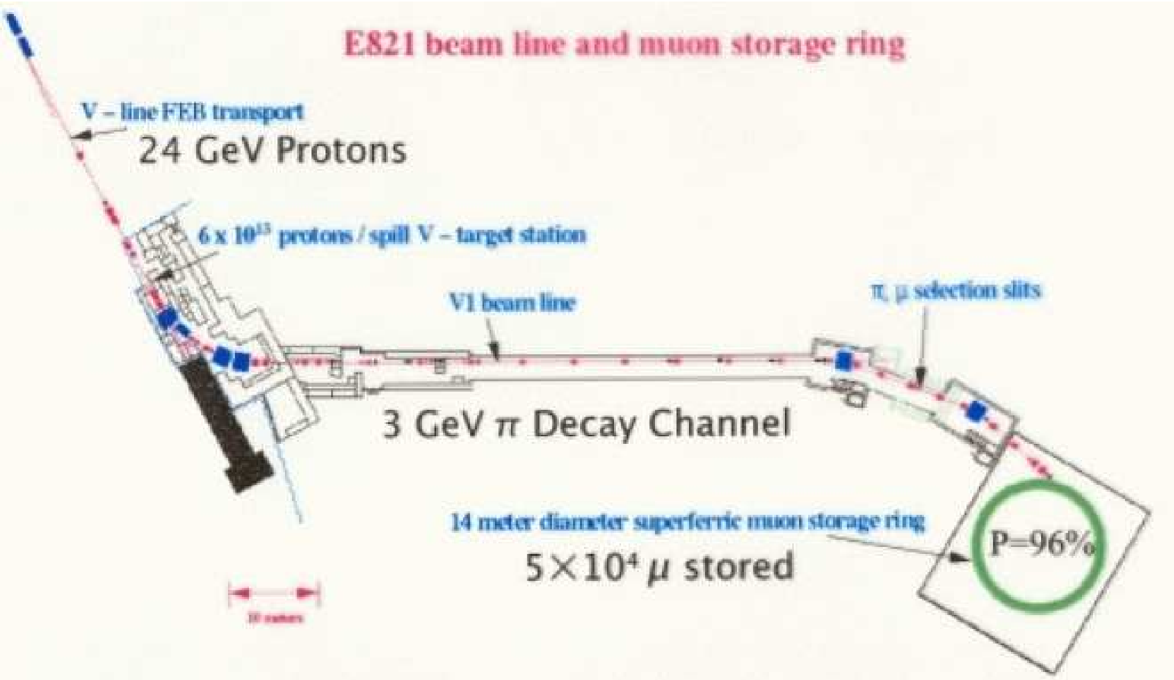
Chcemy sprawdzić czy nasze wyliczenia są prawidłowe.

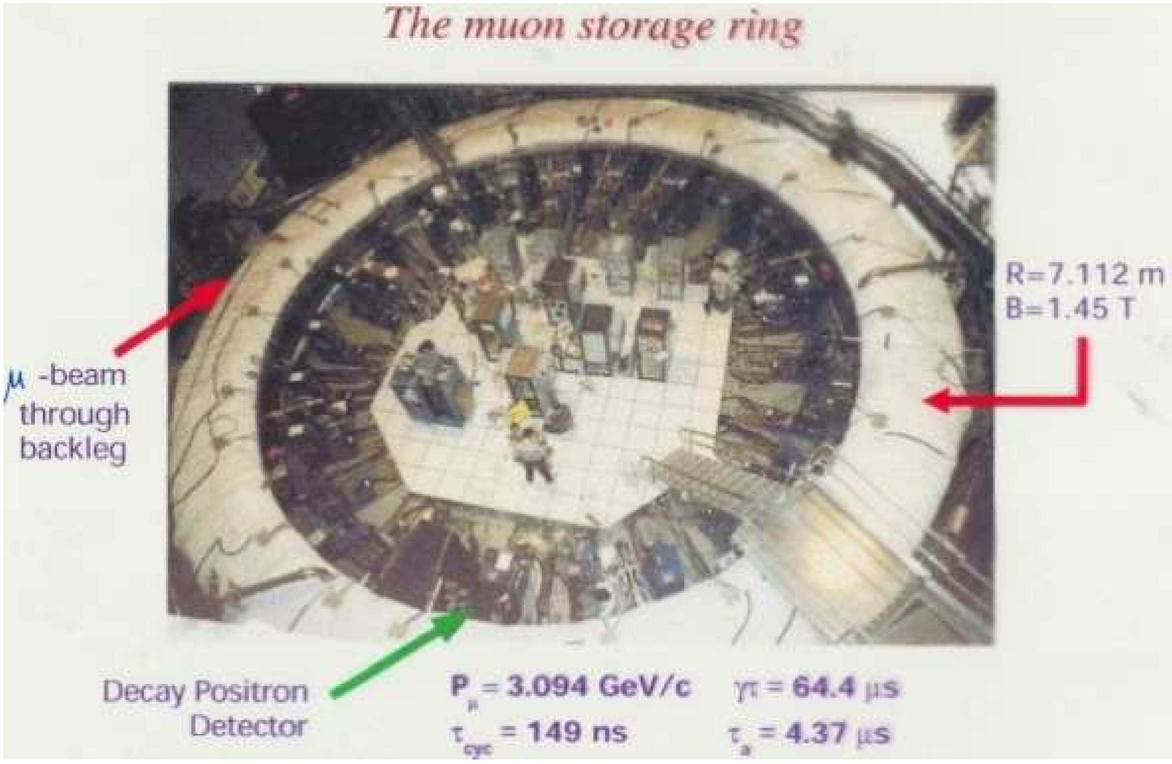
$\Rightarrow$ równie dokładny eksperyment

$$\boxed{g_\mu - 2}$$

Eksperyment E821

Spolaryzowana wiązka mionów o energii 3.09 GeV jest wprowadzana do pierścienia o średnicy 14.2 m.





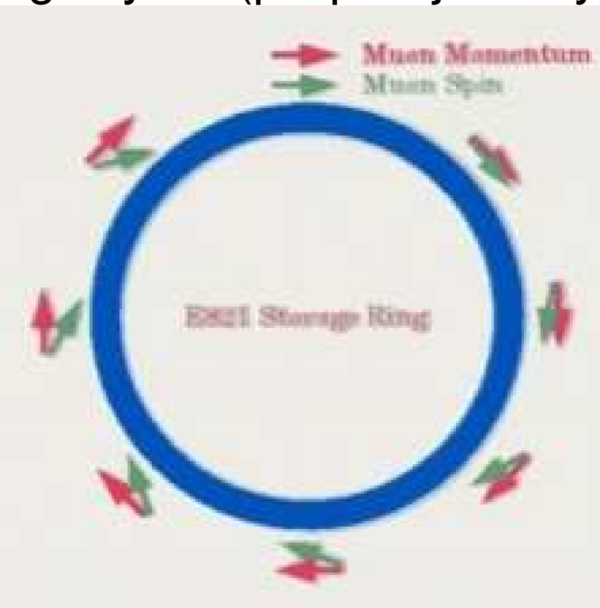
$g_\mu - 2$

Eksperyment E821

W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 1.45 T obserwujemy precesję spinu względem wektora pędu z częstością:

$$\vec{\omega} \;=\; -\frac{e}{m_\mu}\left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1}\right)\vec{\beta}\times\vec{E}\right]$$

gdzie $a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$. Energia wiązki została tak dobrana, że drugi wyraz (proporcjonalny do $\vec{\beta}\times\vec{E}$) można zaniedbać.



Precesja:
$\sim 12^\circ$ na jedno okrążenie

Orientację spinu mionów wyznaczamy z pomiaru energii pozytronów z rozpadu

$$\mu^+ \;\rightarrow\; e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

W układzie spoczynkowym μ^+ pozytron jest częściej emitowany zgodnie z kierunkiem spinu.

Energie e^+ mierzone w LAB są wyższe dla spinu $\uparrow\uparrow$ pędu.

$g_\mu - 2$

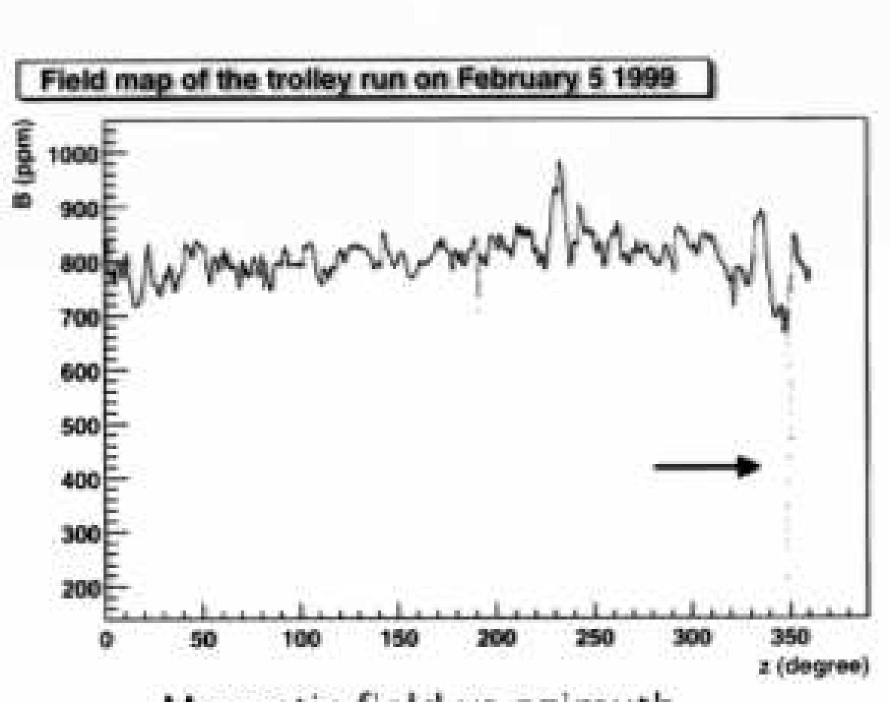
Eksperyment E821

Warunkiem dokładnego pomiaru a_μ (g_μ) jest bardzo dokładny pomiar pola magnetycznego.

W eksperymencie E821 uzyskano dokładność rzędu 10^{-7}.

Pole magnetyczne w którym krążą miony mierzono przy pomocy... kolejki elektrycznej, którą wpuszczano do pierścienia pomiędzy kolejnymi “napełnianiami”.

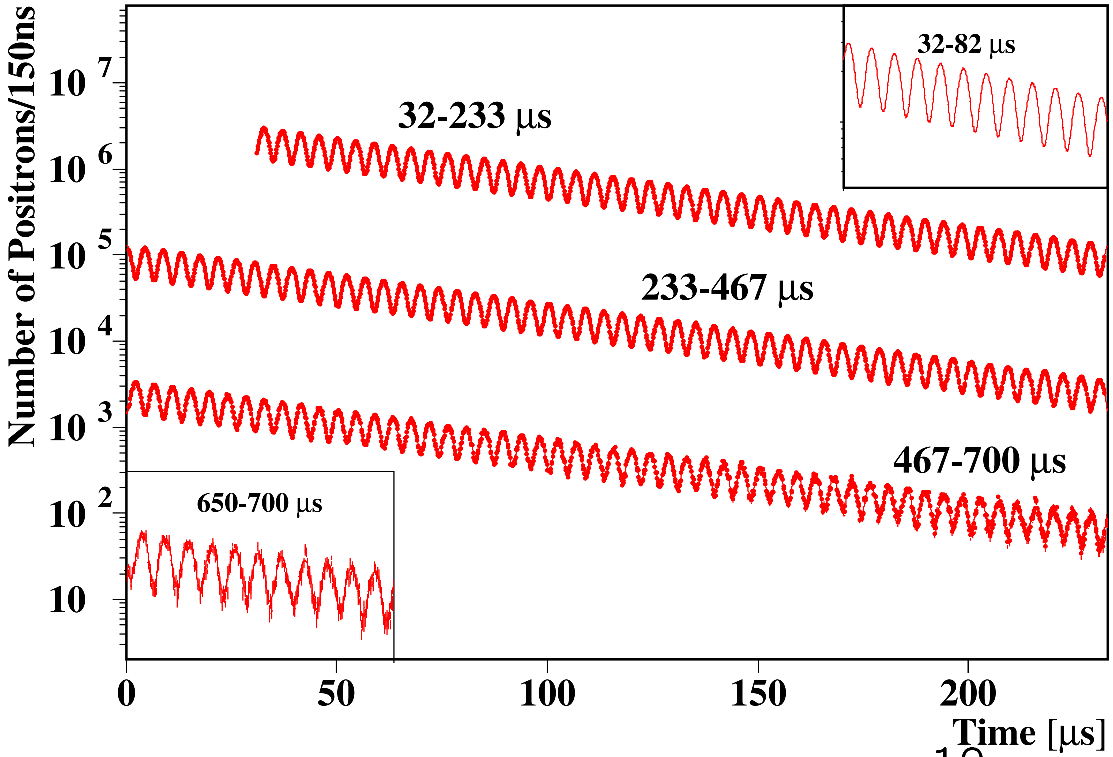
Przykładowa mapa pola zmierzona w jednym przejeździe kolejki (1 ppm = 10^{-6}):



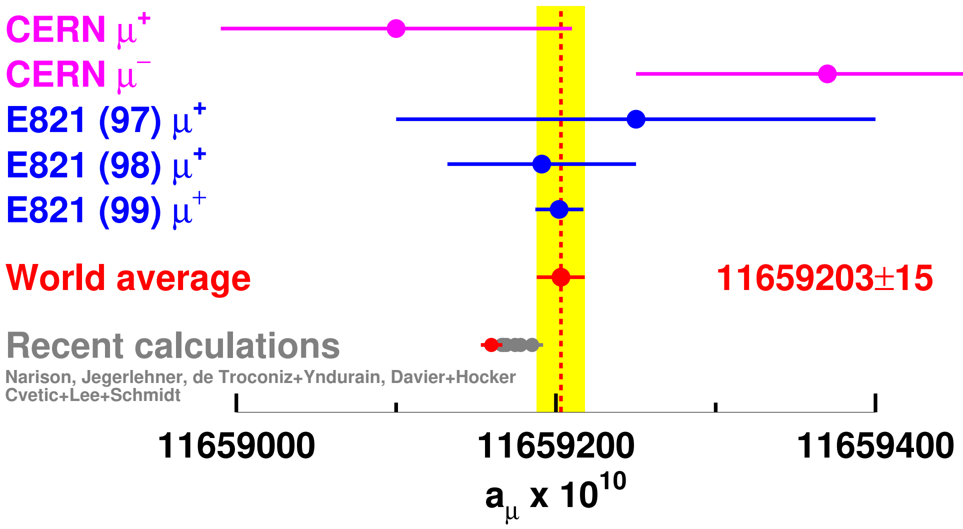
Magnetic field vs.azimuth

$$g_\mu - 2$$

Wyniki E821



$$a_\mu \;=\; 11659202 \pm 15 \;\times 10^{-10}$$



Niezwykła precyzja zarówno eksperymentu jak i obliczeń !

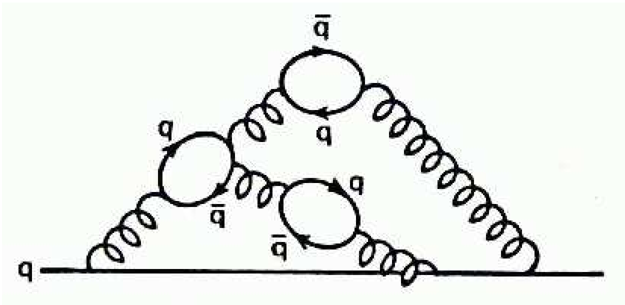
Widoczna niewielka rozbieżność ($\sim 2.7\sigma$) ?...

QCD

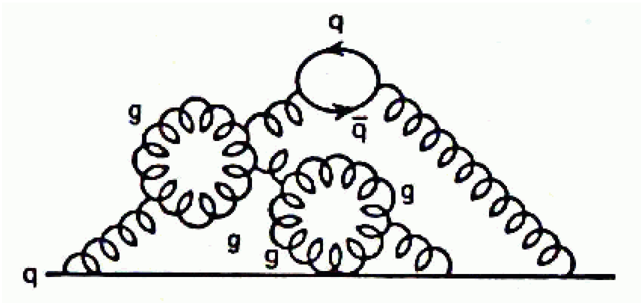
Biegnąca stała sprzężenia

Z podobną (ale nie identyczną) sytuacją mamy do czynienia w oddziaływaniach silnych (QCD).

Kwark emituje wirtualne gluony, które mogą konwertować w pary $q\bar{q}$:

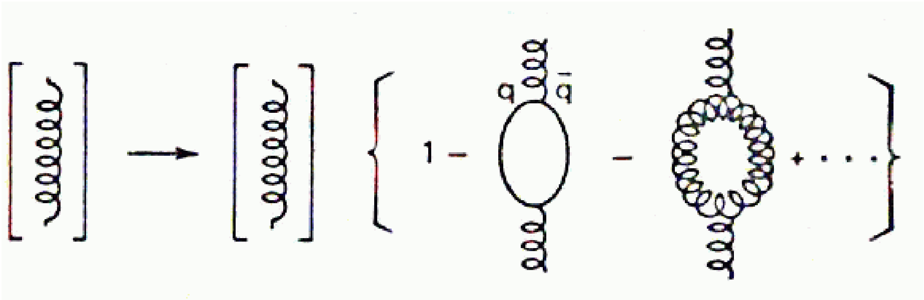


Gluony mogą jednak także konwertować na pary gluonów:



Obecność sprzężenia trój-gluonowego wynika z nieabelowej (nieprzemiennej) symetrii cechowania SU(3) w QCD.

Musimy sumować poprawki od pętli kwarkowych i gluonowych:



QCD

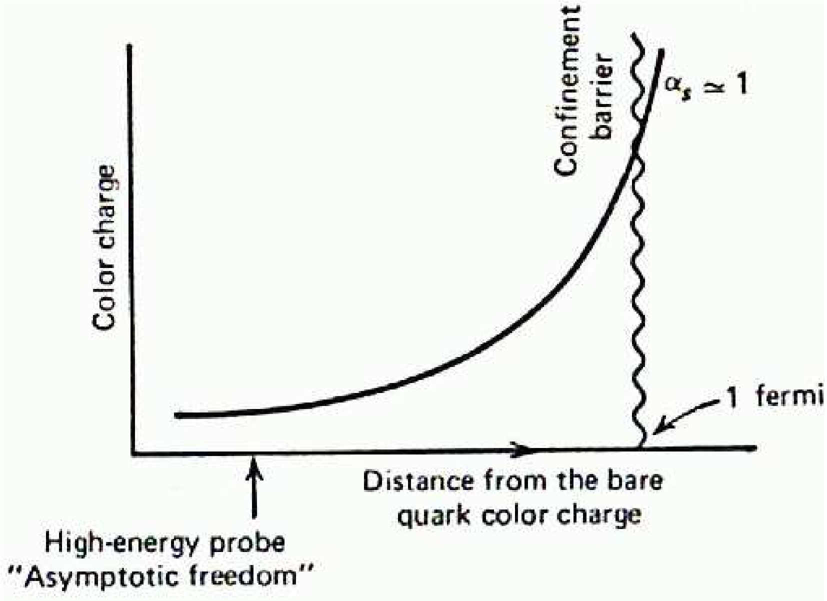
Biegnąca stała sprzężenia

W podoby sposób jak dla QED otrzymujemy zależność

$$\alpha_S(Q^2) \;=\; \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2\, n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

n_f jest liczbą “aktywnych” zapachów kwarków ($m_f^2 < Q^2$).

Obecność pętli gluonowych zmienia charakter zależności:



Oddziaływania silne rozną dla $Q^2 \to 0$

$\Rightarrow$ uwięzienie kwarków w hadronach ($\alpha_S \gg 1$)

Dla dużych Q^2 oddziaływania silne stają coraz słabsze

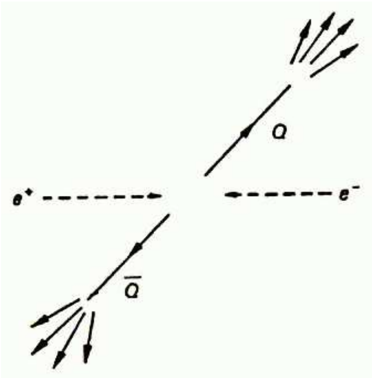
$\Rightarrow$ asymptotyczna swoboda ($\alpha_S \ll 1$)

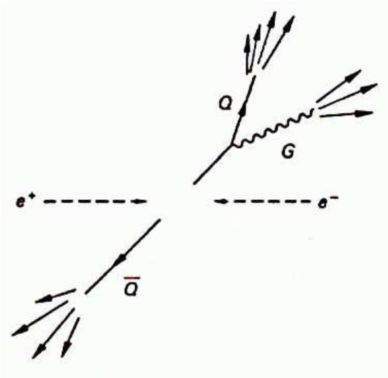
Biegnąca stała sprzężenia

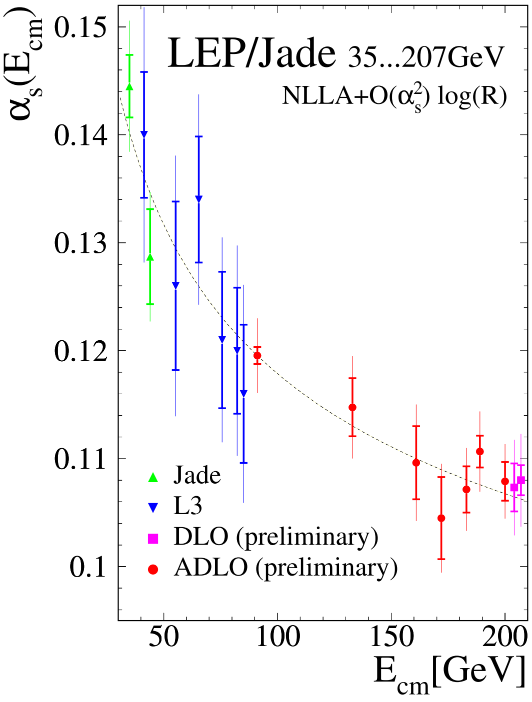
Silna stała sprzężenia jest mierzona w wielu eksperymentach fizyki wysokich energii.

Jednym z najprostrzych sposobów wyznaczenia α_S jest pomiar przypadków wielojetowych w zderzeniach e^+e^-:

$$\sigma_{e^+e^-\to q\bar{q}} \qquad \sigma_{e^+e^-\to q\bar{q}\,g} \sim \alpha_s \cdot \sigma_{e^+e^-\to q\bar{q}}$$





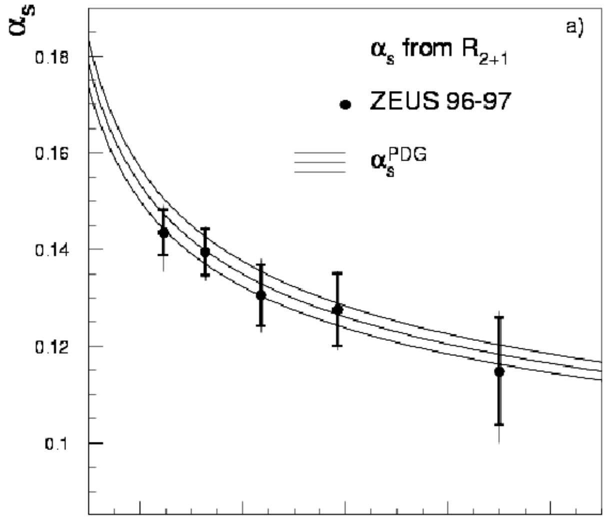


Wyniki pomiarów w LEP potwierdzają przewidywania QCD

$$\alpha_S(M_Z^2) \;=\; 0.119 \pm 0.003$$

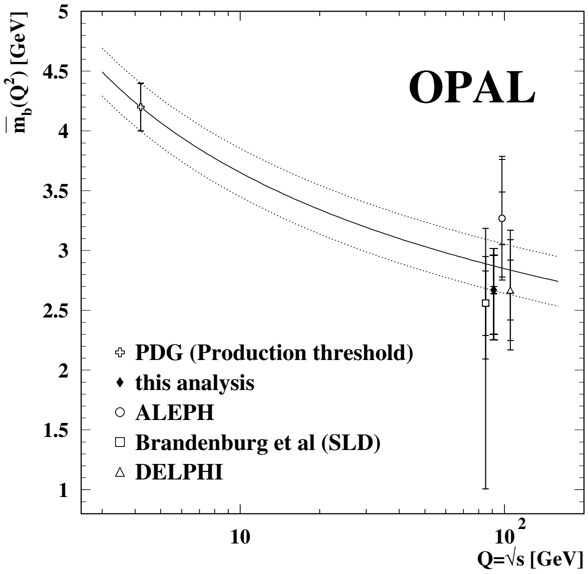
Biegnąca stała sprzężenia

Bardzo podobne wyniki uzyskujemy w zderzeniach $e^{\pm}p$:



Renormalizacji podlegają także masy cząstek.

Mierzona masa kwarku b zależy od skali energii:



kwark b nigdy nie jest “swobodny” $\Rightarrow$ masa nie jest dobrze zdefiniowana...

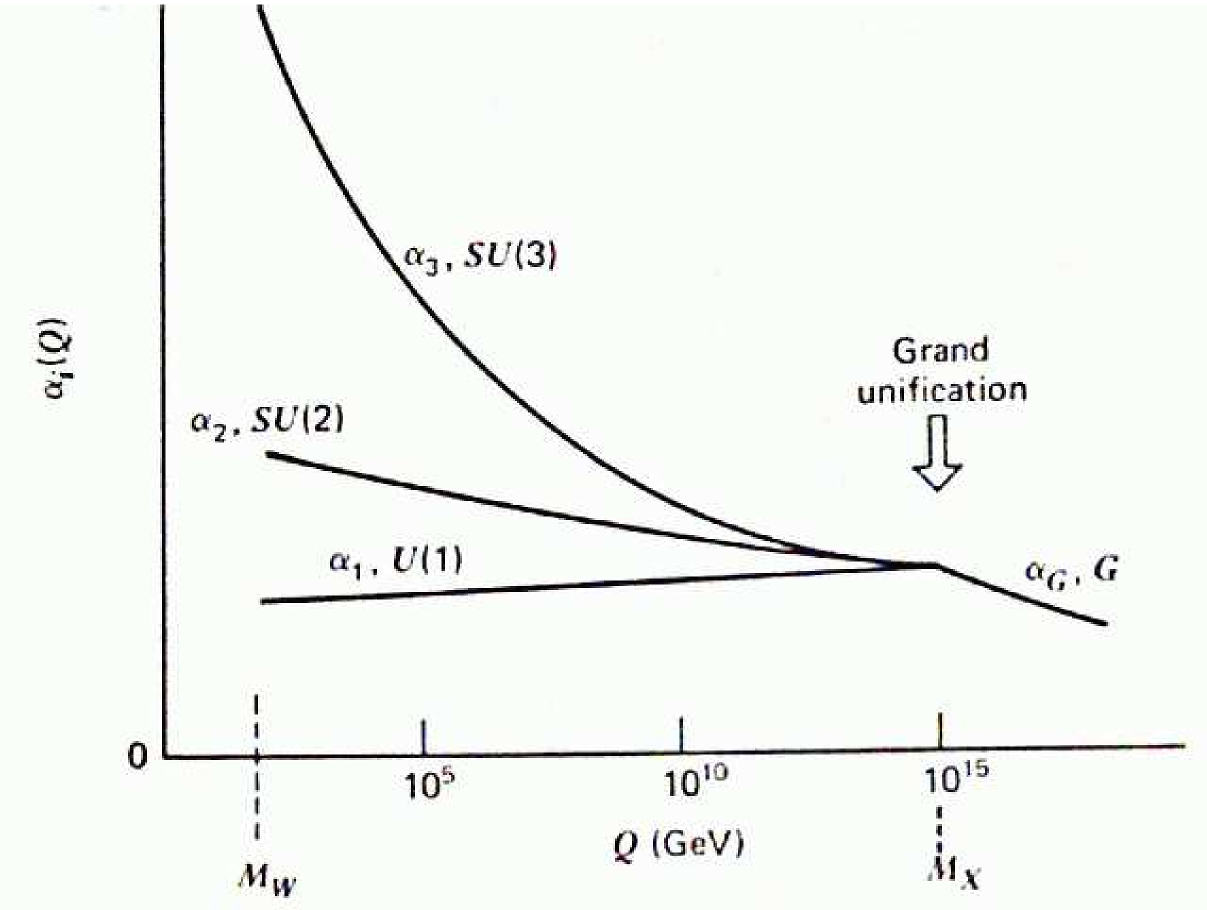
Wielka Unifikacja

Stałe sprzężenia

Przy skali $M_W^2 \sim M_Z^2$ mamy:

$$\begin{aligned} \alpha_s &\approx 0.119 \\ \alpha &\approx 0.0078 \\ \frac{\alpha_S}{\alpha} &\sim 15 \end{aligned}$$

Jednak ze wzrostem energii α rosnie, natomiast α_S maleje



Dla skal energii $\sim 10^{15}$ GeV spodziewamy się **unifikacji** oddziaływań elektromagnetycznych, słabych i silnych !

Wielka Unifikacja

SU(5)

Sukces modelu Weinberga-Salama (unifikacji o oddziaływań elektromagnetycznych i słabych) oraz "zbieganie" stałych sprzężenia spowodowały duże zainteresowanie hipotezą wielkiej unifikacji.

Model Standardowy – U(1)×SU(2)×SU(3) :

oddziaływanie	*symetria*	*bozony cechowania*
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z°
silne	SU(3)	8 gluonów

Najprostszą grupą cechowania zawierającą jako podgrupy symetrie U(1), SU(2) i SU(3) jest SU(5)

Model wielkiej unifikacji oparty na grupie symetrii SU(5) zaproponowali Georgi i Glashow w 1974 roku.

Przewidywana skala unifikacji:

$$M_X \approx 5 \cdot 10^{14} \ GeV$$

Wielka Unifikacja

SU(5)

Oprócz bozonów cechowania Modelu Standardowego w SU(5) pojawiają się 2 nowe bozony X i Y ($\times$3 kolory + antycząstki). Masa bozonu X jest skalą unifikacji, M_X.

W modelu SU(5) kwarki i leptony występują we wspólnych multipletach (lewoskrętne cząstki i antycząstki):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \bar{d}_{\bar{R}} \\ \bar{d}_{\bar{G}} \\ \bar{d}_{\bar{B}} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{u}_{\bar{R}} \\ \bar{u}_{\bar{G}} \\ \bar{u}_{\bar{B}} \\ u_R \\ u_G \\ u_B \\ d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix}$$

Bozony X i Y mogą “mieszać” kwarki i leptony
$\Rightarrow$ łamanie zachowania liczby leptonowej i barionowej

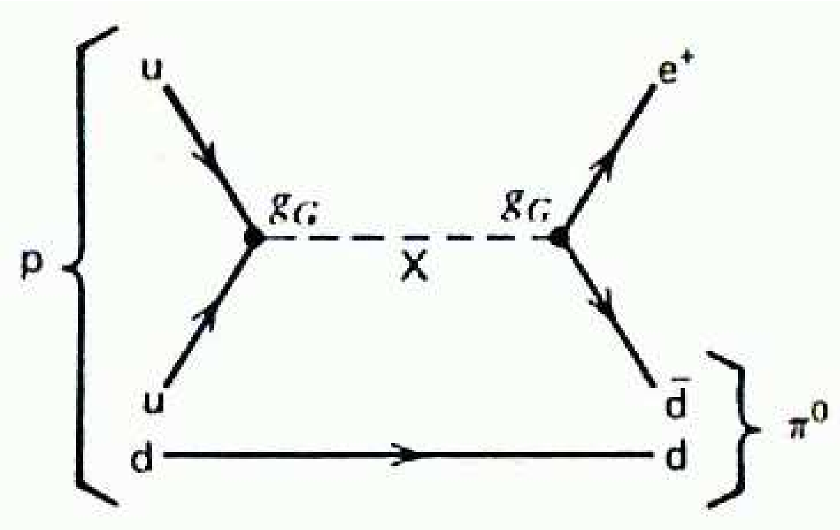
Łamanie jest jednak tłumione przez bardzo duże masy bozonów X i Y...

Wielka Unifikacja

Rozpad protonu

Model SU(5) przewiduje rozpad protonu:

$$p \to e^{+}\,\pi^{\circ}$$



$$\tau_p \;\sim\; 10^{27}\ \text{lat}$$

W $1t$ wody spodziewalibyśmy się ok. 1 rozpadu dziennie.

Są też możliwe inne kanały rozpadu...

Dla poszukiwania rozpadu protonu zbudowano szereg eksperymentów, m.in. Super Kamiokande (!).

Niestety wyniki wszystkich poszukiwań były negatywne.

Obecne ograniczenie ($p \to e^{+}\,\pi^{\circ}$):

$$\tau_p \;>\; 1.6 \cdot 10^{33}\ y$$

Wielka Unifikacja

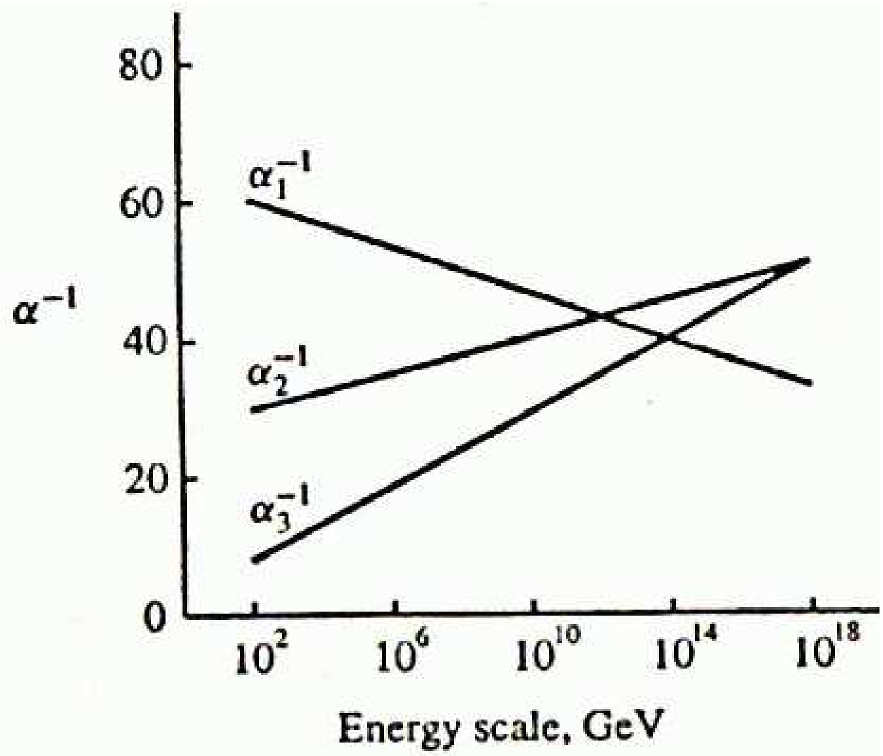
$\sin^2\theta_W$

Ekstrapolując stałą sprzężenia SU(2) od skali M_X do niskich energii model SU(5) przewidywał wartość słabego kąta mieszania

$$\sin^2\theta_W \approx 0.21$$

w bardzo dobrej zgodności z (ówczesnymi) danymi doświadczalnymi.

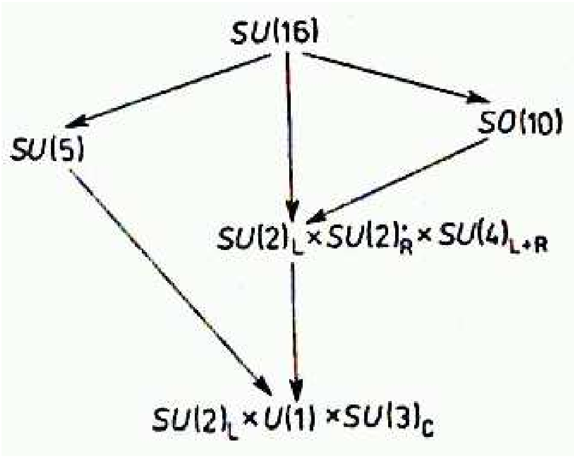
Dokładniejsze pomiary $\sin^2\theta_W$ pokazały, że w ramach najprostszego modelu SU(5) nie następuje "pełna" unifikacja:



Wielka Unifikacja

Inne modele

Najprostszy model SU(5) jest już dziś wykluczony przez dane doświadczalne. Istnieje jednak szereg innych modeli opartych na “bogatszych” grupach cechowania



Możliwe jest też “uratowanie” SU(5) jesli dopuścimy w teorii nowe cząstki o masach rzędu 1–10 TeV.

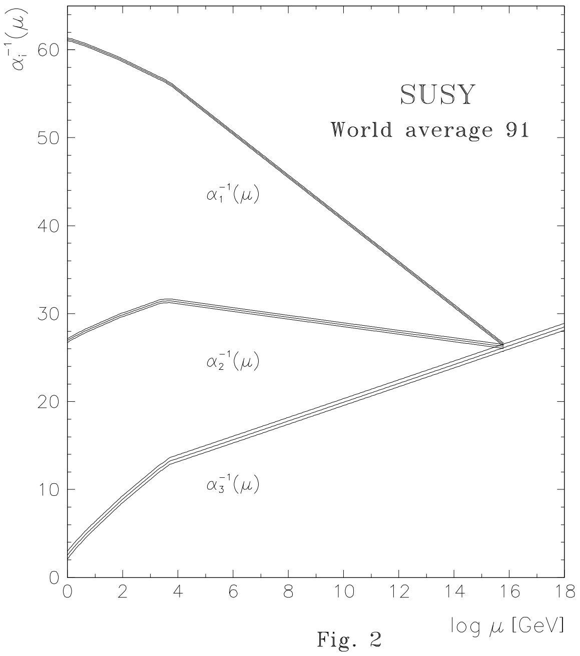


Fig. 2

Obecność nowych cząstek zmienia ewolucję stałych sprzężenia.

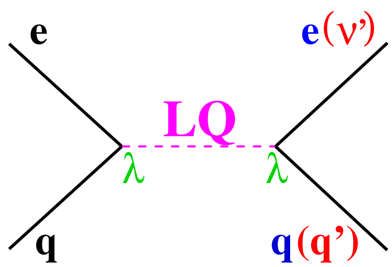
Jedna z możliwości:
$\Rightarrow$ supersymetria
(za tydzień)

Wielka Unifikacja

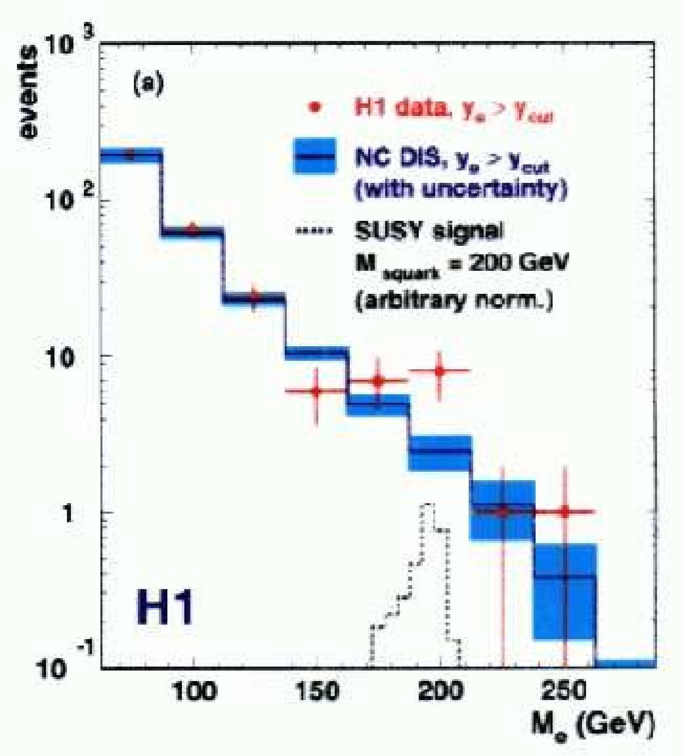
Leptokwarki

Teorie wielkiej unifikacji przewidują istnienie cząstek sprzęgających się do leptonów i kwarków, w ogólnym przypadku nazywanych leptokwarkami (LQ).

Czątki takie mogły by być produkowane w akceleratorach. Produkcja pojedyńczych LQ w zderzeniach $e^{\pm}p$:



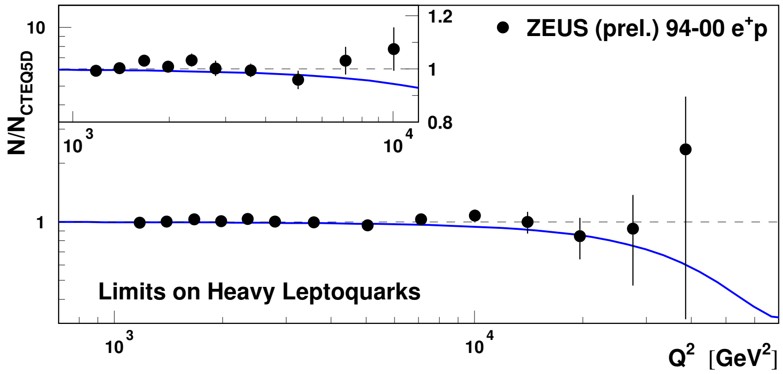
Cząstki takie widzielibyśmy jako rezonanse w rozkładzie masy inwariantnej $e^{\pm}$-jet. Oczekiwany sygnał produkcji skwarku:



Wielka Unifikacja

Leptokwarki

W HERA i LEP poszukiwano także odchyleń od przewidywań Modelu Standardowego spowodowanych przez obecność ciężkich LQ ($M_{LQ} \gg \sqrt{s}$)



W zebranych danych LEP, HERA i Tevatron nie znaleziono do tej pory żadnego sygnału produkcji (wymiany) LQ.

Obecne ograniczenia na masy i sprzężenia leptokwarków: