

Wielka Unifikacja

Elementy fizyki cząstek elementarnych

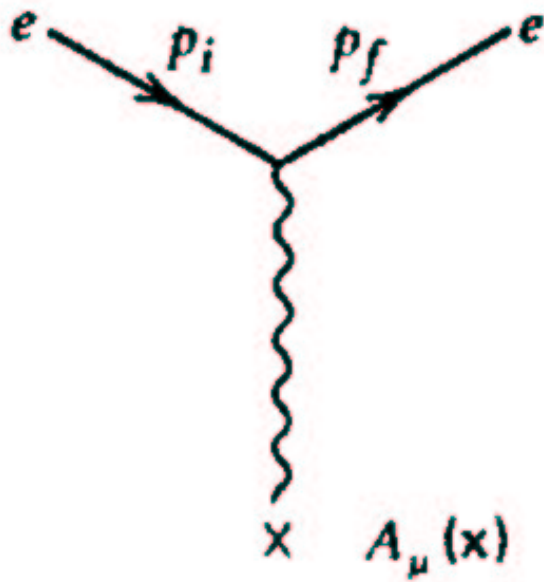
Wykład XI

- Co to jest ładunek ?...
- Biegnąca stała sprzężenia i renormalizacja w QED
- Pomiar $g_\mu - 2$
- Biegnąca stała sprzężenia QCD
- Unifikacja SU(5)
- Leptokwarki

QED

Ładunek elektryczny

Rozważmy rozpraszanie naładowanej cząstki o ładunku Qe w polu elektrycznym jądra $(+Ze)$:



W podejściu klasycznym rozpraszanie opisuje wzór Rutherforda:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze)^2 (Qe)^2}{64\pi^2 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Mierząc przekrój czynny możemy więc wyznaczyć ładunek Q padającej cząstki (jeśli znamy Z i e).

Albo, znając Z i Q możemy wyznaczyć wartość ładunku elementarnego e ...

Ale

Co to jest ładunek elementarny ?...

QED

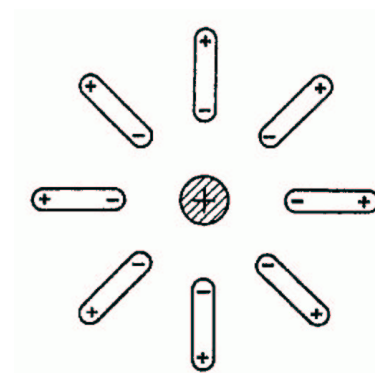
Ładunek elementarny

Ładunek elementarny chcielibyśmy zdefiniować jako wartość ładunku pojedynczego, **izolowanego** i **nieoddziałującego elektronu**.

Ale w **QED** elektron nigdy **nie jest “goły”**. Cały czas emituje **wirtualne fotony**, które z kolei mogą konwertować w **pary e^+e^-** (w ogólności w dowolne dwie cząstki naładowane).



W obecności **zewnętrznego pola** wirtualne pary e^+e^- mogą ulec **polaryzacji**, podobnie jak ładunki w dielektryku:

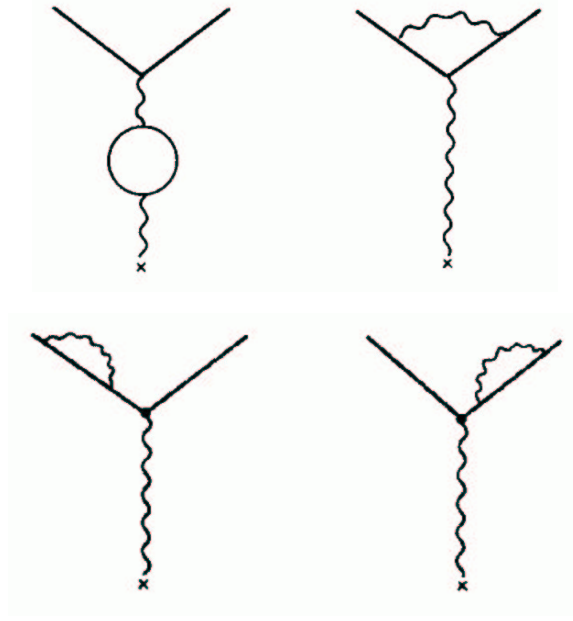


“Polaryzacja próżni” $\Rightarrow$ mierzony ładunek elektronu jest mniejszy niż “goły” ładunek.

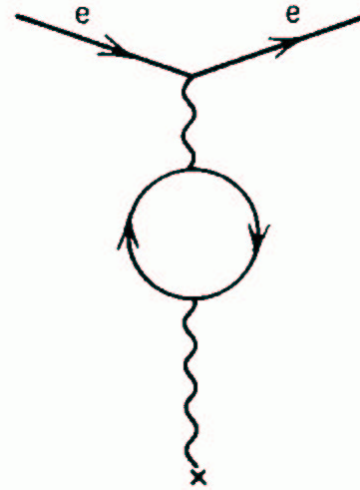
QED

Poprawki wyższych rzędów

W QED możemy próbować policzyć wkłady od procesów wyższych rzędów. W NLO (Next-to-Leading-Order) mamy cztery dodatkowe diagramy:



Istotny wkład daje tylko pierwszy diagram:



Dla dużych wirtualności $q^2 \equiv -Q^2$ wymienianego fotonu, z całkowania po pędzie wirtualnego elektronu mamy

$$\frac{e^2}{e_0^2} = 1 - \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log \left(\frac{E_{max}^2}{Q^2} \right)$$

gdzie e jest mierzona a e_0 “gołą” wartością ładunku, E_{max} jest maksymalną energią elektronu w pętli.

Jesli $E_{max}^2 \gg Q^2$ to “mamy problem”...

QED

Poprawki wyższych rzędów

Problem częściowo znika, gdy uwzględnimy kolejne poprawki:

$$\text{Feynman diagram with vertices } e = \text{Feynman diagram with vertices } e_0 - \text{Feynman diagram with loop and vertices } e_0 + \text{Feynman diagram with two loops and vertices } e_0 + \dots$$

Dodanie kolejnej pętli zawsze daje taką samą poprawkę, w stosunku do wyniku uzyskanego w niższym rzędzie $\Rightarrow$ sumę można przedstawić jako szereg geometryczny:

$$\text{Feynman diagram with vertices } e = \text{Feynman diagram with vertices } e_0 \left\{ 1 - \text{Feynman diagram with loop and vertices } e_0 + \left[\text{Feynman diagram with loop and vertices } e_0 \right]^2 - \dots \right\}$$

Suma takiego szeregu powinna wynosić:

$$\text{Feynman diagram with vertices } e = \text{Feynman diagram with vertices } e_0 \left\{ \frac{1}{1 + \text{Feynman diagram with loop and vertices } e_0} \right\}$$

To tylko obraz jakościowy, który jednak potwierdza dokładne rachunki...

QED

Biegająca stała sprzężenia

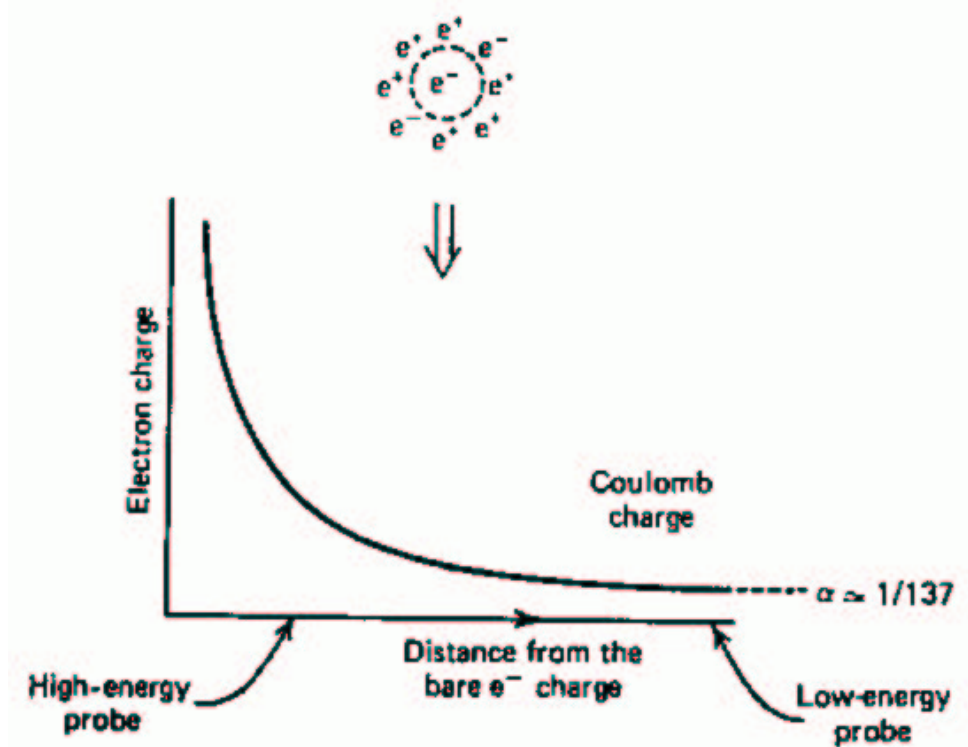
Sumując wiodące **poprawki** wszystkich rzędów dostajemy:

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log \left(\frac{E_{max}^2}{Q^2} \right)}$$

Ładunek mierzony w doświadczeniu **za-
leży** od skali Q^2 . Wygodnie wprowadzić
jest “**biegnącą**” stałą sprzężenia:

$$\alpha(Q^2) = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log \left(\frac{Q^2}{E_{max}^2} \right)}$$

Im wyższe Q^2 ($\Rightarrow$ **mniejsze odległości**)
tym silniej oddziałuje elektron:



Małe odległości
 $\Rightarrow$ **mniejszy wkład polaryzacji próżni.**

QED

Renormalizacja

Po zsumowaniu wiodących poprawek wszystkich rzędów wciąż pozostaje zależność mierzonego ładunku od E_{max} (maksymalnej energii wirtualnego elektronu w pętli)

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

Problem w tym, że nie ma żadnego ograniczenia na E_{max} (jeśli fluktuacje są odpowiednio krótkie, zgodnie z zasadą nieoznaczoności).

Dla $E_{max} \rightarrow \infty$ mamy jednak: $\alpha(Q^2) \rightarrow 0$!?

Albo musimy dopuścić możliwość, że $\alpha_0 \rightarrow \infty$!?...

Wyjściem z sytuacji jest “renormalizacja”.

Rezygnujemy z niefizycznej (bo niemierzalnej) koncepcji “gołego ładunku”. Jako “punkt odniesienia” wprowadzamy dowolną skalę μ^2 . Otrzymujemy wtedy związek między stałymi sprzężenia przy skalach Q^2 i μ^2 :

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

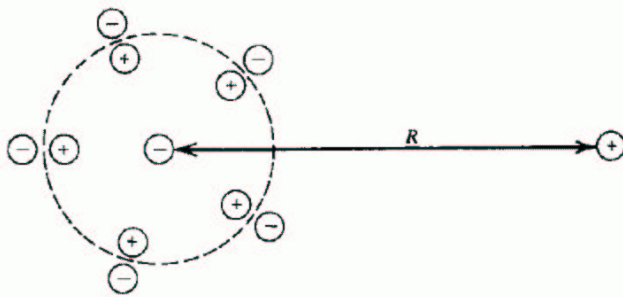
$\Rightarrow$ brak zależności od E_{max}

QED

Renormalizacja

Obecnie **elektromagnetyczna stała sprzężenia**, w granicy $Q^2 \rightarrow 0$, wyznaczana jest najdokładniej z **kwantowego efektu Halla**. Odpowiada ona pomiarowi ładunku na **bardzo dużych** ("klasycznych") **odległościach**:

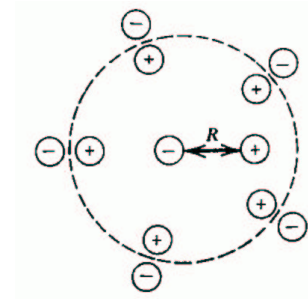
$$\alpha(0) \approx \frac{1}{137}$$



Dla **skal energii** typowych dla współczesnych **eksperymentów** fizyki cząstek elementarnych stała sprzężenia jest wyraźnie **większa**:

$$\alpha(m_\tau^2) \approx \frac{1}{133.5}$$

$$\alpha(m_Z^2) \approx \frac{1}{128}$$



$$g_\mu - 2$$

Moment magnetyczny mionu

Mion (jak i elektron) oddziałuje nie tylko przez swój ładunek, ale także poprzez swój moment magnetyczny związany ze spinem ($s = \frac{1}{2}$):

$$\mu = g \mu_B s$$

gdzie $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ jest tzw. magnetonem Bohra.

Teoria Diraca przewiduje (LO) $g_e = g_\mu = 2$, ale dochodzą poprawki wyższych rzędów:

$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \dots$$

Wartość g_μ jest obecnie policzona, uwzględniając także poprawki słabe i silne, z dokładnością rzędu 10^{-9} !!!

⇒ “laboratorium” QED

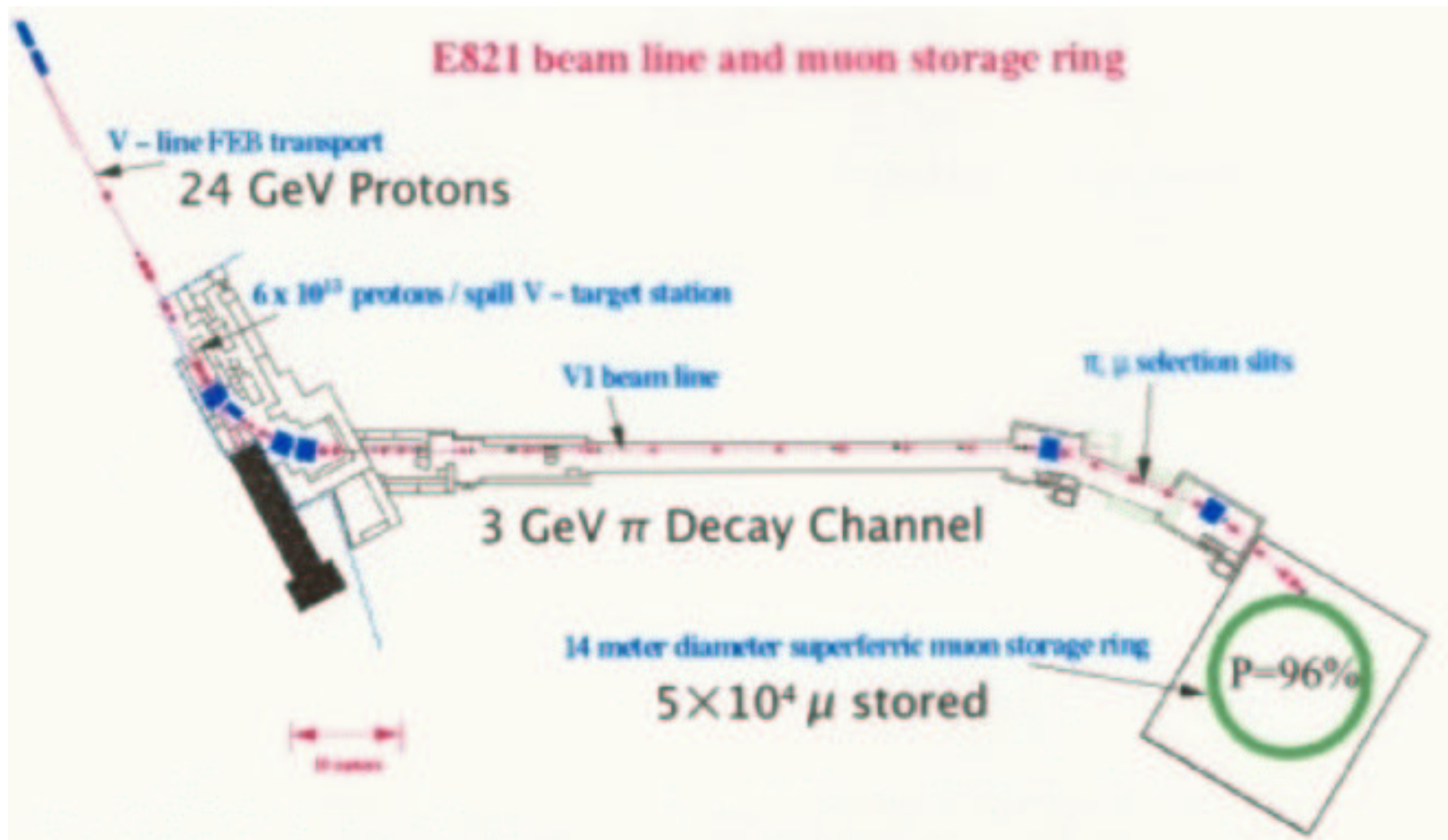
Chcemy sprawdzić czy nasze wyliczenia są prawidłowe.

⇒ potrzebny jest równie dokładny eksperyment !...

$$g_\mu - 2$$

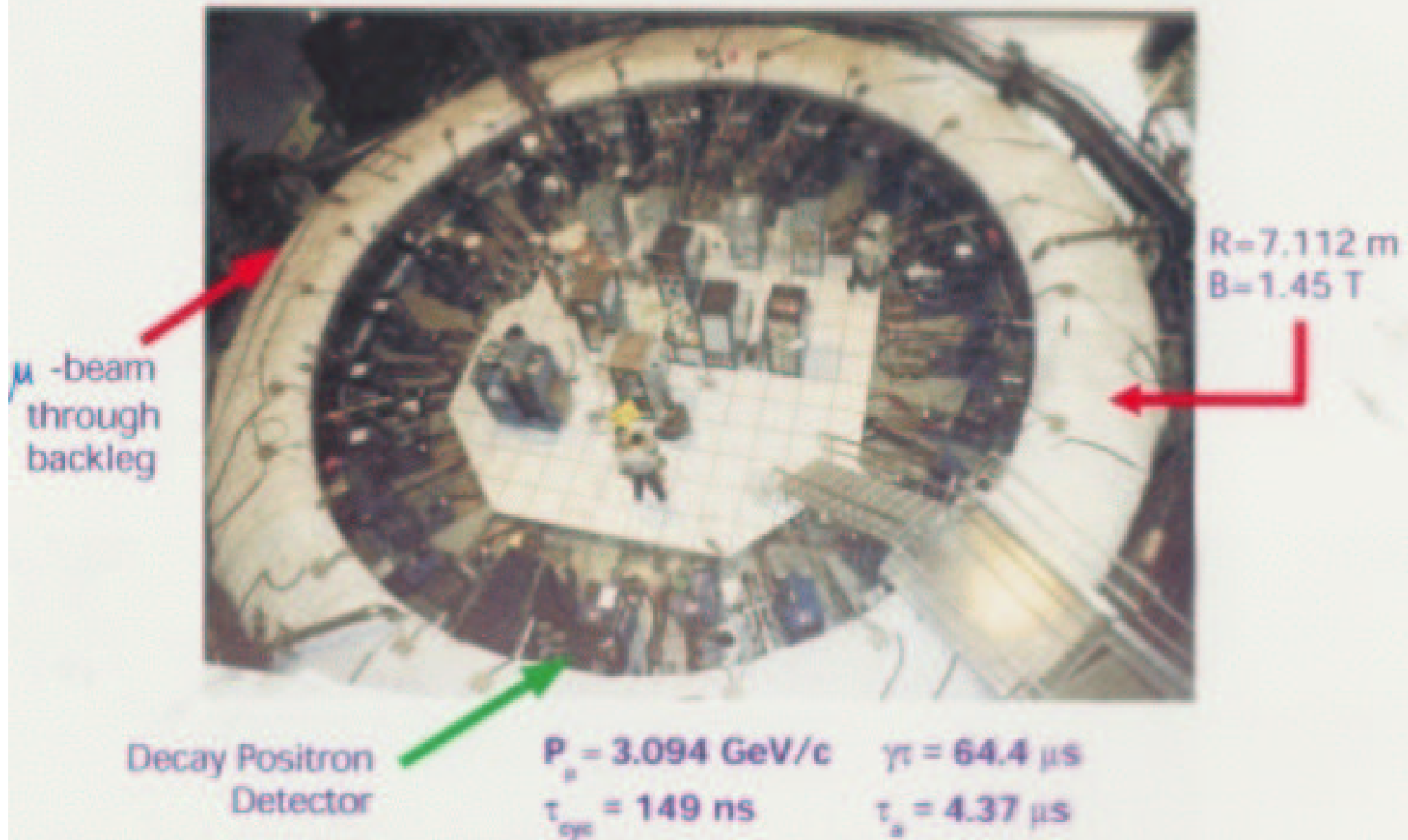
Eksperyment E821

Spolaryzowana wiązka mionów o energii 3.09 GeV wprowadzana jest do pierścienia o średnicy 14.2 m:



E821

The muon storage ring



$$g_\mu - 2$$

Eksperyment E821

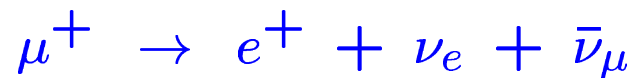
W **jednorodnym polu magnetycznym** o indukcji 1.45 T obserwujemy precesję **spinu względem** wektora pędu z częstością:

$$\vec{\omega} = -\frac{e}{m_\mu} \left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} \right]$$

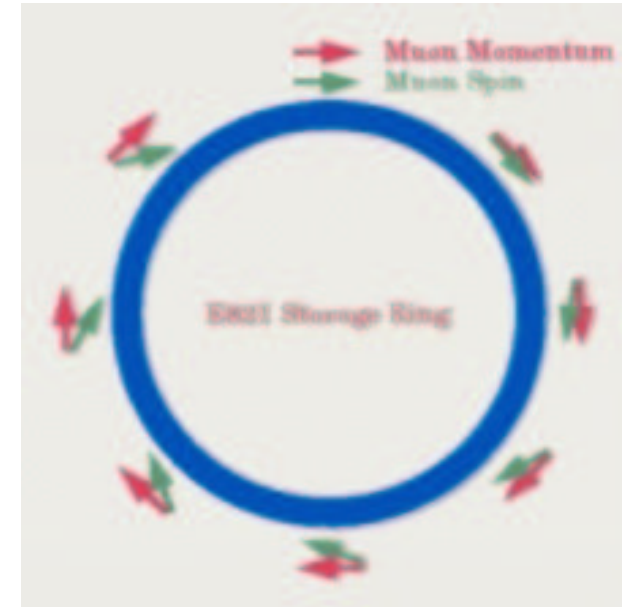
gdzie $a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$.

Energia wiązki została tak dobrana, że **wyraz** $\vec{\beta} \times \vec{E}$ można **zaniedbać**. Precesja: $\sim 12^\circ$ na jedno okrążenie

Orientację spinu mionów wyznaczamy z **pomiaru energii** pozytronów z rozpadu:



W **układzie spoczynkowym** μ^+ pozytron jest częściej emitowany zgodnie z **kierunkiem spinu** $\Rightarrow$ **energje** e^+ mierzone w LAB są **wyższe** dla spinu $\uparrow\uparrow$ pędu.



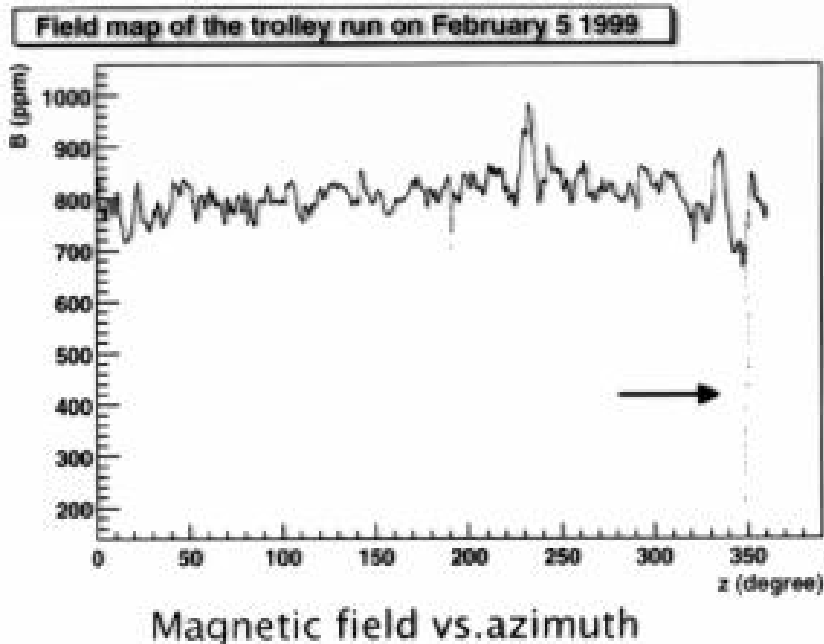
$$g_\mu - 2$$

Eksperyment E821

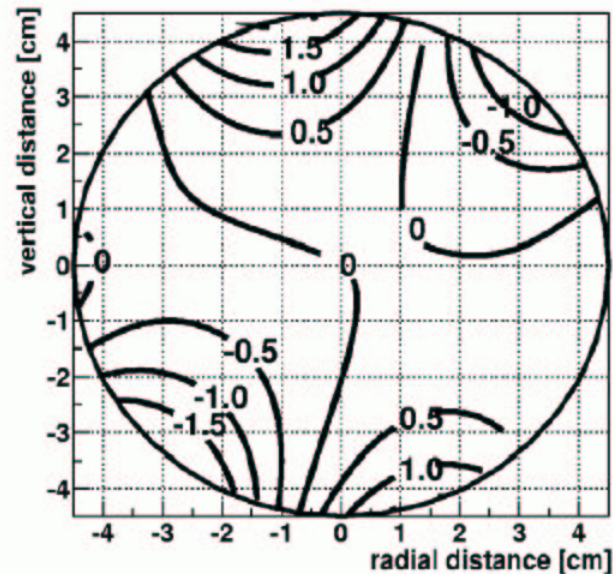
Warunkiem dokładnego pomiaru a_μ (g_μ) jest bardzo dokładny pomiar // pola magnetycznego. W eksperymencie E821 uzyskano dokładność rzędu 10^{-7} .

Pole magnetyczne w którym krążą miony mierzone przy pomocy... kolejki elektrycznej, którą wpuszczano do pierścienia pomiędzy kolejnymi “napelnianiami”.

Przykładowa mapa pola zmierzona w jednym przejeździe kolejki ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$):



Uśredniony rozkład poprzeczny [ppm]



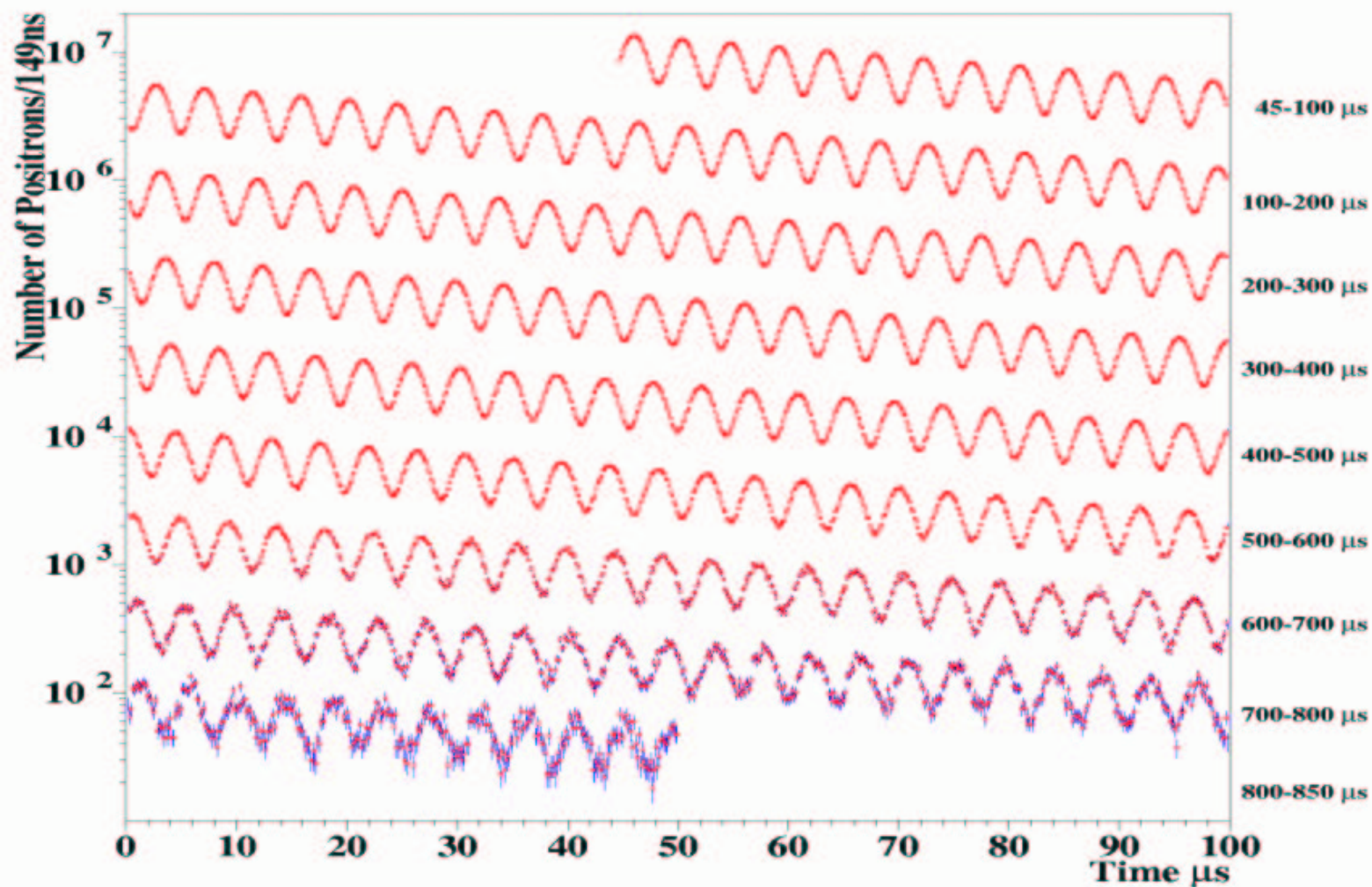
E821

Nowe wyniki (2002)

Dane doświadczalne:

4 Billion e^+ with $E > 2\text{GeV}$

$$dN/dt = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} [1 + A \cos(\omega_a t + \phi_a)]$$



E821

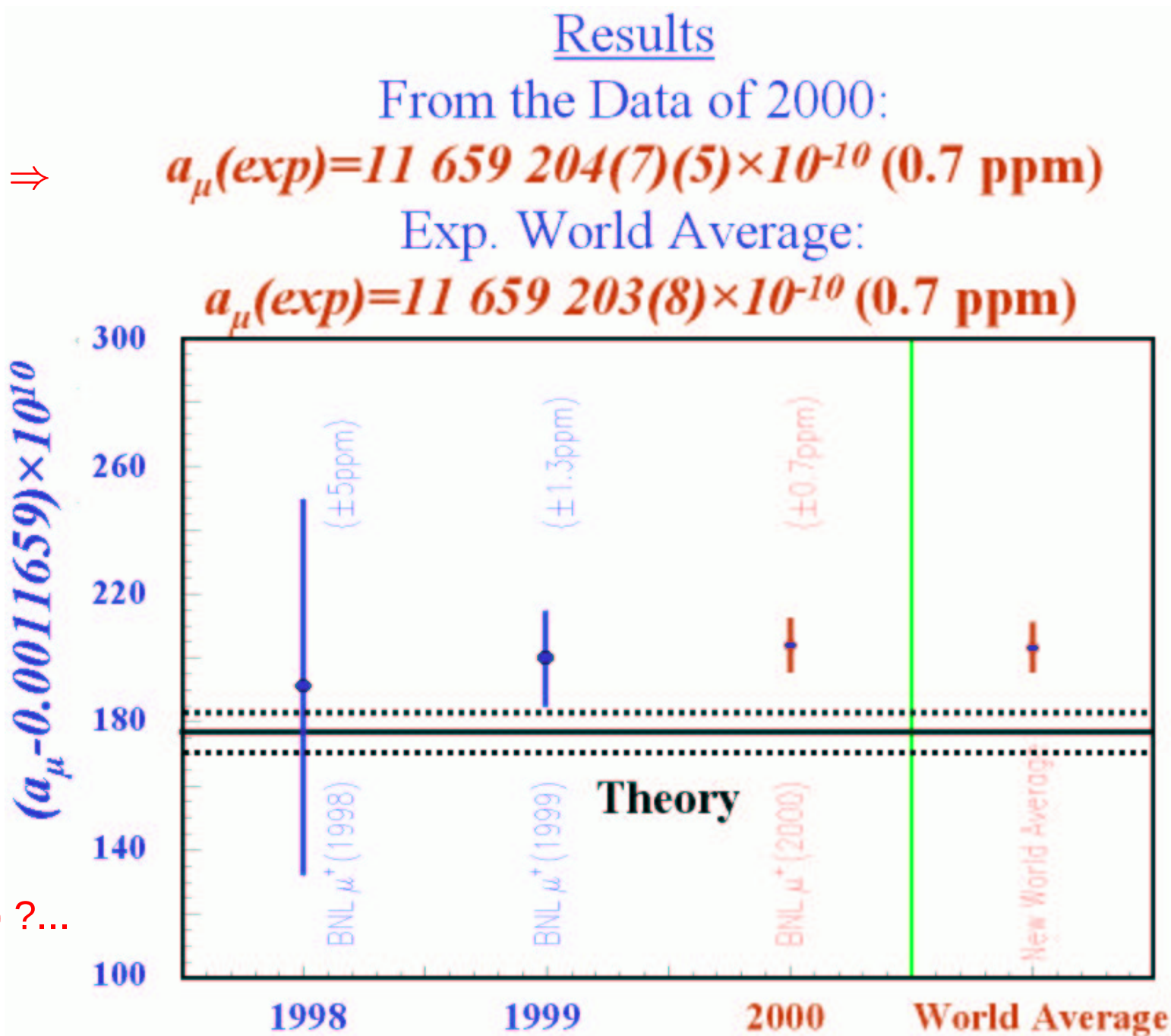
Nowe wyniki (2002)

Wyznaczona wartość $\Rightarrow$

porównanie z teorią:

Niezwykła precyzja
tak eksperymentu
jak i obliczeń !

Widoczna niewielka
rozbieżność ($\sim 2.6\sigma$) ?...

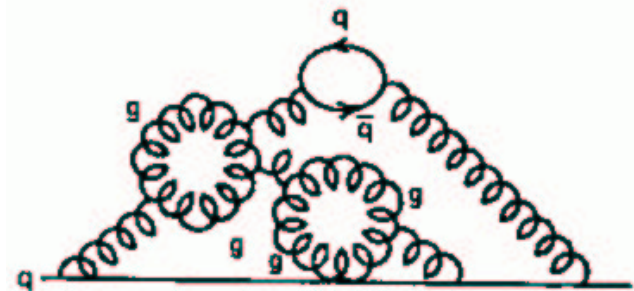
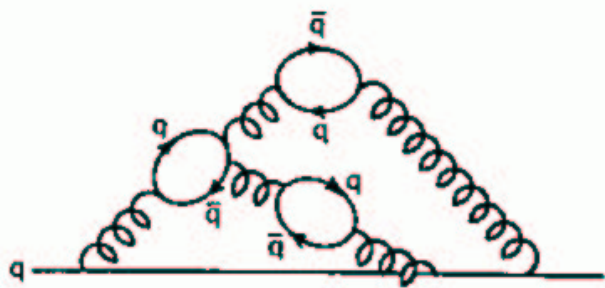


QCD

Biegająca stała sprzężenia

Z podobną (ale nie identyczną) sytuacją mamy do czynienia w oddziaływaniach silnych.

Kwark emituje wirtualne gluony, które gluony mogą jednak także konwertować w pary $q\bar{q}$:
 mogą konwertować w pary $q\bar{q}$:
 na pary gluonów:



Obecność sprzężenia trój-gluonowego wynika z nieabelowej (nieprzemiennej) symetrii cechowania SU(3) w QCD. Musimy sumować poprawki od pętli kwarkowych i gluonowych:

$$\left[\text{gluon} \right] \rightarrow \left[\text{gluon} \right] \left\{ 1 - \text{quark loop} - \text{gluon loop} + \dots \right\}$$

The diagram shows the renormalization of the gluon propagator. On the left, a gluon line is enclosed in brackets. An arrow points to the same bracketed gluon line. To the right of the arrow is a large curly brace containing a series of terms: the number 1, followed by a minus sign, then a quark loop diagram (a circle with arrows), followed by a minus sign, then a gluon loop diagram (a circle with curly lines), and finally a plus sign followed by an ellipsis.

QCD

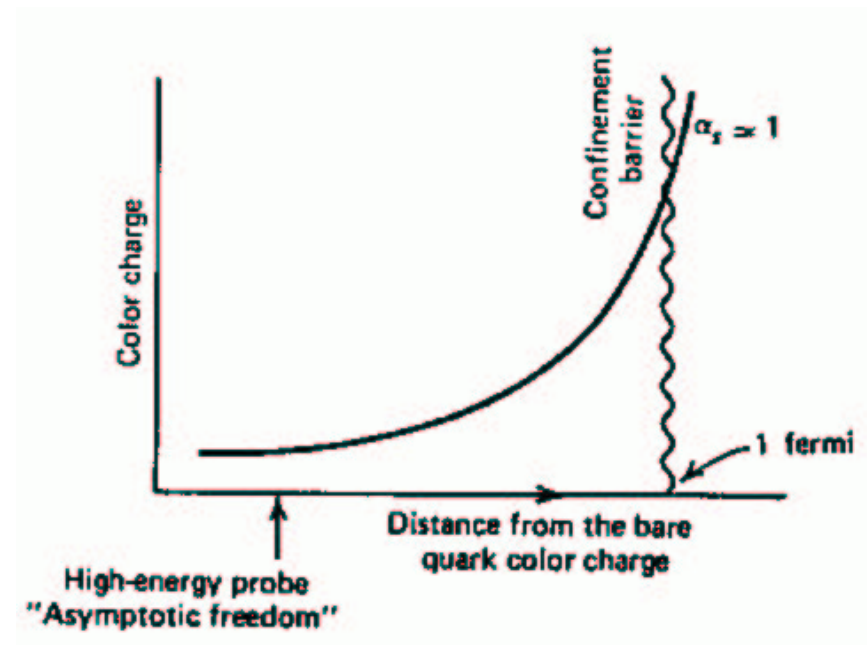
Biegająca stała sprzężenia

W podobny sposób jak dla QED otrzymujemy zależność

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

n_f jest liczbą “aktywnych” zapachów kwarków (kwarków, dla których $m_q^2 < Q^2$).

Obecność pętli gluonowych zmienia charakter zależności:



Oddziaływania silne rosną dla $Q^2 \rightarrow 0 \Rightarrow$ uwięzienie kwarków w hadronach ($\alpha_S \gg 1$)

Dla dużych Q^2 oddziaływania silne stają coraz słabsze

$\Rightarrow$ asymptotyczna swoboda QCD ($\alpha_S \ll 1$)

QCD

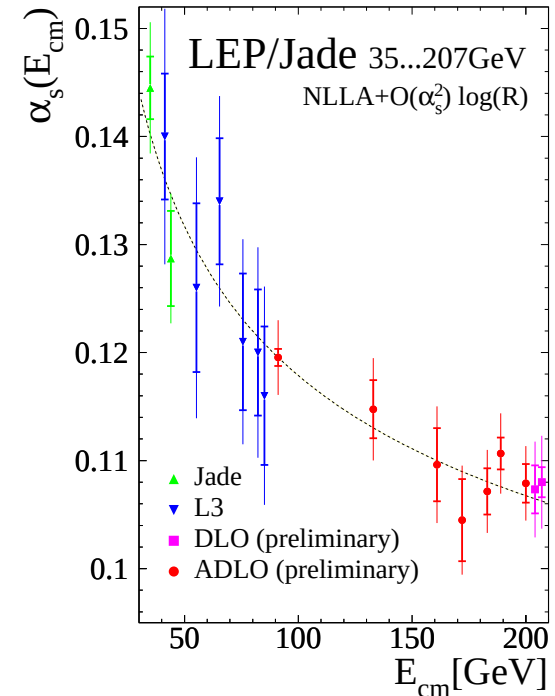
Biegnąca stała sprzężenia

Silna stała sprzężenia jest mierzona w **wielu eksperymentach** fizyki wysokich energii.

Jednym z najprostrzych sposobów wyznaczenia α_S jest pomiar ułamka **przypadków wielojetowych** w zderzeniach e^+e^- :

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g} \sim \alpha_S \cdot \sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}}$$

Wyniki pomiarów w **LEP**

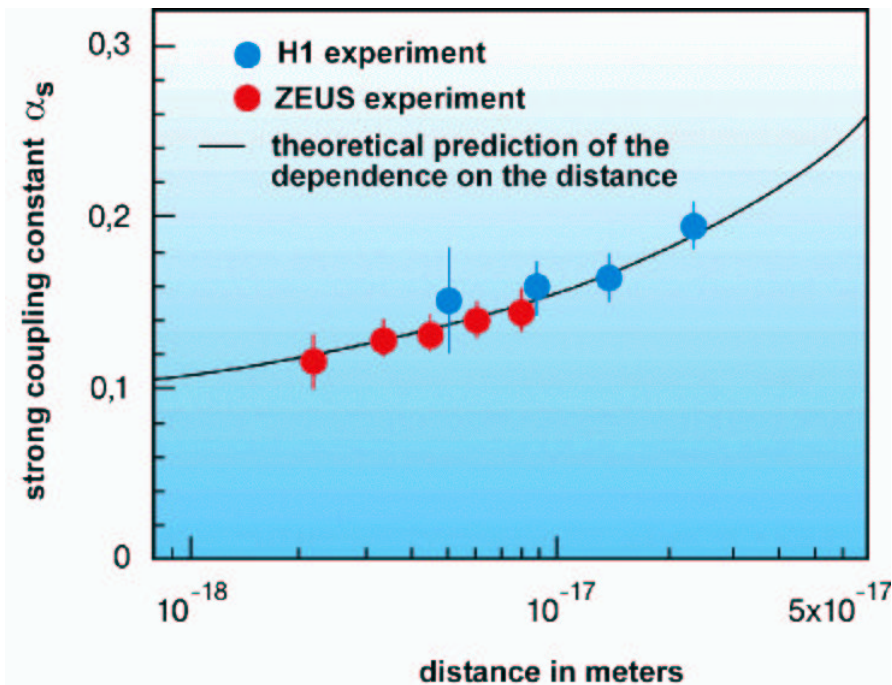


$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.119 \pm 0.003$$

QCD

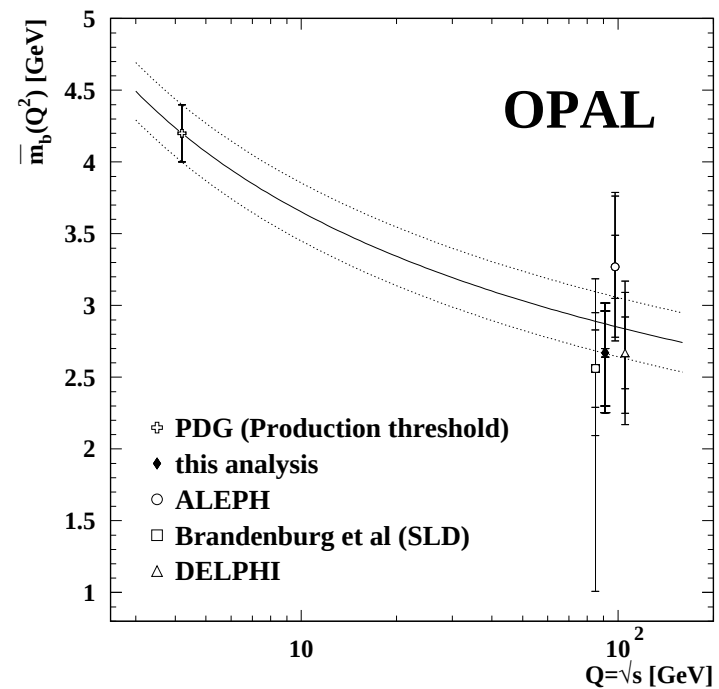
Biegnąca stała sprzężenia

Bardzo podobne wyniki uzyskujemy w zderzeniach $e^\pm p$:



Renormalizacji podlegają także masy cząstek.

Mierzona masa kwarku b zależy od skali energii:



kwark b nigdy nie jest “swobodny”

⇒ masa nie jest dobrze zdefiniowana...

Wielka Unifikacja

Stałe sprzężenia

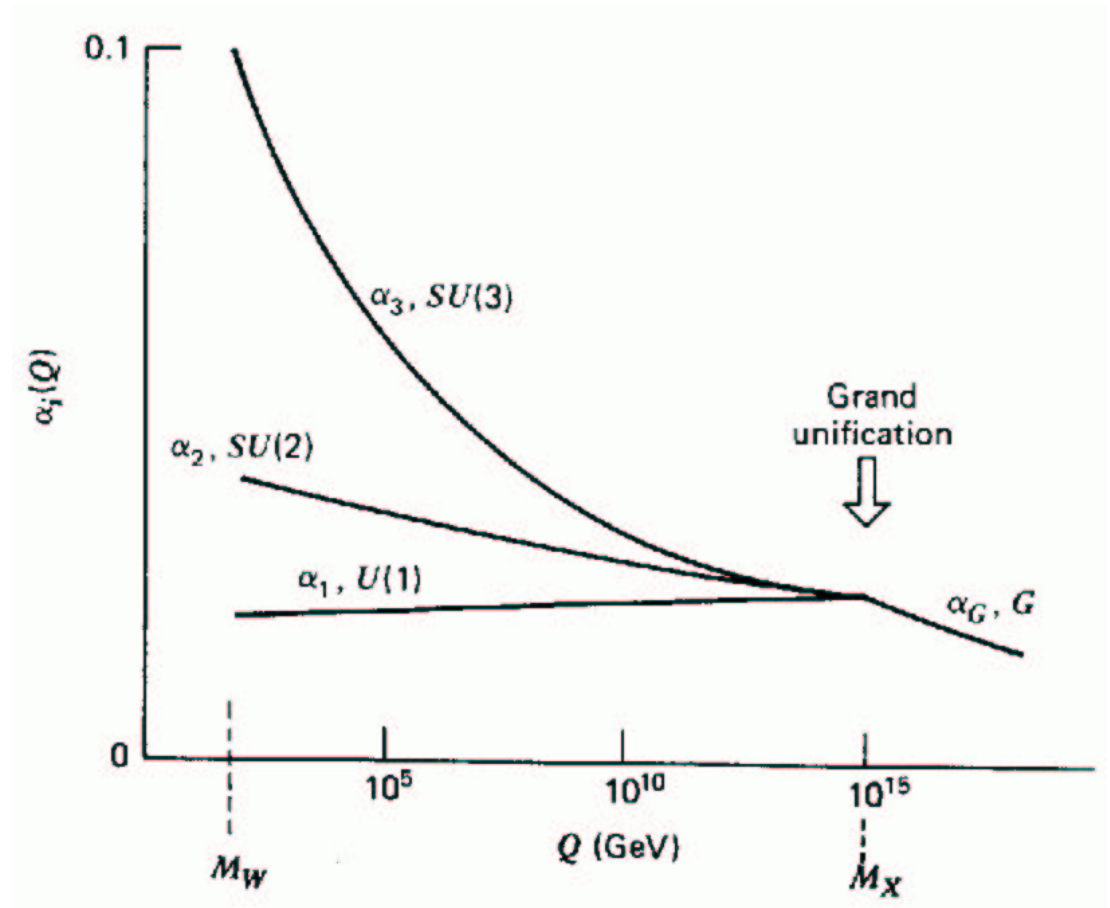
Przy skali $M_W^2 \sim M_Z^2$ mamy:

$$\alpha_s \approx 0.119$$

$$\alpha \approx 0.0078$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha} \sim 15$$

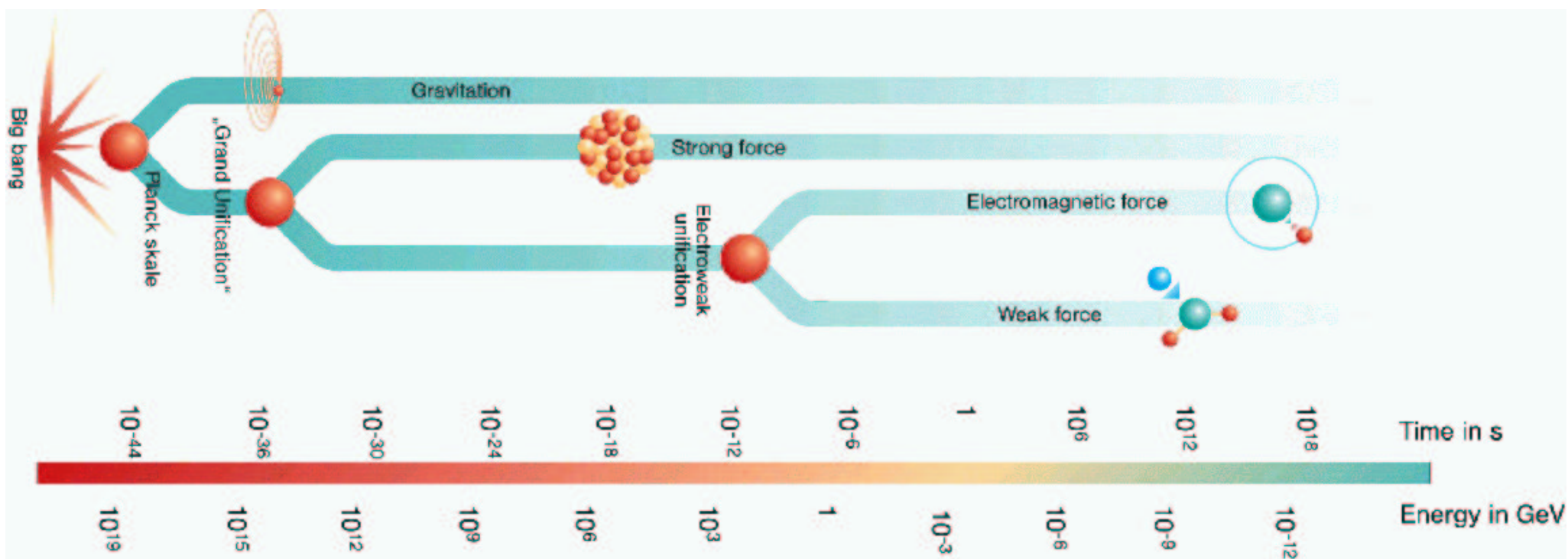
Jednak ze wzrostem energii
 α rośnie, natomiast α_s maleje



Dla skal energii $\sim 10^{15}$ GeV spodziewamy się **unifikacji**
oddziaływań **elektromagnetycznych**, **słabych** i **silnych** !

Wielka Unifikacja

Sądzymy, że w chwili **wielkiego wybuchu** wszystkie oddziaływania były **zunifikowane** i “rozdzielały się” w miarę ekspansji Wszechświata



Wielka Unifikacja

SU(5)

Sukces modelu Weinberga-Salama (unifikacji o. elektromagnetycznych i słabych) oraz “zbieganie” stałych sprzężenia $\Rightarrow$ duże zainteresowanie hipotezą wielkiej unifikacji.

Model Standardowy – $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$:

<i>oddziaływanie</i>	<i>symetria</i>	<i>bozony cechowania</i>
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z^0
silne	SU(3)	8 gluonów

Najprostszą grupą cechowania zawierającą jako podgrupy symetrie U(1), SU(2) i SU(3) jest SU(5)

Model wielkiej unifikacji oparty na grupie symetrii SU(5) zaproponowali Georgi i Glashow w 1974 roku. Przewidywana skala unifikacji:

$$M_X \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ GeV}$$

Wielka Unifikacja

SU(5)

Oprócz bozonów cechowania Modelu Standardowego w SU(5) pojawiają się 2 nowe bozony X i Y ($\times 3$ kolory + antycząstki).

Masa bozonu X jest skalą unifikacji, M_X .

W modelu SU(5) kwarki i leptony występują we wspólnych multipletach (lewoskrętne cząstki i antycząstki) $\Rightarrow$

Bozony X i Y mogą “mieszać” kwarki i leptony
 $\Rightarrow$ łamanie zachowania liczby leptonowej i barionowej

Łamanie jest jednak tłumione przez bardzo duże masy bozonów X i Y...

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \bar{d}_{\bar{R}} \\ \bar{d}_{\bar{G}} \\ \bar{d}_{\bar{B}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{u}_{\bar{R}} \\ \bar{u}_{\bar{G}} \\ \bar{u}_{\bar{B}} \\ u_R \\ u_G \\ u_B \\ d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix}$$

Wielka Unifikacja

Rozpad protonu

Model $SU(5)$ przewiduje **rozpad protonu**

$$p \rightarrow e^+ \pi^0$$

$$\tau_p \sim 10^{27} \text{ lat}$$

W **1t** wody spodziewamy się ok. **1 rozpadu dziennie**.

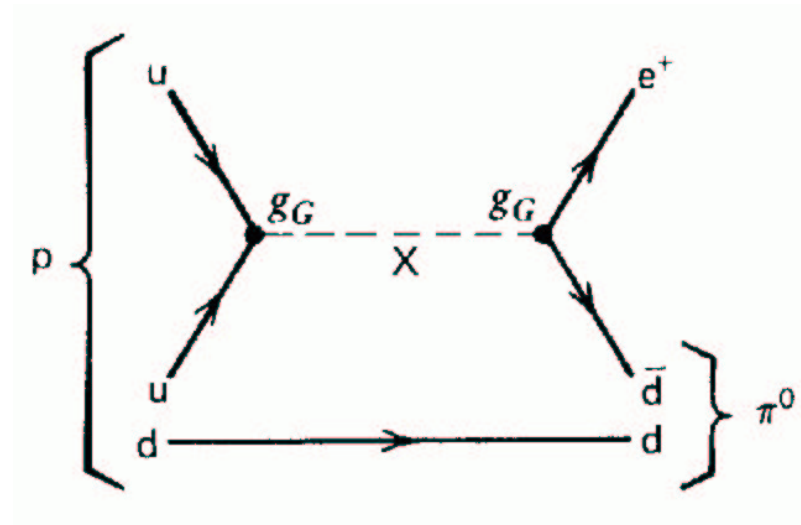
Są też możliwe inne kanały rozpadu...

Dla poszukiwania rozpadu protonu zbudowano **szereg eksperymentów**, m.in. **Super Kamiokande** (!).

Niestety **wyniki** wszystkich poszukiwań były **negatywne**.

Obecne ograniczenie ($p \rightarrow e^+ \pi^0$):

$$\tau_p > 1.6 \cdot 10^{33} \text{ y}$$



Wielka Unifikacja

$$\sin^2 \theta_W$$

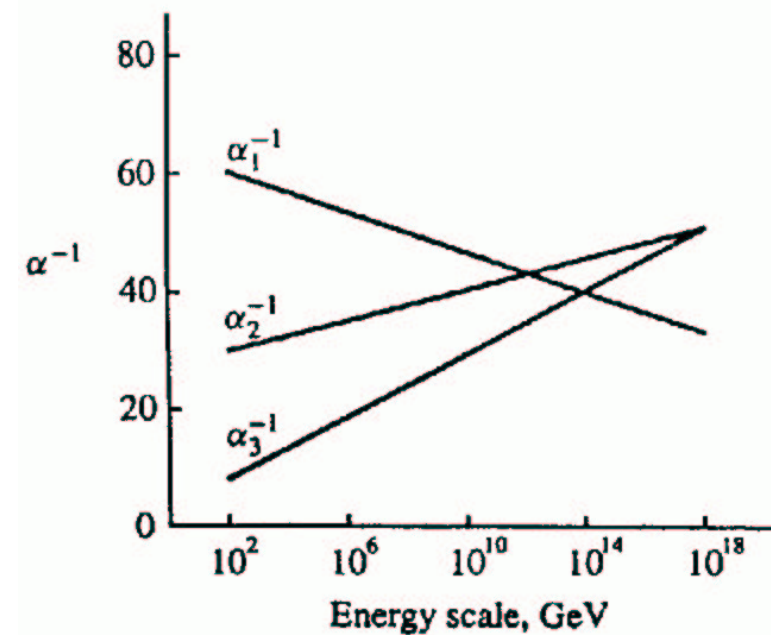
Ekstrapolując stałą sprzężenia $SU(2)$ od skali M_X do niskich energii model $SU(5)$ przewidywał wartość słabego kąta mieszania

$$\sin^2 \theta_W \approx 0.21$$

w bardzo dobrej zgodności z (ówczesnymi) danymi doświadczalnymi.

Późniejsze, dokładniejsze pomiary $\sin^2 \theta_W$ pokazały jednak, że w ramach najprostszego modelu $SU(5)$ nie następuje “pełna” unifikacja $\Rightarrow$

$$\sin^2 \theta_W = 0.23113 \pm 0.00015 \quad (2002)$$



Wielka Unifikacja

Inne modele

Najprostszy model $SU(5)$ jest już dziś **wykluczony** przez dane doświadczalne.

Możliwe jest “uratowanie” $SU(5)$ jeśli dopuścimy w teorii **nowe cząstki** o masach rzędu **1–10 TeV** $\Rightarrow$ obecność nowych cząstek zmienia ewolucję stałych sprzężenia.

Istnieje jednak szereg innych modeli opartych na “**bogatszych**” grupach cechowania:

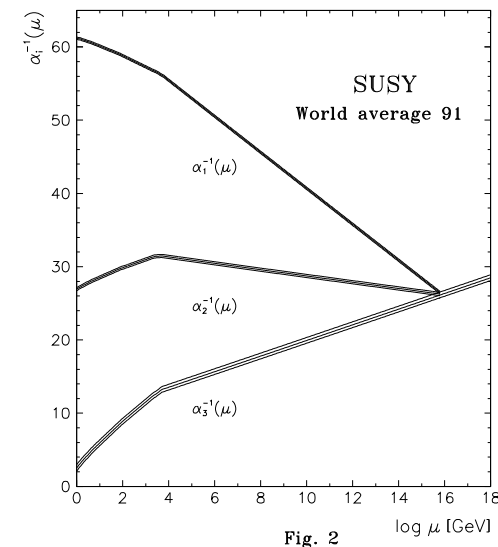
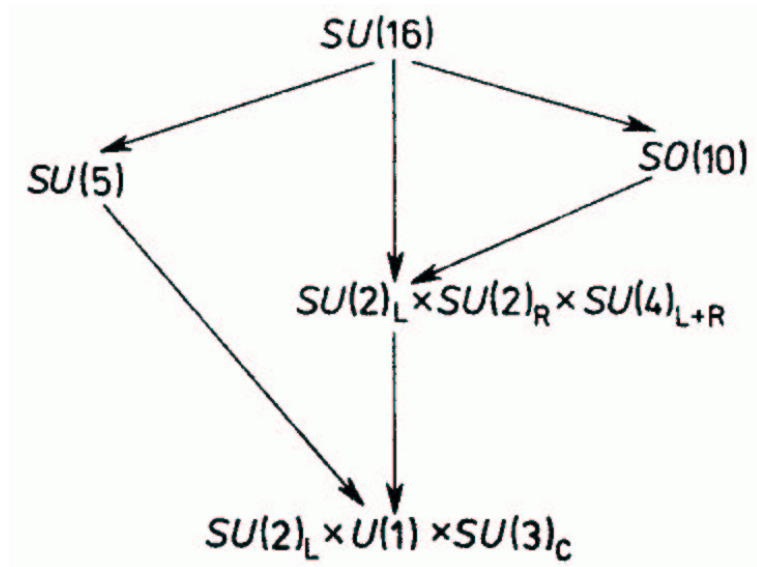


Fig. 2

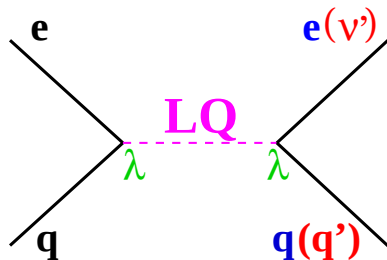
Jedna z możliwości: $\Rightarrow$ **supersymetria** (za tydzień)

Wielka Unifikacja

Leptokwarki

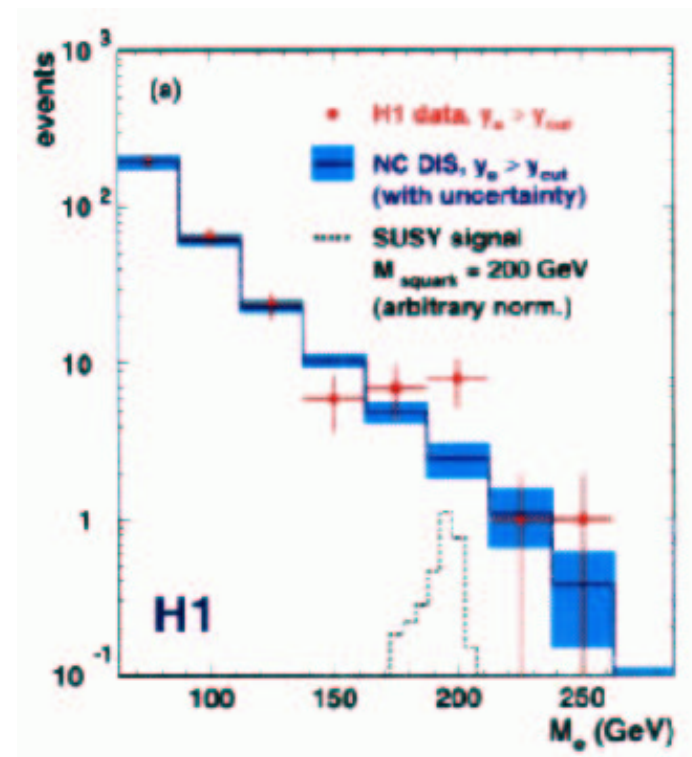
Teorie **wielkiej unifikacji** przewidują istnienie cząstek sprzęgających się do **leptonów** i **kwarków**, w ogólnym przypadku nazywanych **leptokwarkami** (LQ).

Czątki takie mogły by być produkowane w akceleratorach. **Produkcja** pojedynczych LQ w zderzeniach $e^\pm p$:



Cząstki takie widzielibyśmy w danych jako **rezonanse** w rozkładzie **masy inwariantnej** $e^\pm$ -jet.

Oczekiwany sygnał produkcji LQ:



Wielka Unifikacja

Leptokwarki

W HERA i LEP poszukiwano także odchyleń od przewidywań Modelu Standardowego spowodowanych przez obecność ciężkich LQ ($M_{LQ} \gg \sqrt{s}$)

W zebranych danych LEP, HERA i Tevatron nie znaleziono do tej pory żadnego sygnału produkcji (wymiany) LQ. Obecne ograniczenia na masy i sprzężenia leptokwarków:

SCALAR LEPTOQUARKS WITH F=2 ($S_{0,L}$)

