

# Dodatkowe wymiary

## Elementy fizyki cząstek elementarnych

### Wykład XIV

- Dodatkowe wymiary
- Jak dobrze znamy grawitacje
- Grawitacja w świecie cząstek
- Perspektywy

# Dodatkowe wymiary

## Skala Plancka

Problem hierarchii w Modelu Standardowym:

skala unifikacji  $M_{GUT} \gg \nu \sim M_W$

(skala łamania symetrii EW)

**Grawitacja:**

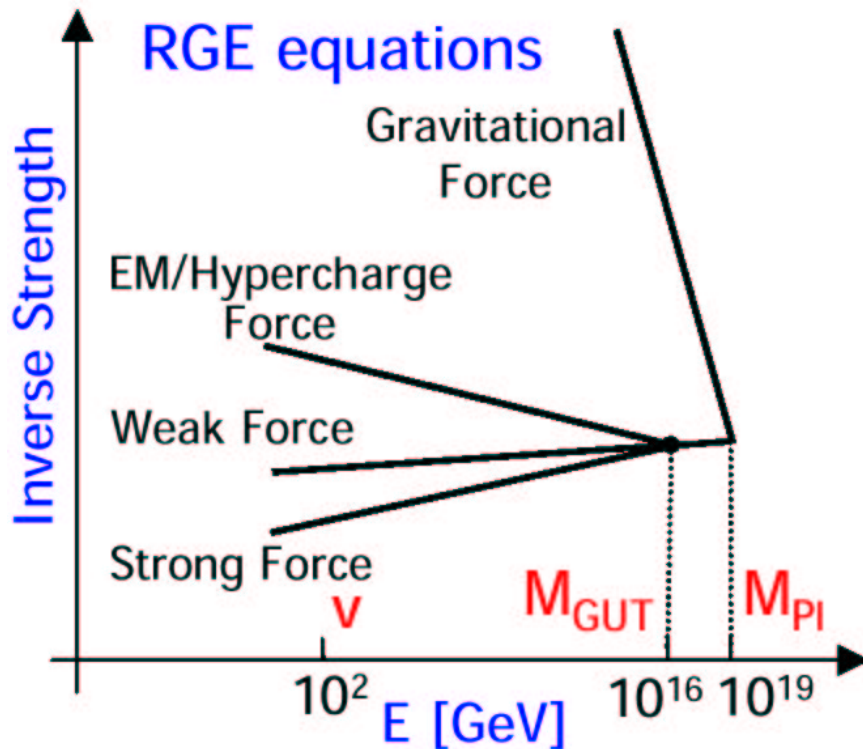
unifikacja dopiero przy skali

$$M_{Pl} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \sim 10^{19} \text{ GeV}$$

co odpowiada skali odległości

$$R_{Pl} \sim 10^{-35} \text{ m}$$

Jednak skala  $M_{Pl}$  musi być tak **duża** tylko przy **3 wymiarach** przestrzennych !



# Dodatkowe wymiary

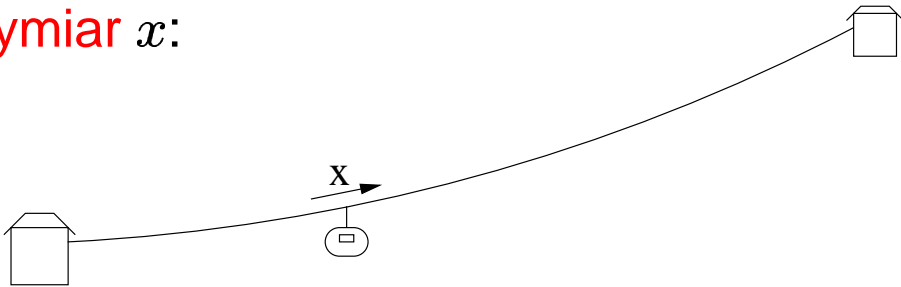
Jak dobrze znamy “wymiar” świata w którym żyjemy ?

Czy mogą być więcej niż 3 wymiary przestrzenne ?!

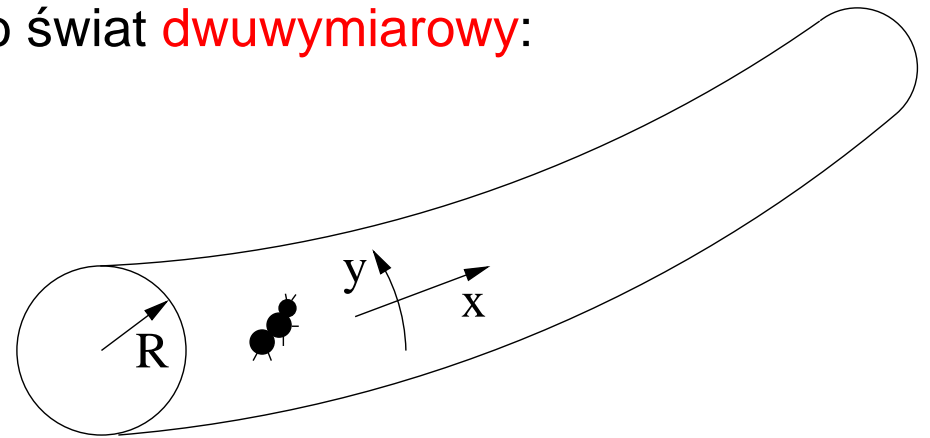
**NIE** - jeśli tylko nieskończone wymiary... **TAK** - jeśli dopuścimy wymiary skończone !

## Przykład I

Gdy rozpatrujemy ruch wagonika kolejki linowej przyjmujemy, że lina ma tylko jeden wymiar  $x$ :



Ale dla mrówki, która idzie po tej linii jest to świat dwuwymiarowy:



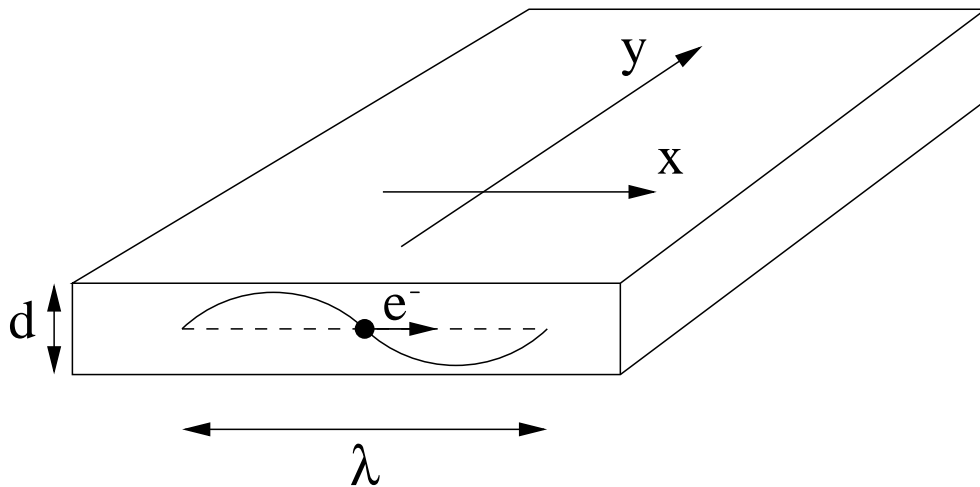
$y$  jest współrzędną cykliczną.

Drugą współrzędną zauważamy dopiero gdy przyglądamy się z rozdzielczością  $\Delta < R$

## Dodatkowe wymiary

### Przykład II

Elektron w bardzo cienkiej warstwie metalu:



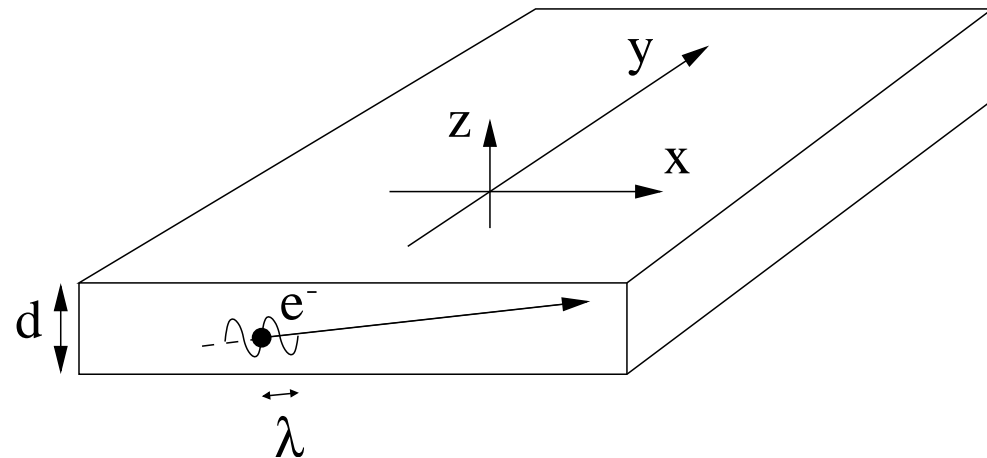
Jeśli długość fali elektronu  $\lambda \gg d$

$\Rightarrow$  ruch dwuwymiarowy.

“Wzbudzenie” w kierunku prostopadłym  
nie jest dostępne energetycznie.

(kwantowy efekt Halla).

Ale jeśli w tej samej warstwie metalu  
znajdzie się wysoko-energetyczny  
elektron ( $\lambda < d$ )



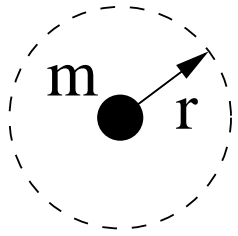
jego ruch musimy opisywać w trzech  
wymiarach...

# Dodatkowe wymiary

## Grawitacja

Przyjmijmy, że nasz świat jest  $1 + 3 + n$  wymiarowy ( $n$  dodatkowych wymiarów przestrzennych).

Jak będzie wtedy wyglądała grawitacja ?



Pole powierzchni kuli w  $(3 + n)$  wymiarach:

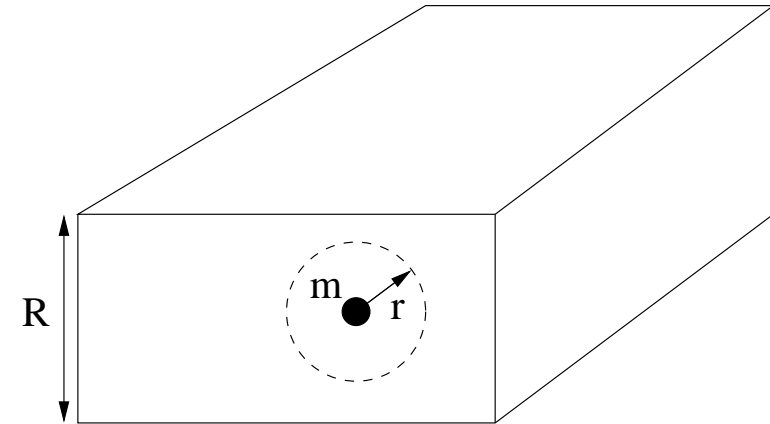
$$S(3+n) \sim r^{n+2}$$

Siła grawitacyjna, z Prawa Gaussa:

$$F_G \sim \frac{m_1 m_2}{M_S^{n+2}} \frac{1}{r^{n+2}}$$

gdzie  $M_S$  jest efektywną skalą Plancka w  $3 + n$  wymiarach

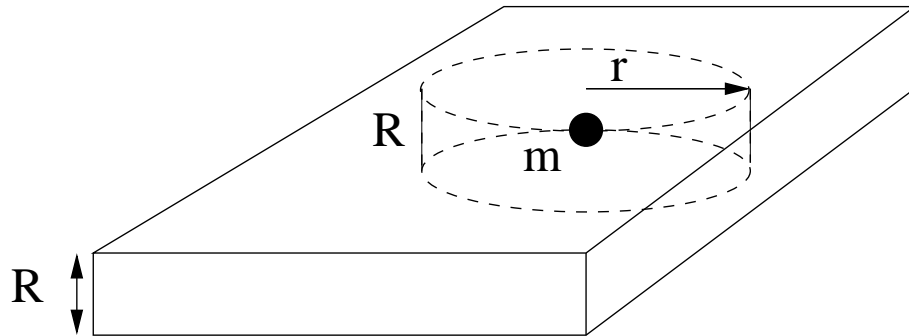
Takie podejście jest słuszne tylko dla  $r \ll R$ , gdy testujemy grawitację na bardzo małych odległościach:



# Dodatkowe wymiary

## Grawitacja

Gdy badamy oddziaływania na “dużych” odległościach  $r \gg R$ :



Pole powierzchni “walca” w  $(3+n)$  wymiarach:

$$S^{(3+n)} \sim R^n r^2$$

Siła grawitacyjna, z **Prawa Gaussa**:

$$F_G \sim \frac{m_1 m_2}{M_S^{n+2} R^n} \frac{1}{r^2}$$

Na dużych odległościach widoczne są tylko **3 wymiary**

$\Rightarrow$  odtwarzamy “klasyczną” grawitację Newtona...

Skalą **unifikacji** grawitacji jest teraz

$$M_S = \sqrt[n+2]{M_{Pl}^2 \left(\frac{R}{2\sqrt{\pi}}\right)^{-n}}$$

$M_S$  może być nawet rzędu

**1 TeV**, wszystko zależy od  $n$  i  $R$

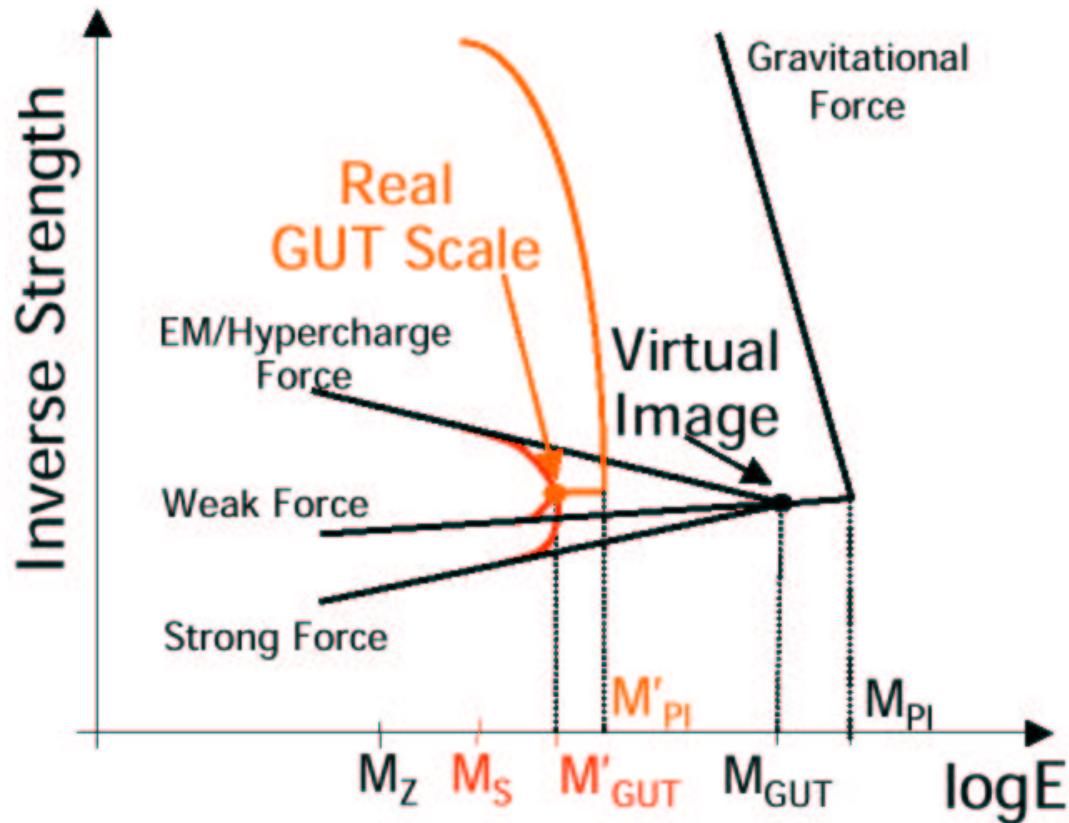
$\Rightarrow$  rozwiązanie **problemu hierarchii**

# Dodatkowe wymiary

## Unifikacja

Gdy skala energii przekracza  $1/R$  ewolucja stałych sprzężenia “przyspiesza”:

⇒ możliwa jest **unifikacja** wszystkich oddziaływań na dużo **niższych skalach** !



Przyjmując  $M_S$  1 TeV:

$$R = \frac{1}{2\sqrt{\pi}M_S} \left( \frac{M_{Pl}}{M_S} \right)^{2/n} \propto \begin{cases} 8 \times 10^{12} m, & n=1 \\ 0.7 \text{ mm}, & n=2 \\ 3 \text{ nm}, & n=3 \\ 6 \times 10^{-12} m, & n=4 \end{cases}$$

Jakie są ograniczenia doświadczalne ?

# Grawitacja

## Prawo Newtona

Przez 20 lat zastanawiał się nad spadającym jabłkiem...

W 1687 roku przedstawił prawo powszechnego ciążenia:

$$F_G = G_N \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G_N \approx 6.7 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{kg \cdot s^2}$$
$$\approx 6.7 \cdot 10^{-39} GeV^{-2}$$

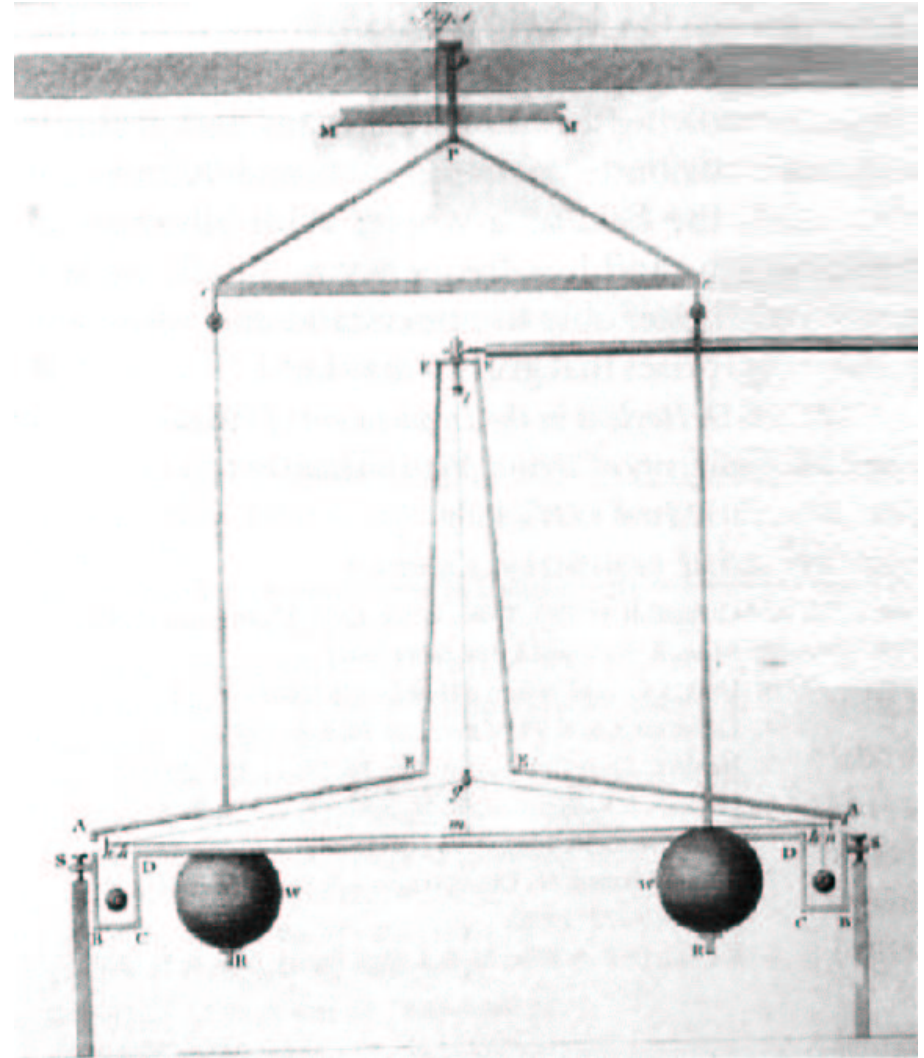
z zależności typu  $\frac{1}{r^2}$  wynikają prawa Keppler'a...

Pierwszy pomiar w laboratorium

⇒ waga skręceń Cavendish'a

⇒ potwierdzenie prawa Newtona

## Doświadczenie Cavendisha (1798)





# Grawitacja

## Ograniczenia doświadczalne

Wygodna parametryzacja odstępstw od prawa Newtona (dla potencjału grawitacyjnego)

$$V(r) = -G_N \frac{m_1 m_2}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$

$\lambda$  - skala odległości

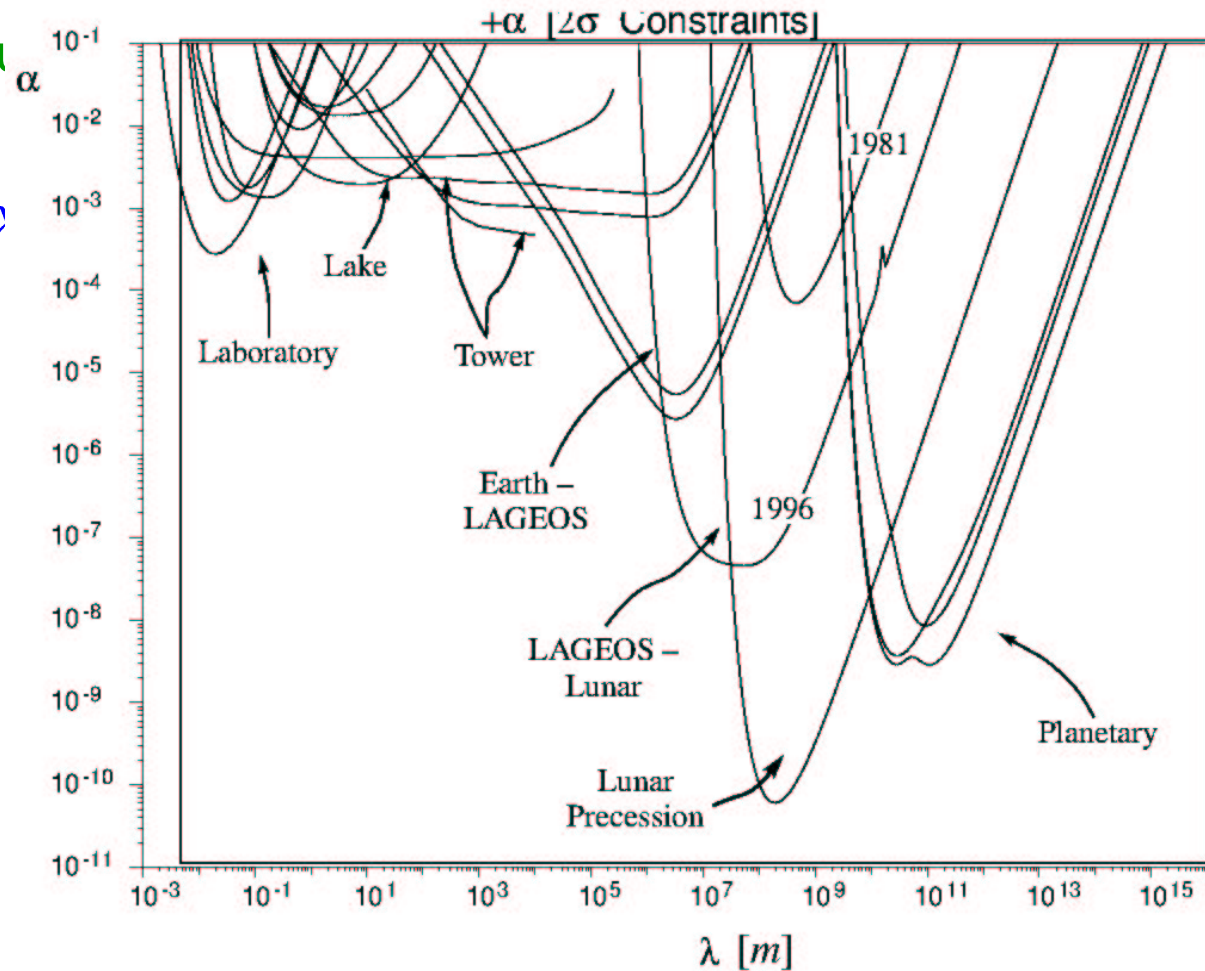
$\alpha$  - względne odchylenie ("łamanie")

Najdokładniej przetestowany układ:

Ziemia-Księżyc

Pomiary labroartoryjne:  $\lambda > 2 \text{ mm}$

Wyniki dostępne w 1996 roku  
(górne ograniczenia na  $\alpha$ )



# Grawitacja

## Eksperyment Eöt-Wash

(University of Washington)

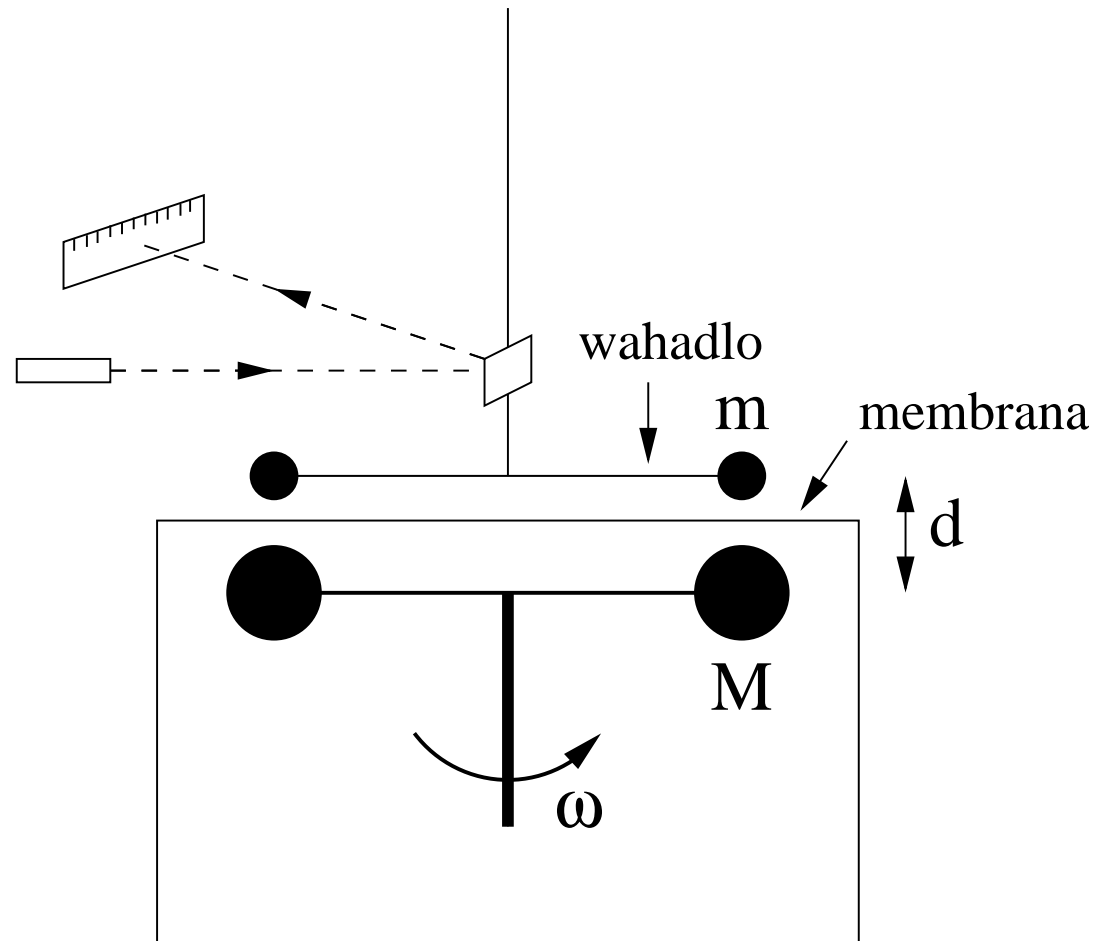
Nowy, bardzo precyzyjny **pomiar grawitacji** na małych odległościach,  $\lambda \leq 1 \text{ mm}$

Idea podobna do klasycznego doświadczenia **Cavendisha**.

**Duża masa obraca się** ruchem jednostajnym **pod** wahadłem, wprowadzając je w **drgania** (!) z częstotliwością  $\sim \omega$

$\Rightarrow$  dużo lepsza kontrola **błędów systematycznych** w porównaniu z pomiarem “statycznym”

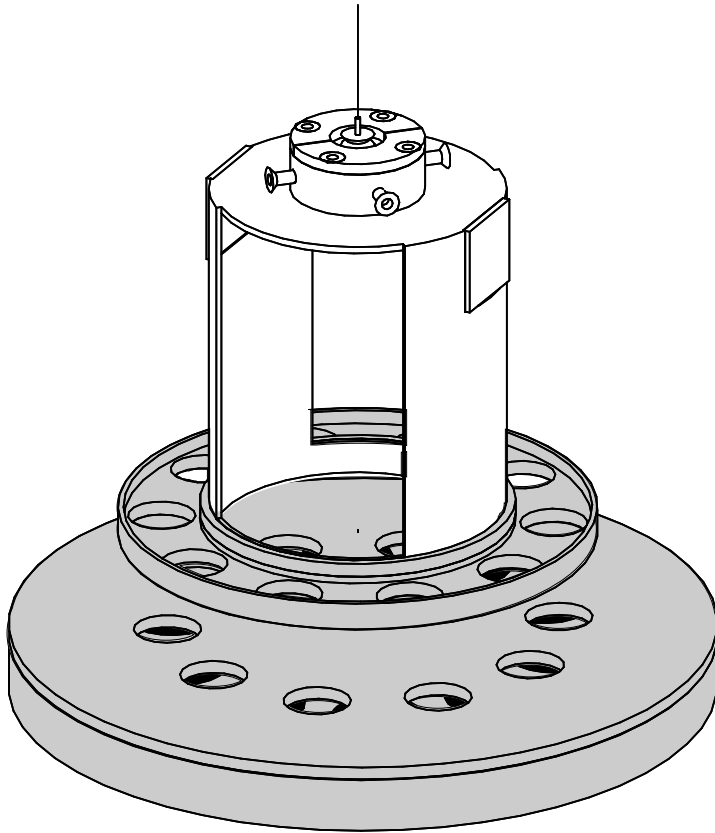
**Membrana:** dodatkowa izolacja obu części układu



# Grawitacja

## Eksperyment Eöt-Wash

Rzeczywisty układ doświadczalny  
(z pominięciem membrany):

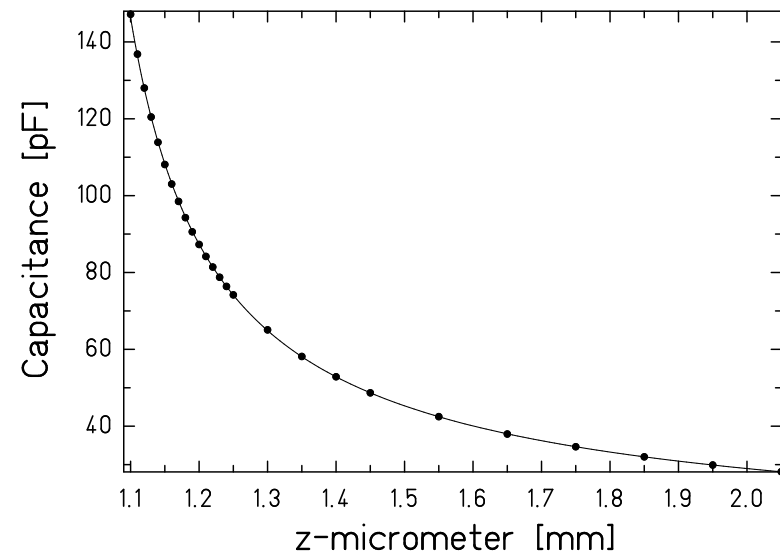


Zamiast kul - 10 otworów w wahadle  
i dysku “napędzającym”

Średnicz wahadła  $\sim 60$  mm,  
precyzja wykonania  $\pm 2.5 \mu m$ !

Grubość membrany oddzielającej:  $20 \mu m$

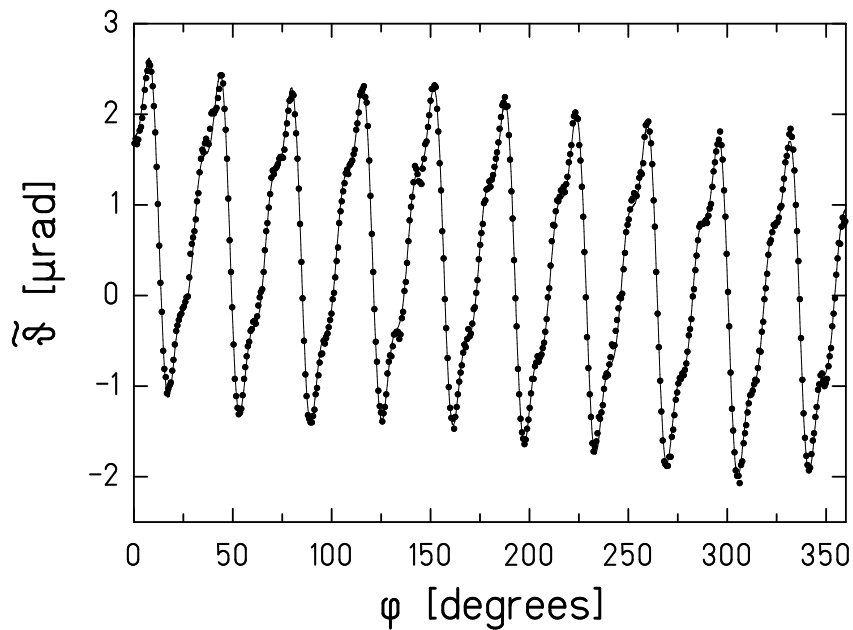
Pojemnościowy pomiar odległości  
(kondensator płaski):



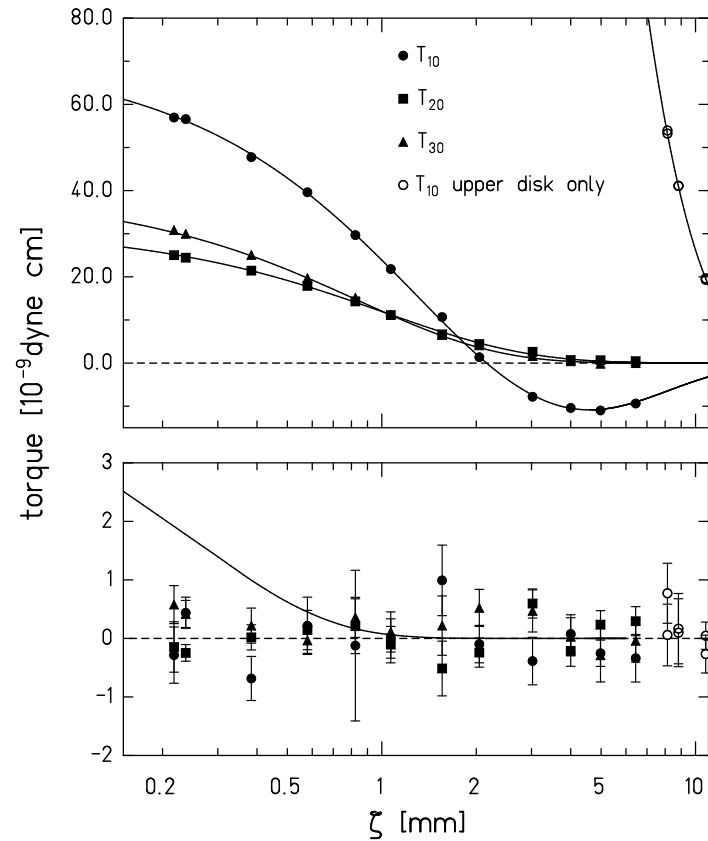
# Grawitacja

## Eksperyment Eöt-Wash

Wyniki pomiarów: jeden cykl obrotu dysku “napędzającego”



Momenty sił z analizy charmonicznej:



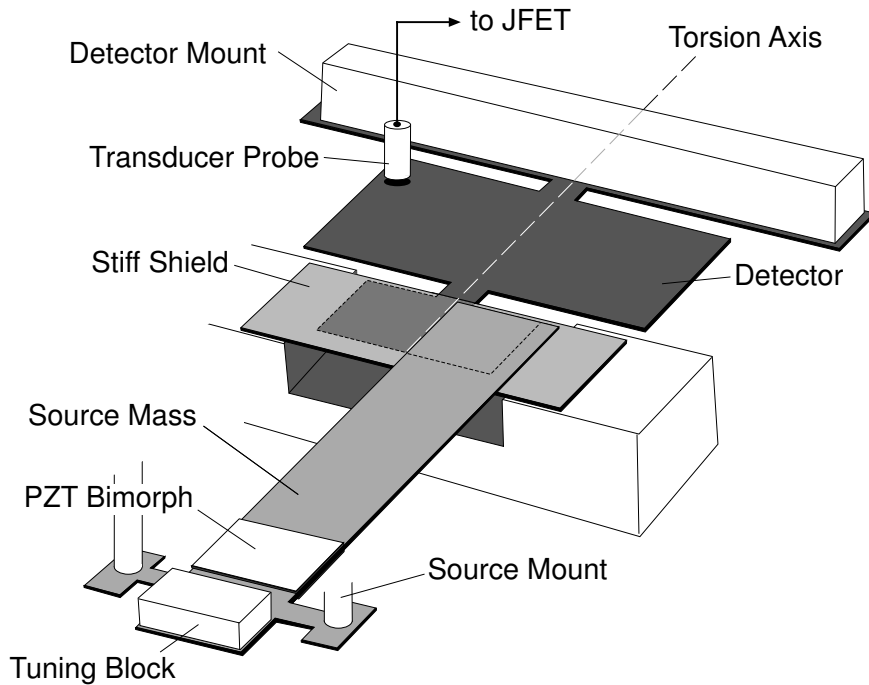
Bardzo dobra zgodność z przewidywaniami. Dla  $n = 2$ :

$$R < 150 \mu m \Rightarrow M_S > 4.0 TeV \quad (95\%CL)$$

# Grawitacja

## Nowe pomiary

University of Colorado (2003)

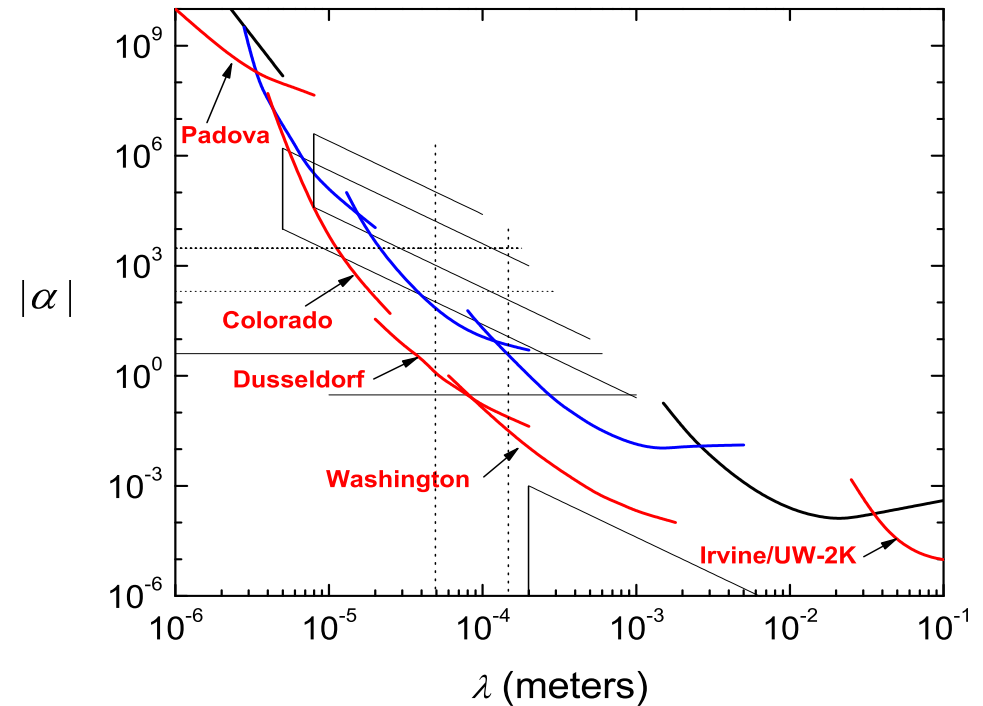


Poszukiwanie rezonansu wywołanego oddziaływaniami grawitacyjnymi

Drgająca płytka wolframowa ( $305 \mu m$ )  
pobudza do drgań drugą płytkę ( $195 \mu m$ )

## Zestawienie wyników

Istniejące i oczekiwane (z kolejnych pomiarów) ograniczenia na parametr  $\alpha$ :



“Zwykłe” dodatkowe wymiary  $\Rightarrow |\alpha| \sim 4$

# Grawitacja

## Ograniczenia astrofizyczne

$$n = 1$$

wykluczone już z obserwacji Układu Słonecznego ( $M_S \sim 1 \text{ TeV}$  wymaga  $R \sim 10^{12} \text{ m}$ )

$$n = 2$$

Bardzo silne ograniczenia astrofizyczne i kosmologiczne:

- emisja grawitonów przy zapadaniu się supernowych  
neutrin z SN1987A  $\Rightarrow M_S > 30 \text{ TeV}, R < 0.7 \mu\text{m}$
- promieniowanie  $\gamma$  z rozpadu grawitonów  $M_S > 450 \text{ TeV}, R < 3 \text{ nm}$
- temperatura powierzchni gwiazd neutronowych  $M_S > 1700 \text{ TeV}, R < 0.2 \text{ nm}$   
 $\Rightarrow$  też praktycznie wykluczona

$$n \geq 3$$

Ograniczenia astrofizyczne i kosmologiczne dużo słabsze

$\Rightarrow$  obszar zainteresowań fizyki cząstek

# Model

Precyzyjne pomiary fizyki cząstek **wykluczają** istnienie “zwykłych” (otwartych dla wszystkich cząstek) dodatkowych wymiarów. Musimy wprowadzić pewne modyfikacje:

Model ADD Arkhani-Hamed, Dimopoulos and Dvali (1998)

Cząstki **Modelu Standardowego** “żyją” w 1+3 wymiarach.

**Dodatkowe** wymiary dostępne są tylko dla **grawitonów**  $\Rightarrow$

Grawitacja dalej jest **słaba** ( $\sim \frac{1}{M_{Pl}^2}$ )

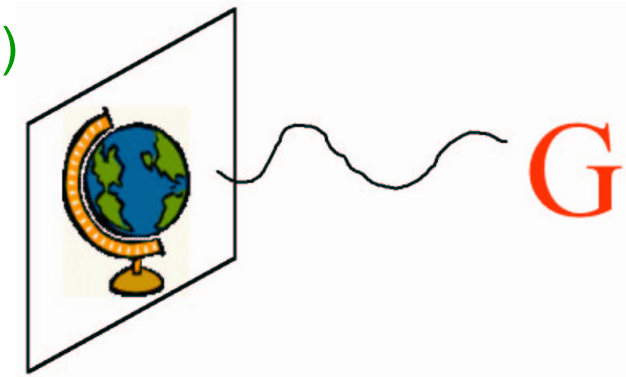
Ale w 1+3 wymiarach grawiton widoczny jest jako szereg stanów o masach:

$$m_i = i \cdot \Delta m \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

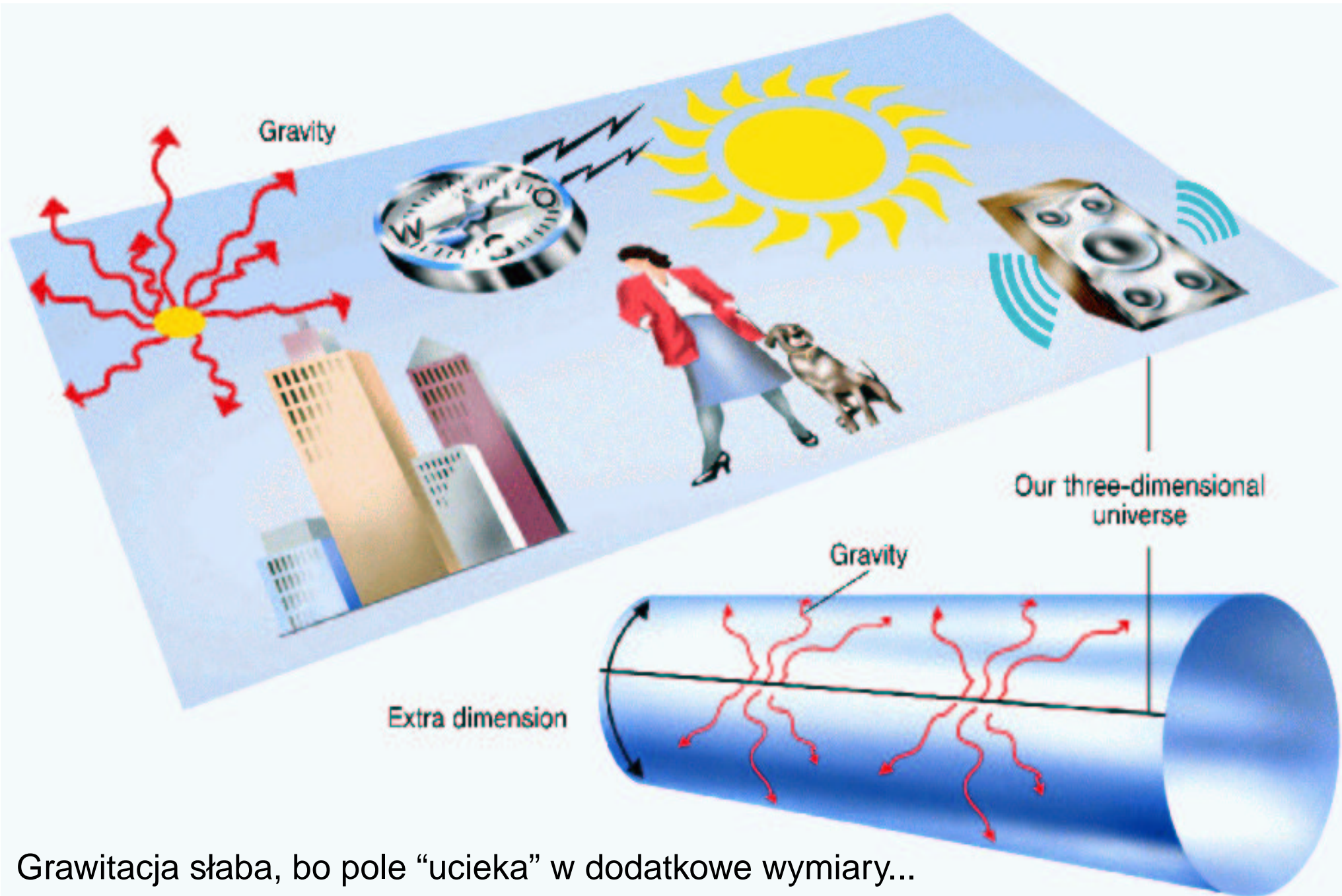
Kolejne stany “wzbudzone” odpowiadają **kwantyzacji** pędu **w dodatkowych wymiarach**:

$$\Delta m \sim \frac{1}{R} \sim M_S \left( \frac{M_S}{M_{Pl}} \right)^{\frac{2}{n}}$$

$\Delta m$  bardzo małe  $\Rightarrow$  **dużo** dostępnych **stanów**  $\Rightarrow$  wzmocnienie grawitacji ( $\sim \frac{1}{M_S^2}$ )







Grawitacja słaba, bo pole “ucieka” w dodatkowe wymiary...



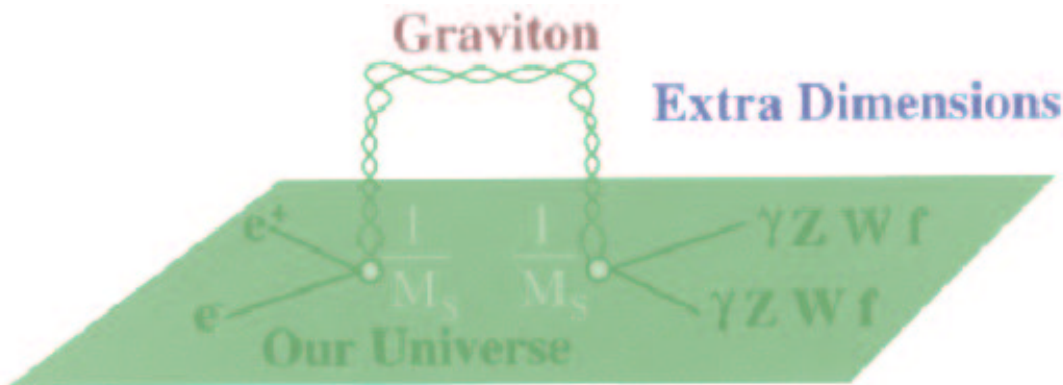
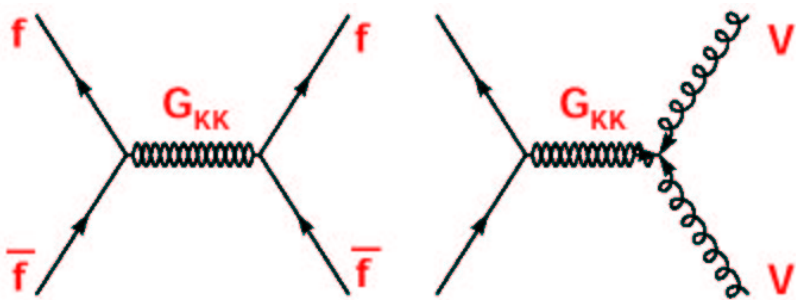
# Poszukiwania

## Wymiana grawitonów

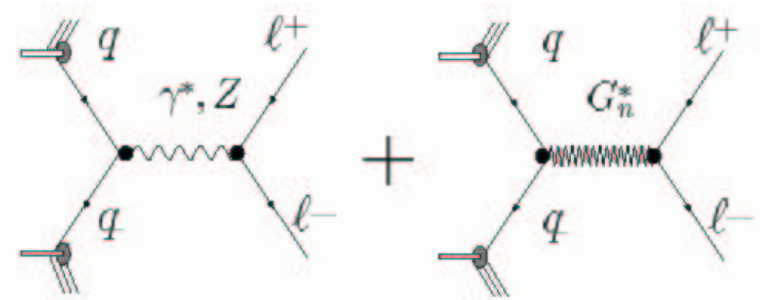
Przy skalach  $\sqrt{s} \sim M_S$  wymiana grawitonów może być porównywalna z wymianą  $\gamma$  i  $Z^0$ .

LEP: wkład do produkcji par cząstek

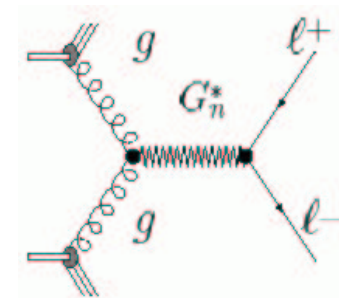
$$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}, W^+W^-, ZZ, \gamma\gamma$$



$p\bar{p}$ : wkład do produkcji par leptonów (proces Drell'a-Yan'a)



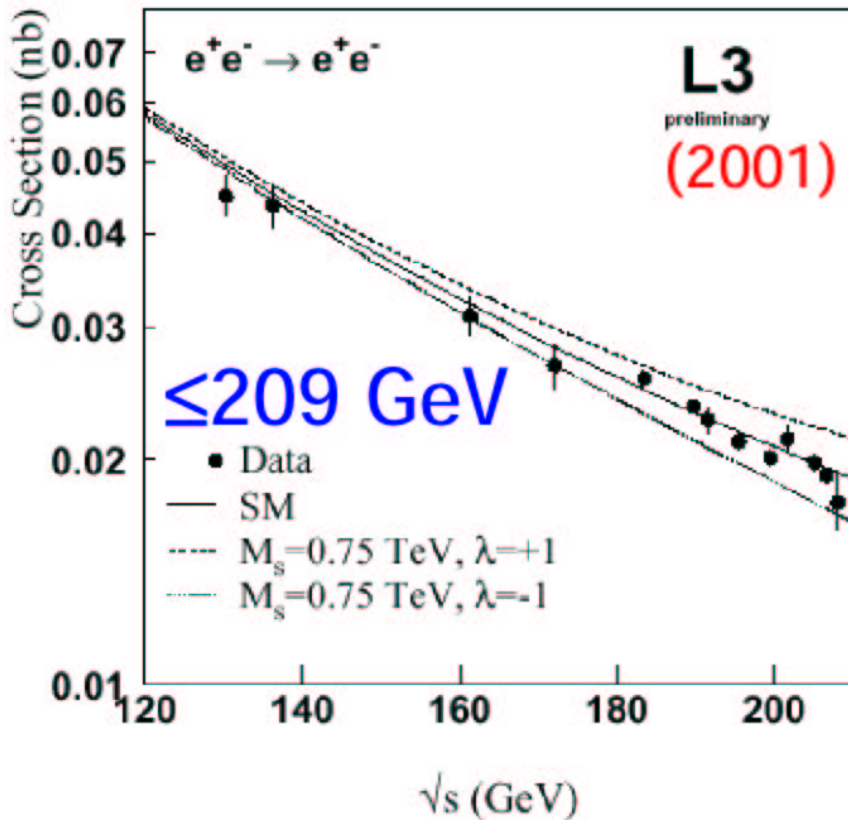
Dodatkowy wkład od gluonów !!! (nieobecny w SM)



# Poszukiwania

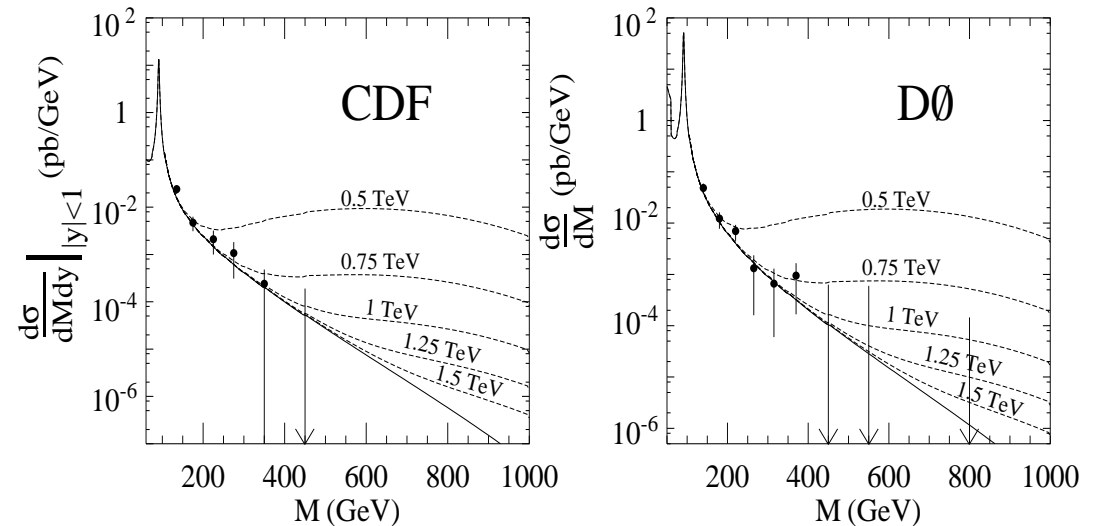
## Wymiana grawitonów

Przykładowe wyniki współpracy L3:



Wyniki eksperymentów przy Tevatronie:

$$p\bar{p} \rightarrow e^+e^-, \gamma\gamma$$



Dobra zgodność z SM  $\Rightarrow M_S > 1.0-1.0 \text{ TeV}$

NC DIS w HERA  $\Rightarrow M_S > \sim 0.8 \text{ TeV}$

brak odchyień  $\Rightarrow M_S > \sim 1.0 \text{ TeV}$

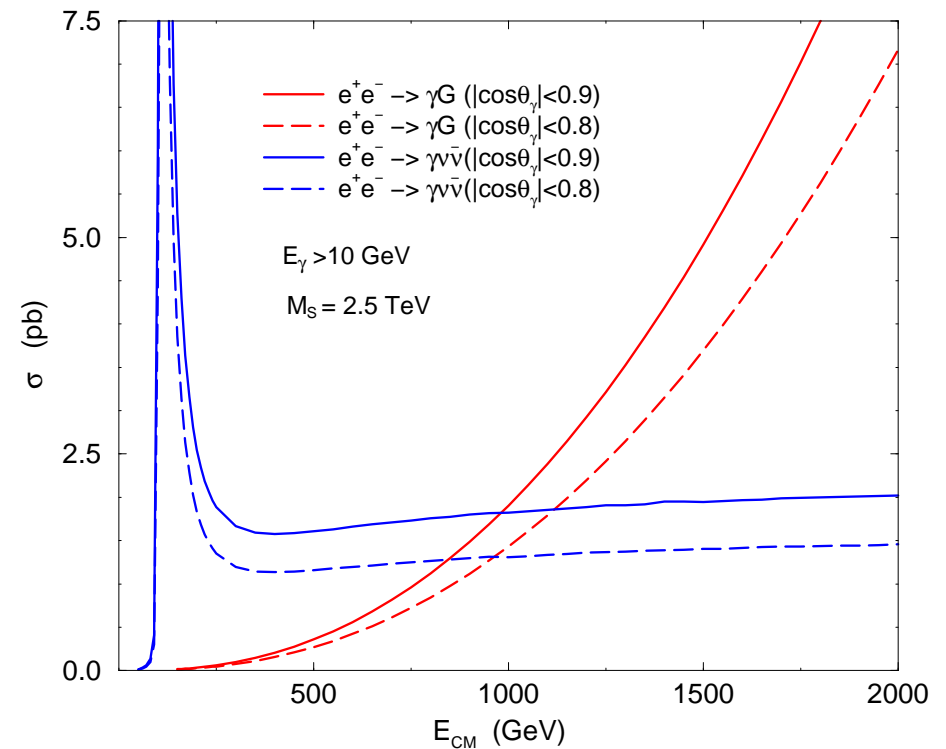
# Poszukiwania

## Produkcja grawitonów

Emisja grawitonu w dodatkowe wymiary  $\Rightarrow$  brakująca energia i pęd (jak przy emisji  $\nu$ )



Porównanie przekrojów czynnych dla sygnału i tła:



Poszukiwanie w LEP:

$$e^+e^- \rightarrow \gamma G$$

główne tło:  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z^0$   
 $Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$

Brak odchyień  $\Rightarrow$

$$M_S > \sim 1.0 \text{ TeV} \quad n = 2$$

$\Rightarrow$  Potrzebne wyższe energie !...

# Model

## Model R-S Randal, Sundrum (1999)

Tylko  **jeden**  dodatkowy  **wymiar** , ale bardziej skomplikowana  **metryka** .

**Grawitacja**  silna na równoległej  **“ścianie”** ,  
jest  **tłumiona**  (poprzez  **metrykę** ) w  
“naszym” świecie ( **“ścianie”** )

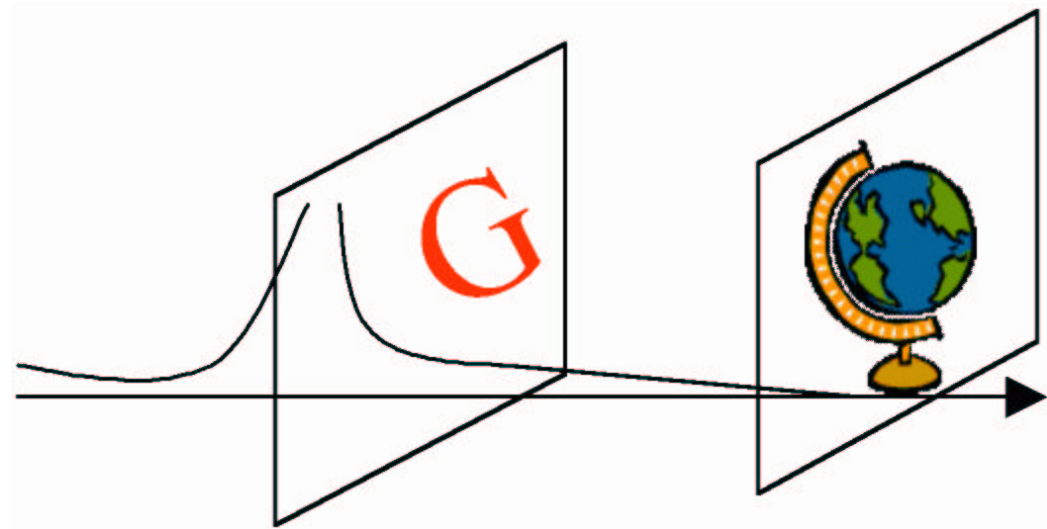
Model przewiduje  **dyskretne**  widmo  
( **stanów wzbudzonych** )  **grawitonów** .

Kolejne stany odległe są o:

$$\Delta m \sim 1 \text{ TeV}$$

⇒ poszukiwanie  **produkcji**   
stanów  **rezonansowych**

Obecne eksperymenty - zbyt małe energie ⇒ musimy poczekać na  **LHC** ...

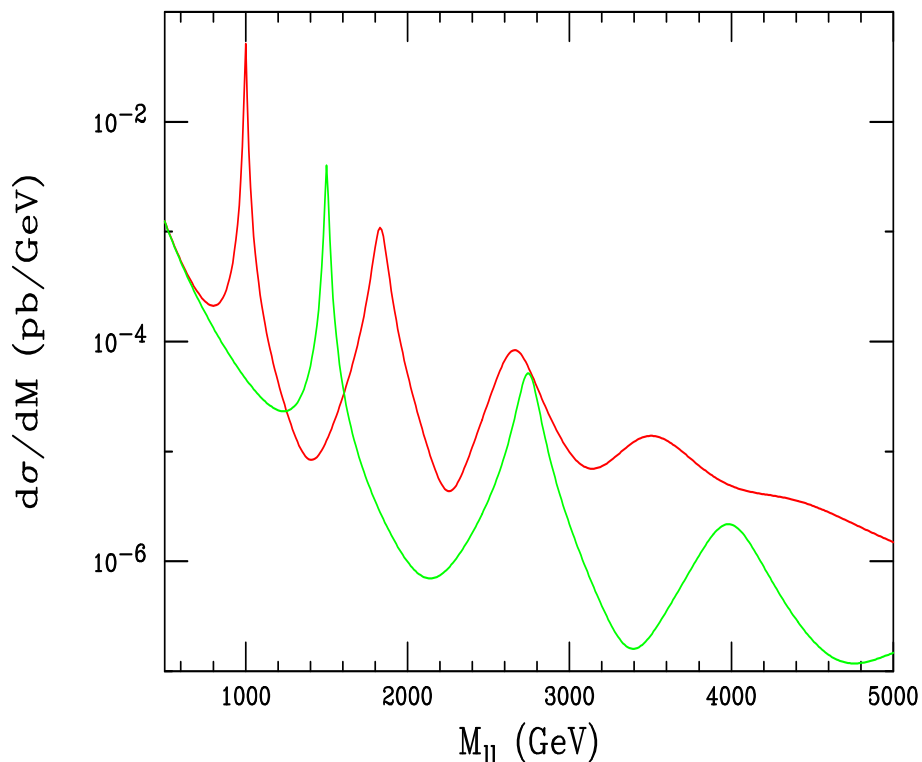


# Perspektywy

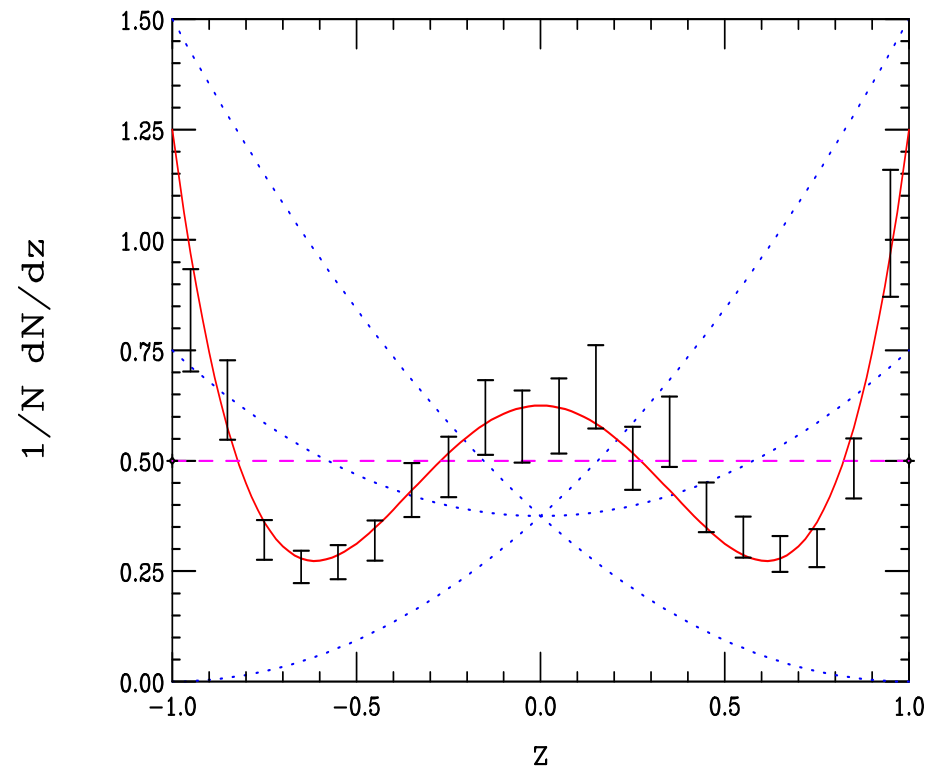
## Poszukiwanie rezonansów (R-S model)

Przekrój czynny na proces Drell'a-Yan'a w LHC, przyjmując  $m_1 = 1$  TeV i 1.5 TeV

Wymiana grawinonu daje charakterystyczny rozkład kątowy (wymiana obiektu o spinie 2):



masa niezmiennicza  $l^+l^-$



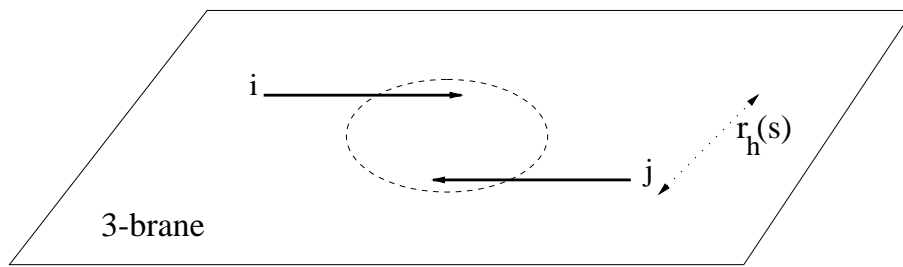
$z = \cos \theta$

# Perspektywy

## Produkcja czarnych dziur

Gdy dostępna energia przekroczy  $M_S$  możliwa staje się produkcja **czarnych dziur** !

czarna dziura  $\equiv$  obiekt związany grawitacyjnie



Promień **Schwarzschilda** dla masy  $m_{BH} = \sqrt{\hat{s}}$ :

$$R_S \sim \frac{1}{M_S} \left( \frac{\sqrt{\hat{s}}}{M_S} \right)^{\frac{1}{n+1}}$$

Przekrój czynny na produkcję czarnej dziury:

$$\sigma_{BH}(s) \approx \pi R_S^2 \sim s^{\frac{1}{n+1}}$$

$\Rightarrow$  szybko rośnie z energią.  
Może być bardzo duży !!!

W **LHC** ( $\sqrt{s} = 14$  TeV;  $n = 6$ ):

$m_{BH} \geq 5$  TeV  $\Rightarrow$  1 BH/s  
 $m_{BH} \geq 10$  TeV  $\Rightarrow$  3 BH/day  
 $\Rightarrow$  **fabryka czarnych dziur**



W USA były pomysły zamknięcia RHICu, żeby nie wyprodukował czarnej dziury!

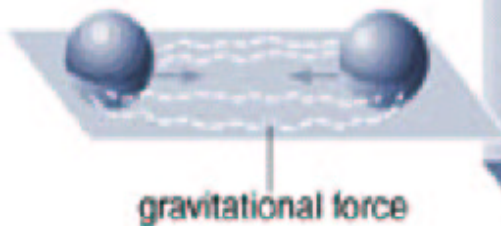
Trzeba było wszystko tłumaczyć...

## Black Holes on Demand

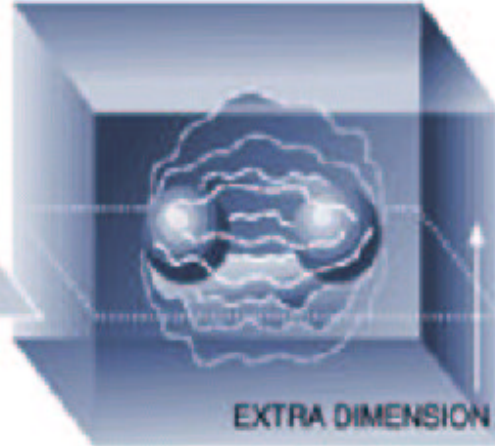
NYT, September 11, 2001 

Scientists are exploring the possibility of producing miniature black holes on demand by smashing particles together. Their plans hinge on the theory that the universe contains more than the three dimensions of everyday life. Here's the idea:

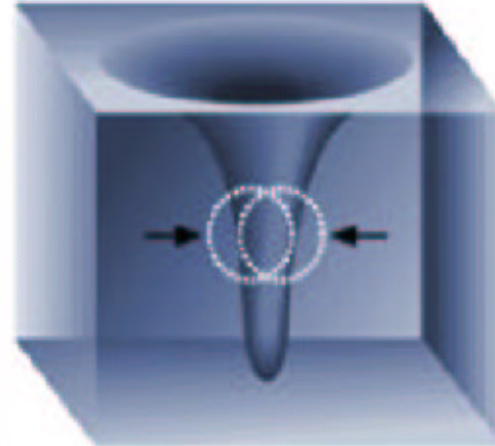
Particles collide in three dimensional space, shown below as a flat plane.



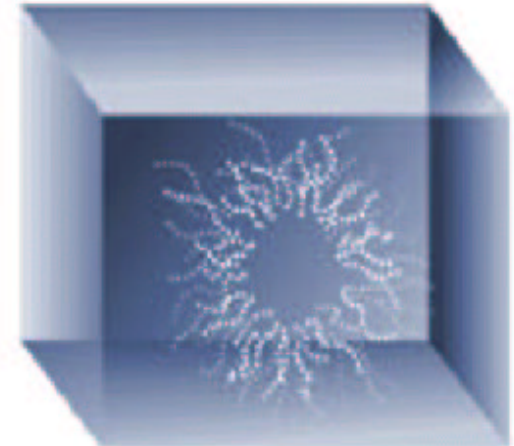
As the particles approach in a particle accelerator, their gravitational attraction increases steadily.



When the particles are extremely close, they may enter space with more dimensions, shown above as a cube.



The extra dimensions would allow gravity to increase more rapidly so a black hole can form.

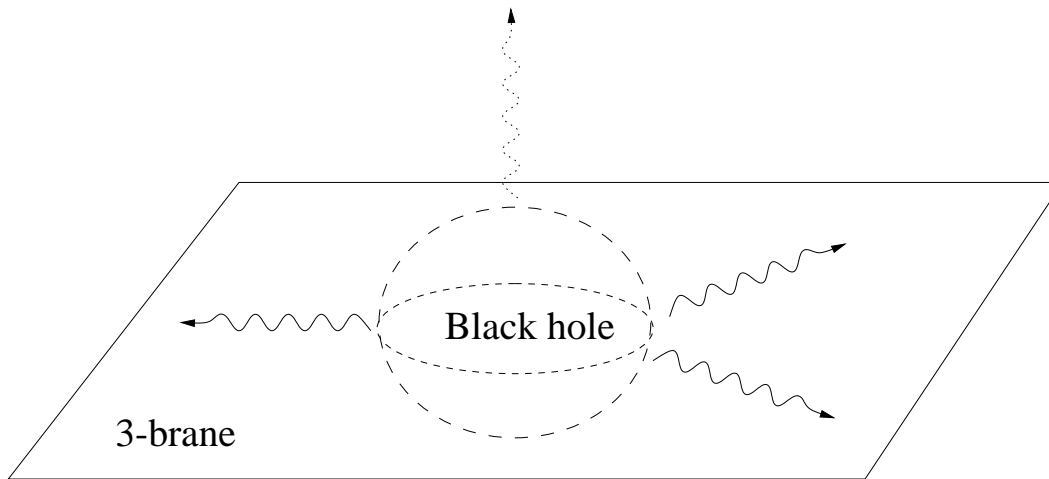


Such a black hole would immediately evaporate, sending out a unique pattern of radiation.

# Perspektywy

## Produkcja czarnych dziur

Czarna dziura “paruje” emitując **izotropowo** **wysokoenergetyczne** cząstki:



Część **energii** ucieka w dodatkowe wymiary (**grawitony**), ale większość powinna być **widoczna**.

⇒ kolejny stan, którego możemy poszukiwać

**Sygnatura:**

- ⇒ wzrost przekroju czynnego dla **dużych mas**
- ⇒ zwiększona produkcja **wysokoenergetycznych** leptonów i fotonów ( $\geq 100 \text{ GeV}$ )

Średni **czas życia** czarnej dziury

$$\tau \sim 10^{-29} \text{ s}$$

ale w szczególnych przypadkach możliwe też stany metastabilne...



# Perspektywy

## Kosmologia

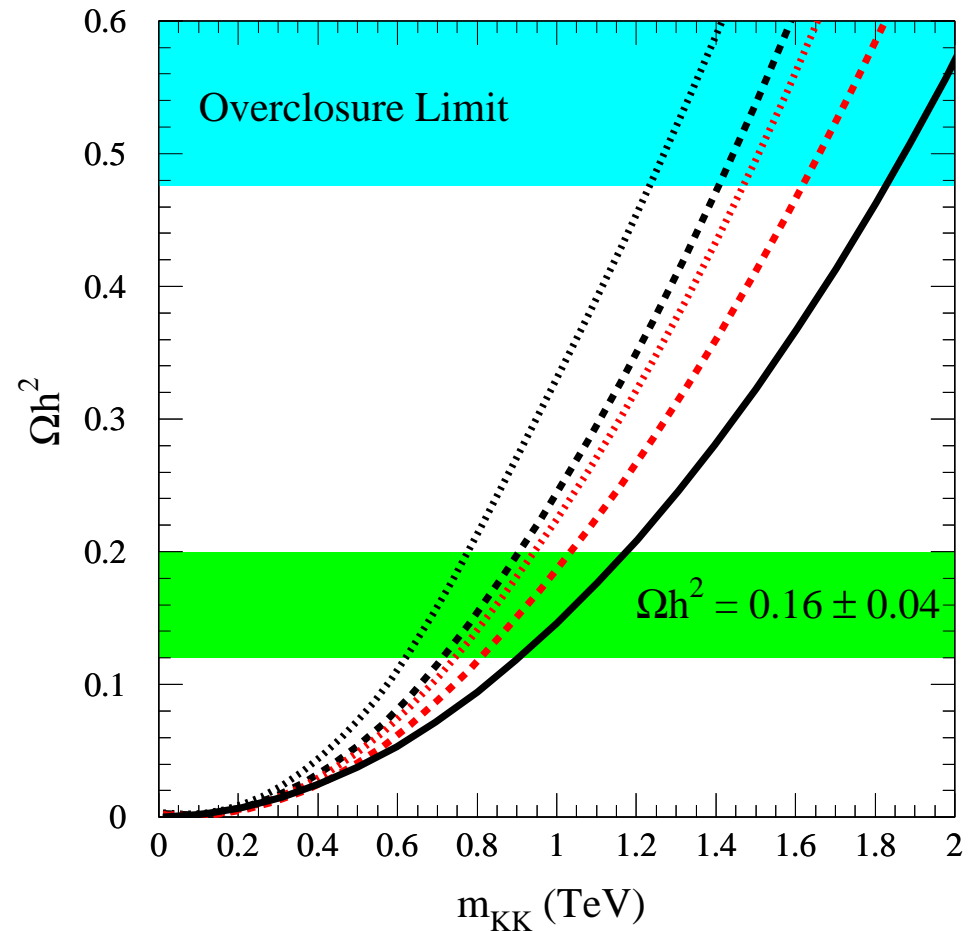
**Dodatkowe wymiary** mogłyby także wytłumaczyć obecność “ciemnej materii” we Wszechświecie.

Ciemną materią mogłyby być stany **wzbudzone** cząstek, czyli energia “schowana” w **dodatkowych wymiarach**.

Przewidywana gęstość **ciemnej materii** pochodzącej od stanów **wzbudzonych fotonów**, w funkcji ich masy  $\Rightarrow$

Porównując z obserwacjami:

$$m_{\gamma^*} \approx 800 - 1000 \text{ GeV}$$

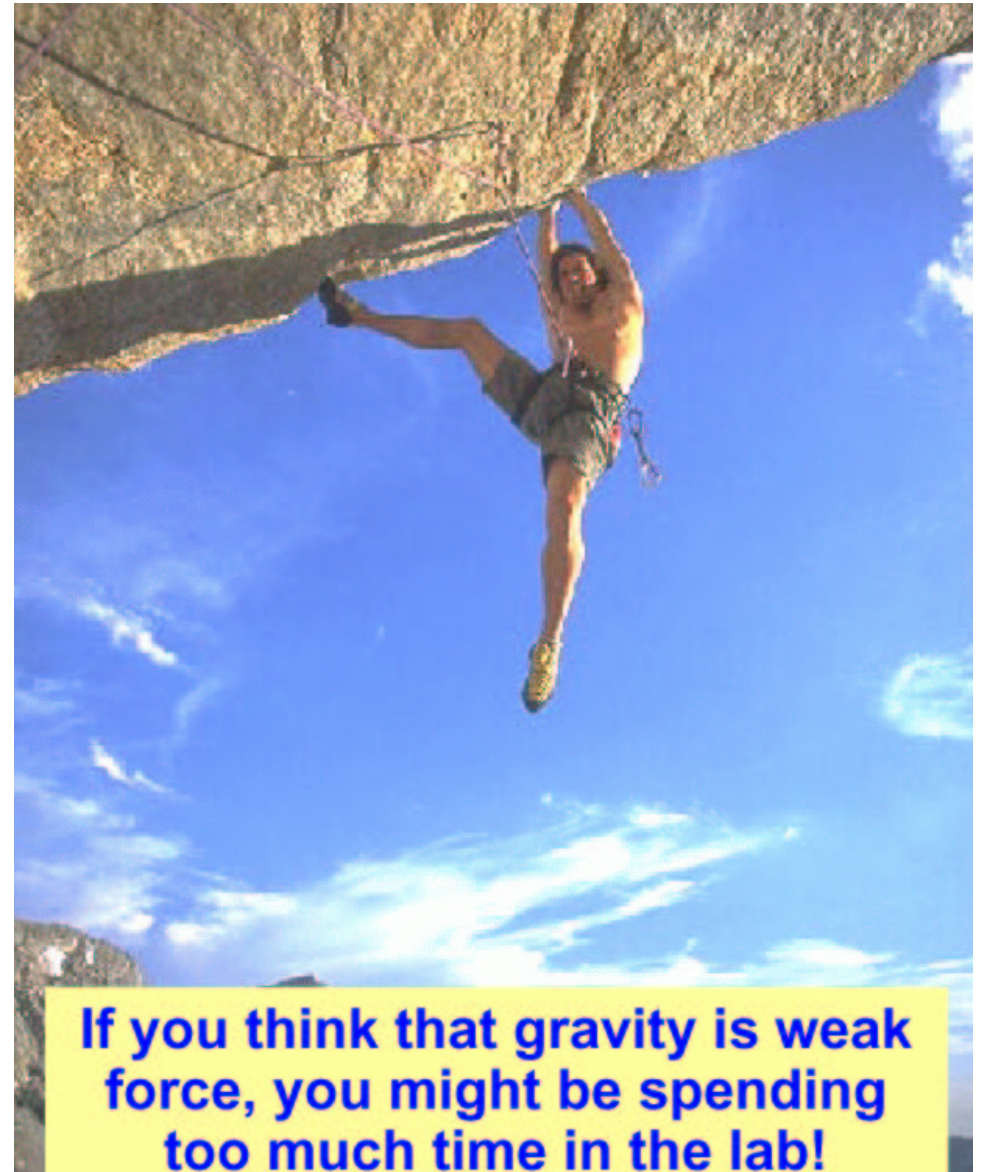


## Podsumowani

On 2/15/00 patent 6,025,810 was issued to David Strom for a "hyper-light-speed antenna." The concept is deceptively simple: "The present invention takes a transmission of energy, and instead of sending it through normal time and space, **it pokes a small hole into another dimension, thus sending the energy through a place which allows transmission of energy to exceed the speed of light.**" According to the patent, this portal "allows **energy from another dimension to accelerate plant growth.**" - from the AIP's "What's New", 3/17/00

**Dodatkowe wymiary** zostały już...  
opatentowane !

Jeśli myślisz, że **grawitacja** jest słaba...  
prawdopodobnie spędzasz za dużo  
czasu w **laboratorium!** ⇒



**If you think that gravity is weak force, you might be spending too much time in the lab!**