

Wielka Unifikacja

Elementy fizyki cząstek elementarnych

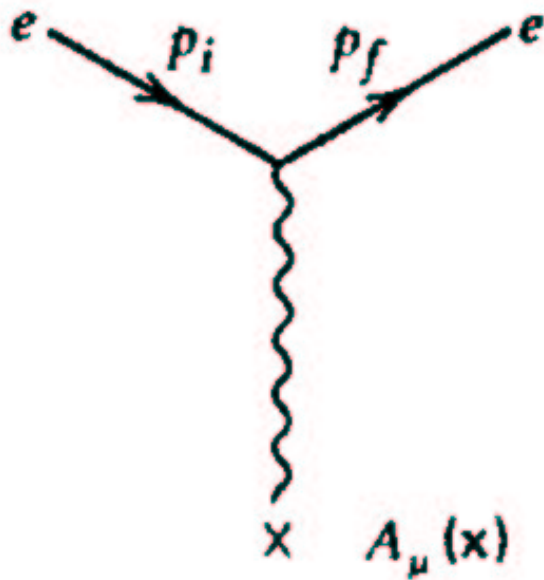
Wykład XI

- Co to jest ładunek ?...
- Biegająca stała sprzężenia i renormalizacja w QED
- Pomiar $g_\mu - 2$
- Biegająca stała sprzężenia QCD
- Unifikacja SU(5)
- Leptokwarki

QED

Ładunek elektryczny

Rozważmy rozpraszanie naładowanej cząstki o ładunku Qe w polu elektrycznym jądra $(+Ze)$:



W podejściu klasycznym rozpraszanie opisuje wzór Rutherforda:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze)^2 (Qe)^2}{64\pi^2 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Mierząc przekrój czynny możemy więc wyznaczyć ładunek Q padającej cząstki (jeśli znamy Z i e).

Albo, znając Z i Q możemy wyznaczyć wartość ładunku elementarnego e ...

Ale

Co to jest ładunek elementarny ?...

QED

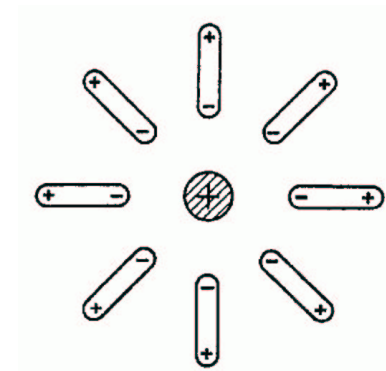
Ładunek elementarny

Ładunek elementarny chcielibyśmy zdefiniować jako wartość ładunku pojedynczego, izolowanego i nieoddziałującego elektronu.

Ale w QED elektron nigdy nie jest “goły”. Cały czas emituje wirtualne fotony, które z kolei mogą konwertować w pary e^+e^- (w ogólności w dowolne dwie cząstki naładowane).



W obecności zewnętrznego pola wirtualne pary e^+e^- mogą ulec polaryzacji, podobnie jak ładunki w dielektryku:

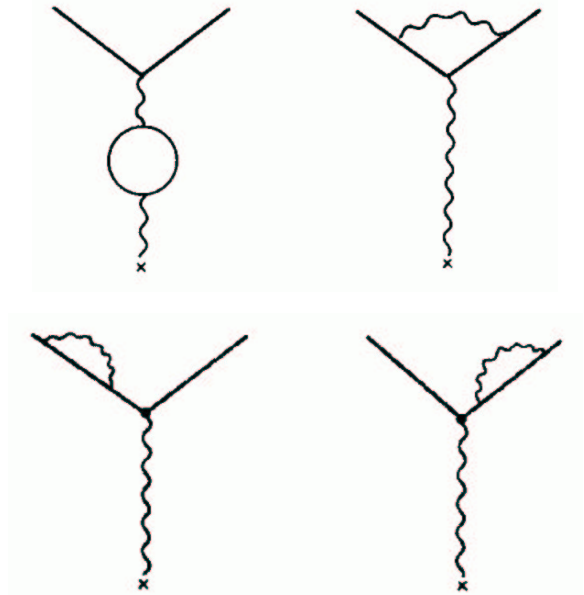


“Polaryzacja próżni” \Rightarrow mierzony ładunek elektronu jest mniejszy niż “goły” ładunek.

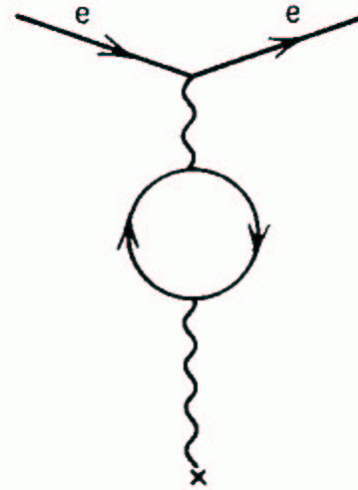
QED

Poprawki wyższych rzędów

W QED możemy próbować policzyć wkłady od procesów **wyższych rzędów**. W NLO (Next-to-Leading-Order) mamy **cztery** dodatkowe **diagramy**:



Istotny wkład daje tylko **pierwszy diagram**:



Dla dużych wirtualności $q^2 \equiv -Q^2$ wymianianego fotonu, z **całkowania** po pędzie **wirtualnego elektronu** mamy

$$\frac{e^2}{e_0^2} = 1 - \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log \left(\frac{E_{max}^2}{Q^2} \right)$$

gdzie e jest **mierzona** a e_0 “**gołą**” wartością ładunku, E_{max} jest maksymalną energią elektronu w pętli.

Jesli $E_{max}^2 \gg Q^2$ to “mamy problem”...

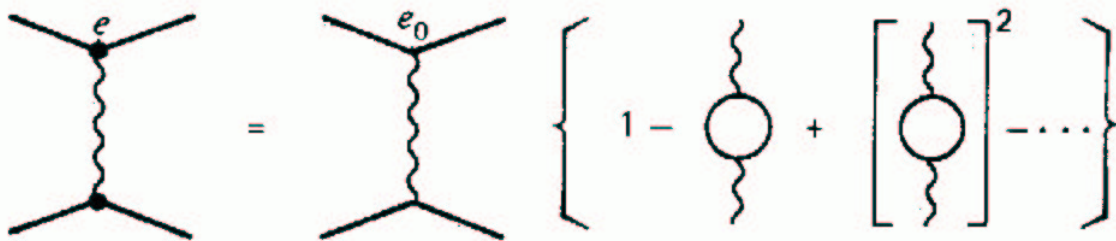
QED

Poprawki wyższych rzędów

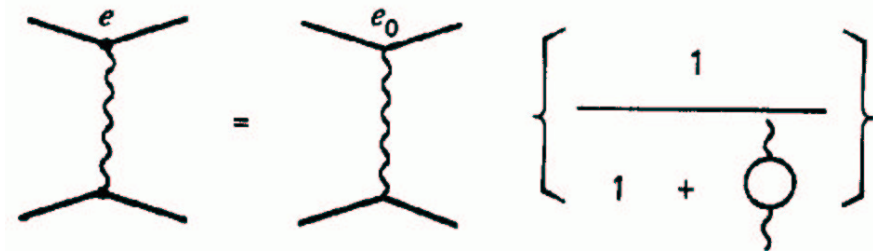
Problem częściowo znika, gdy uwzględnimy kolejne poprawki:



Dodanie kolejnej pętli zawsze daje taką samą poprawkę, w stosunku do wyniku uzyskanego w niższym rzędzie \Rightarrow sumę można przedstawić jako szereg geometryczny:



Suma takiego szeregu powinna wynosić:



To tylko obraz jakościowy, który jednak potwierdzają dokładne rachunki...

QED

Biegająca stała sprzężenia

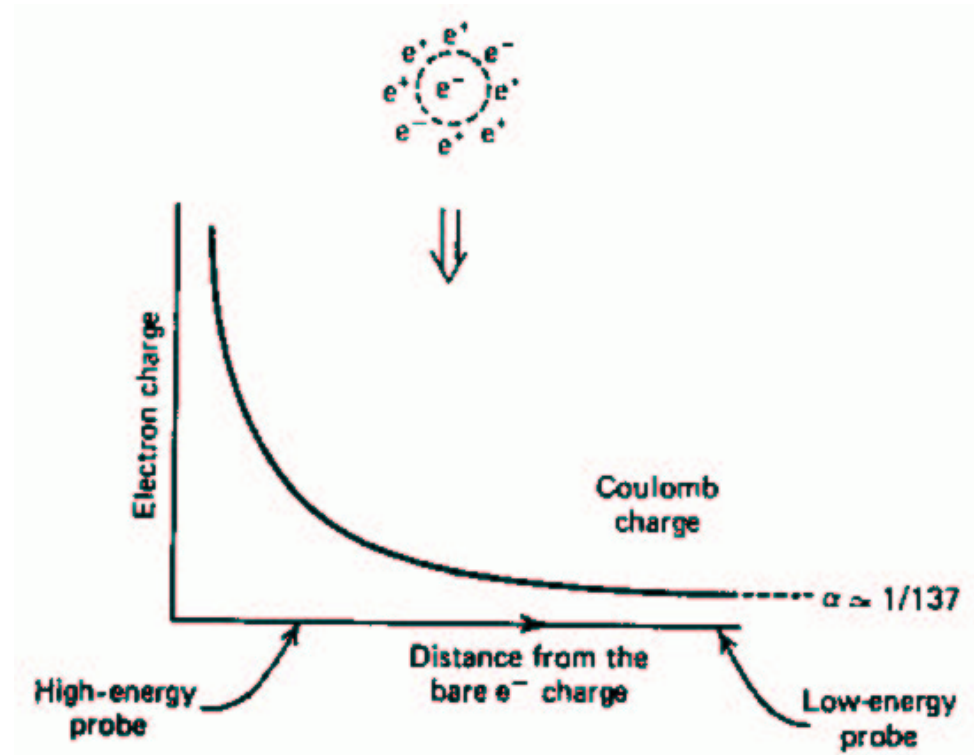
Sumując wiodące **poprawki** wszystkich rządów dostajemy:

$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log\left(\frac{E_{max}^2}{Q^2}\right)}$$

Ładunek mierzony w doświadczeniu zależy od skali Q^2 . Wygodnie wprowadzić jest “biegnącą” stałą sprzężenia:

$$\alpha(Q^2) = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

Im wyższe Q^2 (\Rightarrow **mniejsze odległości**) tym silniej oddziałuje elektron:



Małe odległości

\Rightarrow mniejszy wkład **polaryzacji próżni**.

QED

Renormalizacja

Po zsumowaniu wiodących poprawek wszystkich rzędów wciąż pozostaje zależność mierzonego ładunku od E_{max} (maksymalnej energii wirtualnego elektronu w pętli)

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

Problem w tym, że **nie ma** żadnego ograniczenia na E_{max} (jeśli fluktuacje są odpowiednio krótkie, zgodnie z zasadą nieoznaczoności).

Dla $E_{max} \rightarrow \infty$ mamy jednak: $\alpha(Q^2) \rightarrow 0$!?

Albo musimy dopuścić możliwość, że $\alpha_0 \rightarrow \infty$!?...

Wyjściem z sytuacji jest **“renormalizacja”**.

Rezygnujemy z niefizycznej (bo niemierzalnej) koncepcji **“gołego ładunku”**. Jako **“punkt odniesienia”** wprowadzamy dowolną skalę μ^2 . Otrzymujemy wtedy związek między **stałymi sprzężenia** przy skalach Q^2 i μ^2 :

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

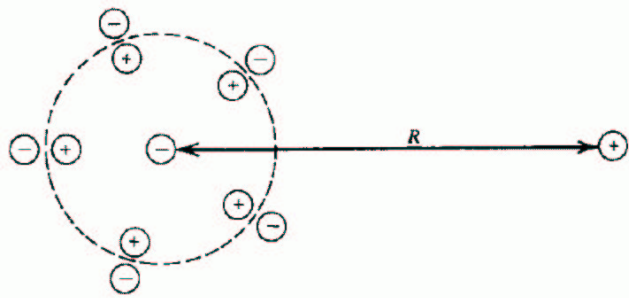
\Rightarrow brak zależności od E_{max}

QED

Renormalizacja

Obecnie **elektromagnetyczna stała sprzężenia**, w granicy $Q^2 \rightarrow 0$, wyznaczana jest najdokładniej z **kwantowego efektu Halla**. Odpowiada ona pomiarowi ładunku na **bardzo dużych** (“klasycznych”) **odległościach**:

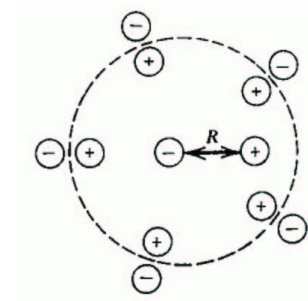
$$\alpha(0) \approx \frac{1}{137}$$



Dla **skal energii** typowych dla współczesnych **eksperymentów** fizyki cząstek elementarnych stała sprzężenia jest wyraźnie **większa**:

$$\alpha(m_\tau^2) \approx \frac{1}{133.5}$$

$$\alpha(m_Z^2) \approx \frac{1}{128}$$



$$g_\mu = 2$$

Moment magnetyczny mionu

Mion (jak i elektron) oddziałuje nie tylko przez swój ładunek, ale także poprzez swój moment magnetyczny związany ze spinem ($s = \frac{1}{2}$):

$$\mu = g \mu_B s$$

gdzie $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ jest tzw. magnetonem Bohra.

Teoria Diraca przewiduje (LO) $g_e = g_\mu = 2$, ale dochodzą poprawki wyższych rzędów:

$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \dots$$

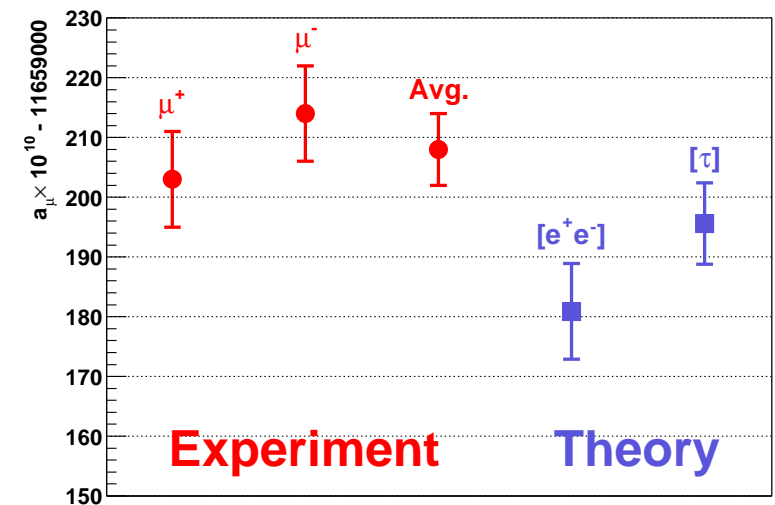
Wartość g_μ jest obecnie policzona, uwzględniając także poprawki słabe i silne, z dokładnością rzędu 10^{-9} !!!

⇒ "laboratorium" QED

Chcemy sprawdzić czy nasze wyliczenia są prawidłowe.

⇒ potrzebny jest równie dokładny eksperyment !...

E821



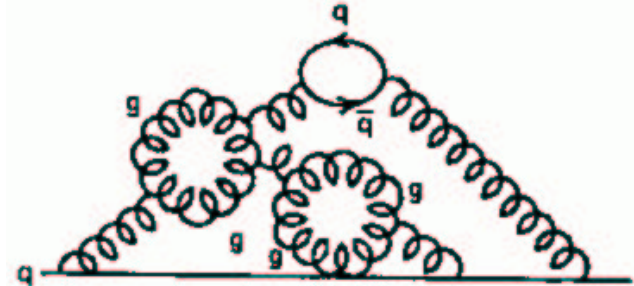
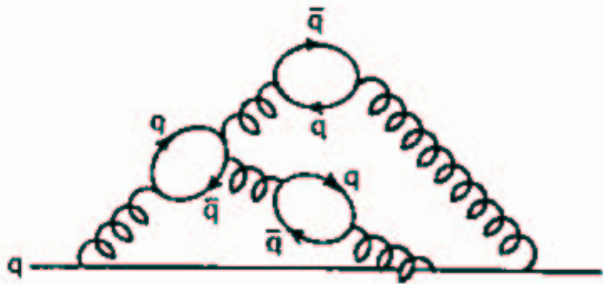
Znakomita zgodność... (10^{-9} !)

QCD

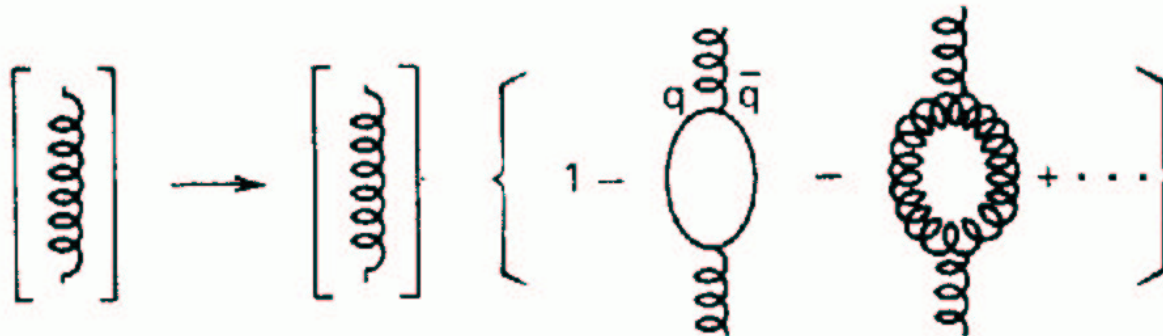
Biegąca stała sprzężenia

Z podobną (ale nie identyczną) sytuacją mamy do czynienia w oddziaływaniach silnych.

Kwark emituje wirtualne **gluony**, które **Gluony** mogą jednak także konwertować w **pary $q\bar{q}$** :
mogą konwertować w **pary $q\bar{q}$** :
na **pary gluonów**:



Obecność **sprzężenia trój-gluonowego** wynika z **nieabelowej** (nieprzemiennej) **symetrii** cechowania SU(3) w QCD. Musimy sumować poprawki od pętli **kwarkowych** i **gluonowych**:



QCD

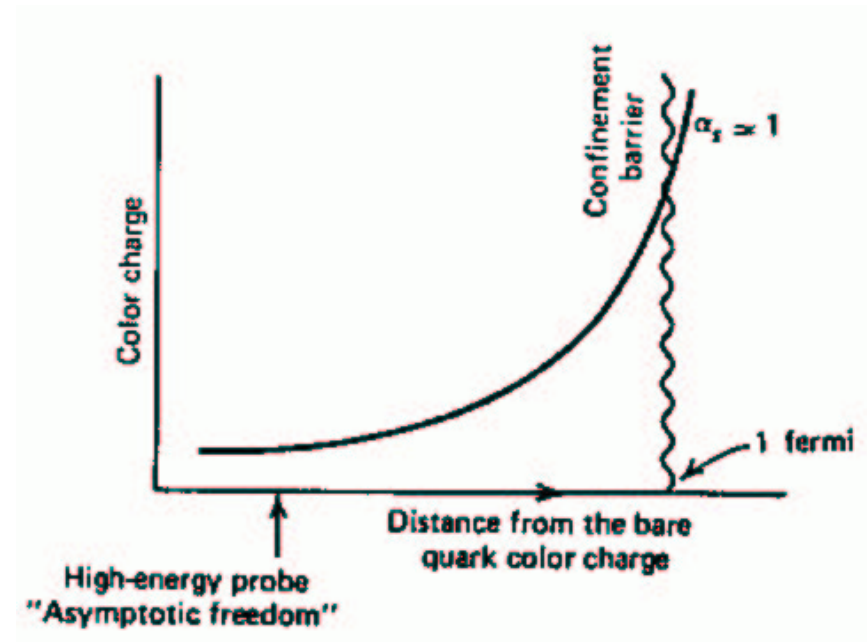
Biegająca stała sprzężenia

W podobny sposób jak dla QED otrzymujemy zależność

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

n_f jest liczbą “aktywnych” zapachów kwarków (kwarków, dla których $m_q^2 < Q^2$).

Obecność pętli gluonowych zmienia charakter zależności:



Oddziaływania silne rosną dla $Q^2 \rightarrow 0 \Rightarrow$ uwięzienie kwarków w hadronach ($\alpha_S \gg 1$)

Dla dużych Q^2 oddziaływania silne stają coraz słabsze

\Rightarrow asymptotyczna swoboda QCD ($\alpha_S \ll 1$)

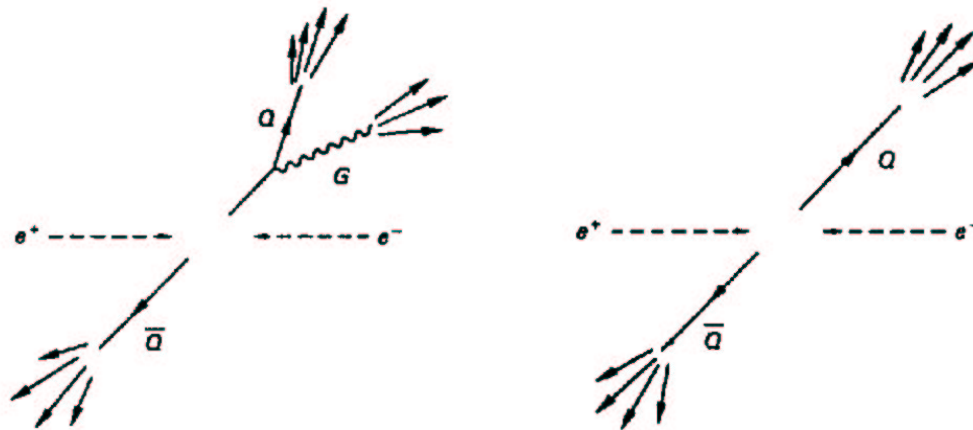
QCD

Biegająca stała sprzężenia

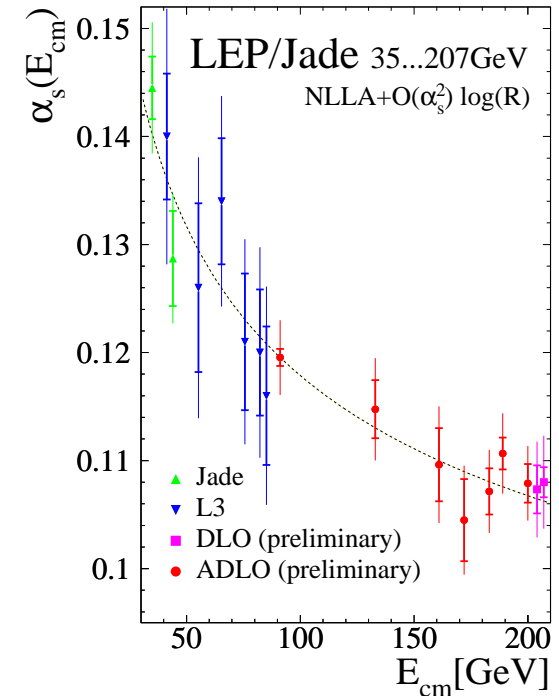
Silna stała sprzężenia jest mierzona w wielu eksperymentach fizyki wysokich energii.

Jednym z najprostrzych sposobów wyznaczenia α_s jest pomiar ułamka przypadków wielojetowych w zderzeniach e^+e^- :

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g} \sim \alpha_s \cdot \sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}}$$



Wyniki pomiarów w LEP

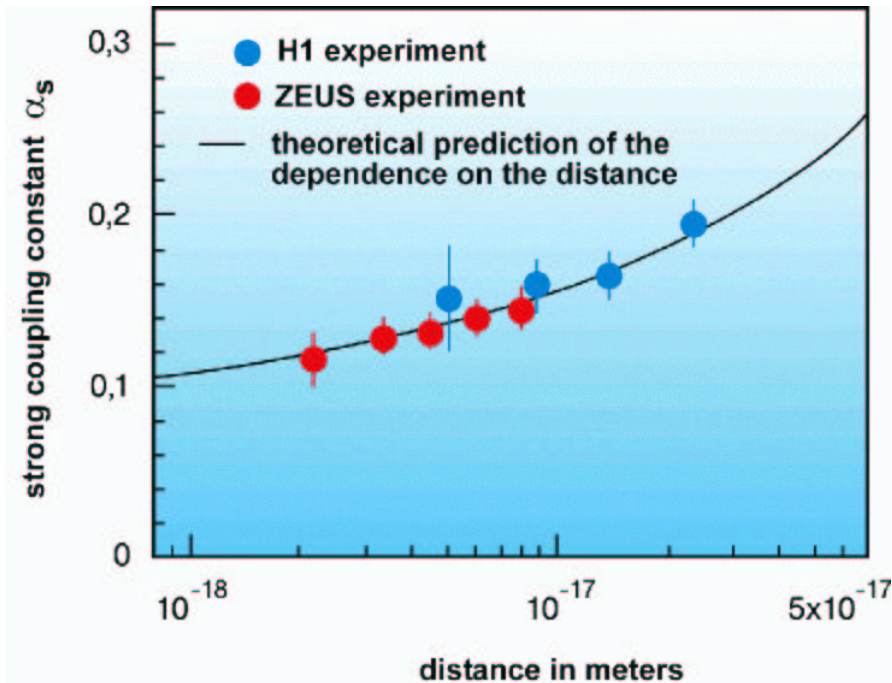


$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.119 \pm 0.003$$

QCD

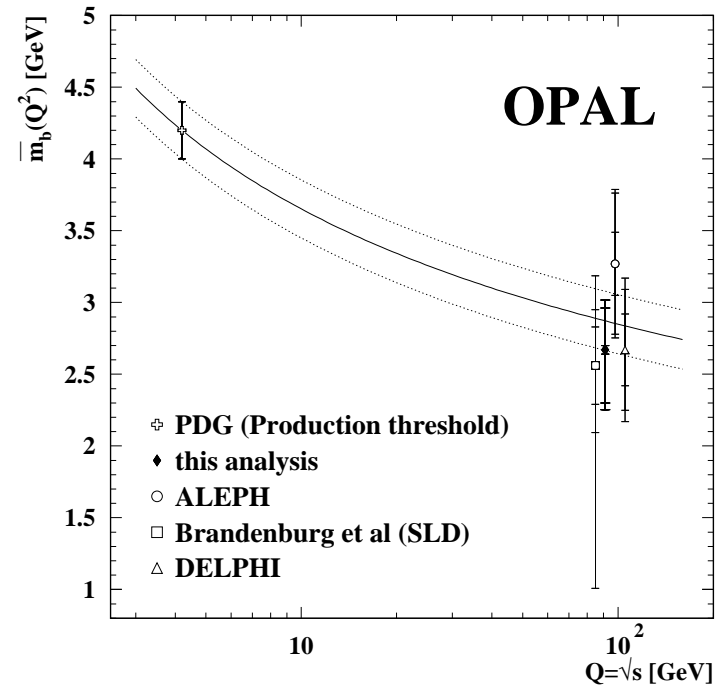
Biegająca stała sprzężenia

Bardzo podobne wyniki uzyskujemy w zderzeniach $e^\pm p$:



Renormalizacji podlegają także **masy** cząstek.

Mierzona masa kwarku b zależy od **skali energii**:



kwark b nigdy nie jest “swobodny”

⇒ masa nie jest dobrze zdefiniowana...

Wielka Unifikacja

Stałe sprzężenia

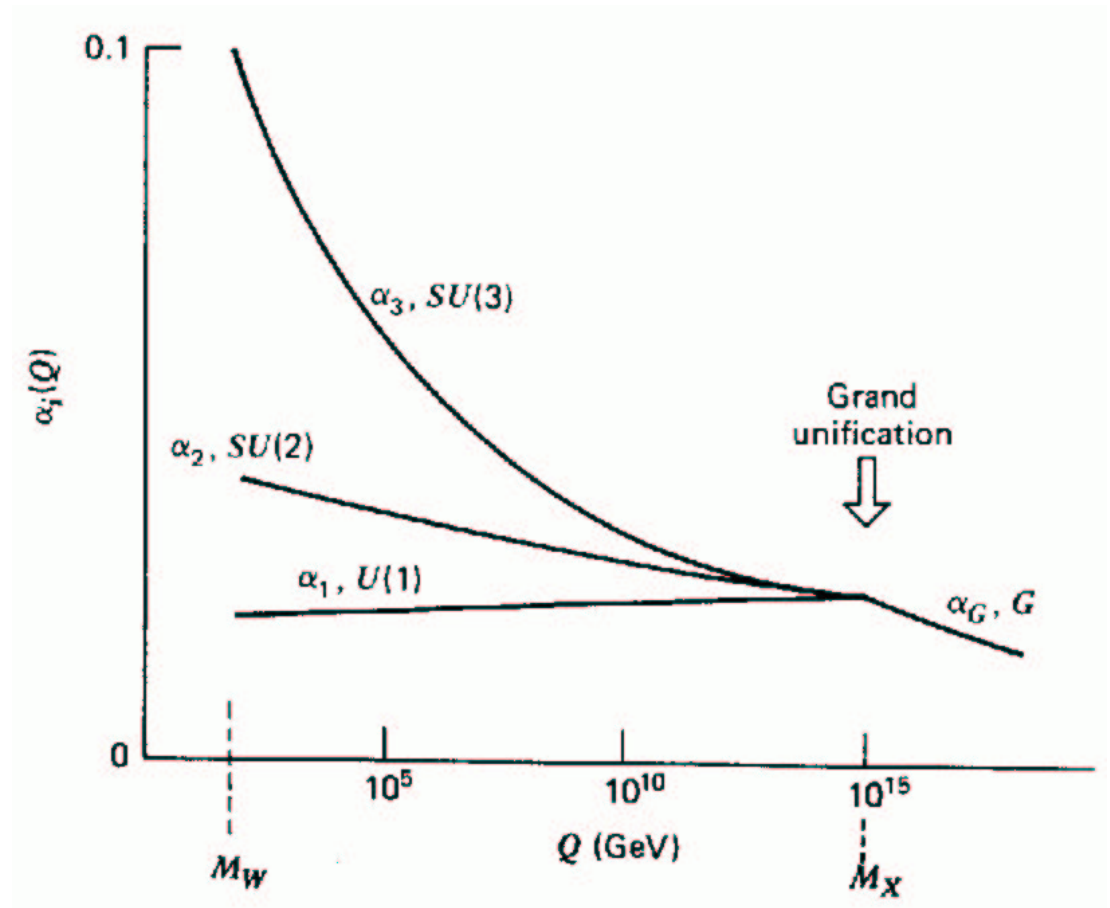
Przy skali $M_W^2 \sim M_Z^2$ mamy:

$$\alpha_s \approx 0.119$$

$$\alpha \approx 0.0078$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha} \sim 15$$

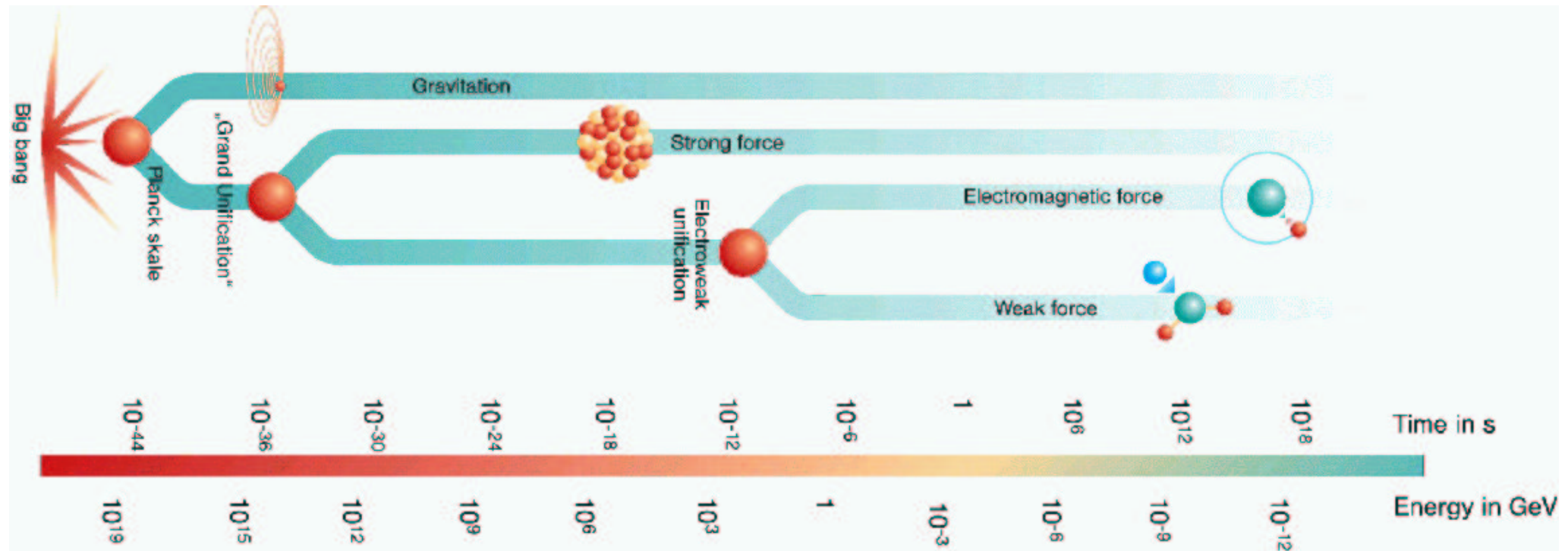
Jednak ze wzrostem energii
 α rośnie, natomiast α_s maleje



Dla skal energii $\sim 10^{15}$ GeV spodziewamy się **unifikacji**
oddziaływań **elektromagnetycznych**, **słabych** i **silnych** !

Wielka Unifikacja

Sądzymy, że w chwili **wielkiego wybuchu** wszystkie oddziaływania były **zunifikowane** i “rozdzielały się” w miarę ekspansji Wszechświata



Wielka Unifikacja

SU(5)

Sukces modelu Weinberga-Salama (unifikacji o. elektromagnetycznych i słabych) oraz “zbieganie” stałych sprzężenia \Rightarrow duże zainteresowanie hipotezą wielkiej unifikacji.

Model Standardowy – $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$:

<i>oddziaływanie</i>	<i>symetria</i>	<i>bozony cechowania</i>
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z^0
silne	SU(3)	8 gluonów

Najprostszą grupą cechowania zawierającą jako podgrupy symetrie U(1), SU(2) i SU(3) jest SU(5)

Model wielkiej unifikacji oparty na grupie symetrii SU(5) zaproponowali Georgi i Glashow w 1974 roku. Przewidywana skala unifikacji:

$$M_X \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ GeV}$$

Wielka Unifikacja

SU(5)

Oprócz bozonów cechowania Modelu Standardowego w SU(5) pojawiają się 2 nowe bozony X i Y ($\times 3$ kolory + antycząstki).

Masa bozonu X jest skalą unifikacji, M_X .

W modelu SU(5) kwarki i leptony występują we wspólnych multipletach (lewoskrętne cząstki i antycząstki) \Rightarrow

Bozony X i Y mogą “mieszać” kwarki i leptony
 \Rightarrow łamanie zachowania liczby leptonowej i barionowej

Łamanie jest jednak tłumione przez bardzo duże masy bozonów X i Y...

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \bar{d}_{\bar{R}} \\ \bar{d}_{\bar{G}} \\ \bar{d}_{\bar{B}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{u}_{\bar{R}} \\ \bar{u}_{\bar{G}} \\ \bar{u}_{\bar{B}} \\ u_R \\ u_G \\ u_B \\ d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix}$$

Wielka Unifikacja

Rozpad protonu

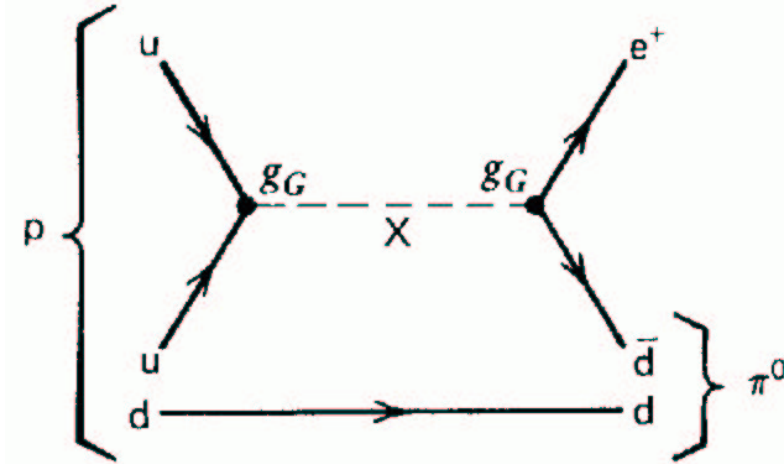
Model SU(5) przewiduje rozpad protonu

$$p \rightarrow e^+ \pi^0$$

$$\tau_p \sim 10^{27} \text{ lat}$$

W 1t wody spodziewamy się ok. 1 rozpadu dziennie.

Są też możliwe inne kanały rozpadu...



Dla poszukiwania rozpadu protonu zbudowano szereg eksperymentów, m.in. Super Kamiokande (!).

Niestety wyniki wszystkich poszukiwań były negatywne.

Obecne ograniczenie ($p \rightarrow e^+ \pi^0$):

$$\tau_p > 1.6 \cdot 10^{33} \text{ y}$$

Wielka Unifikacja

$$\sin^2 \theta_W$$

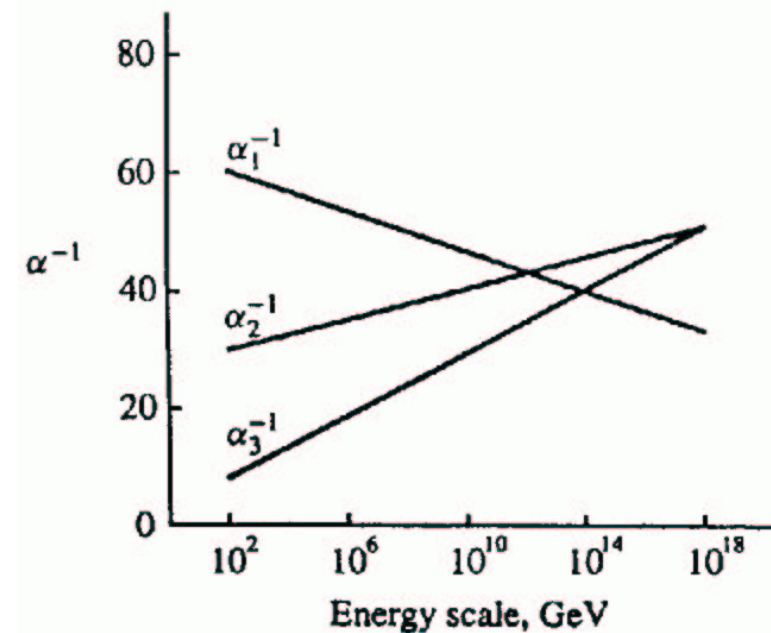
Ekstrapolując stałą sprzężenia $SU(2)$ od skali M_X do niskich energii model $SU(5)$ przewidywał wartość słabego kąta mieszania

$$\sin^2 \theta_W \approx 0.21$$

w bardzo dobrej zgodności z (ówczesnymi) danymi doświadczalnymi.

Późniejsze, dokładniejsze pomiary $\sin^2 \theta_W$ pokazały jednak, że w ramach najprostszego modelu $SU(5)$ nie następuje “pełna” unifikacja \Rightarrow

$$\sin^2 \theta_W = 0.23113 \pm 0.00015 \quad (2002)$$



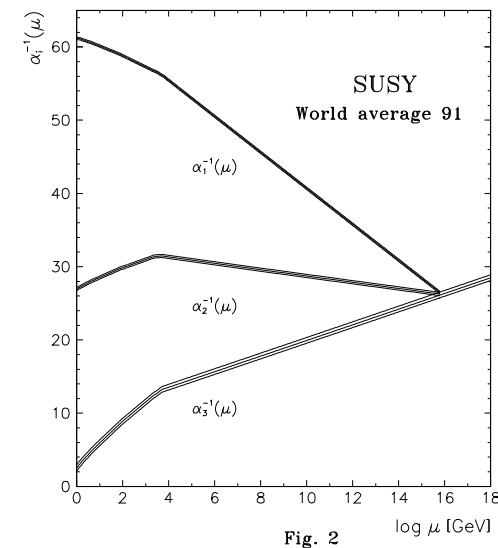
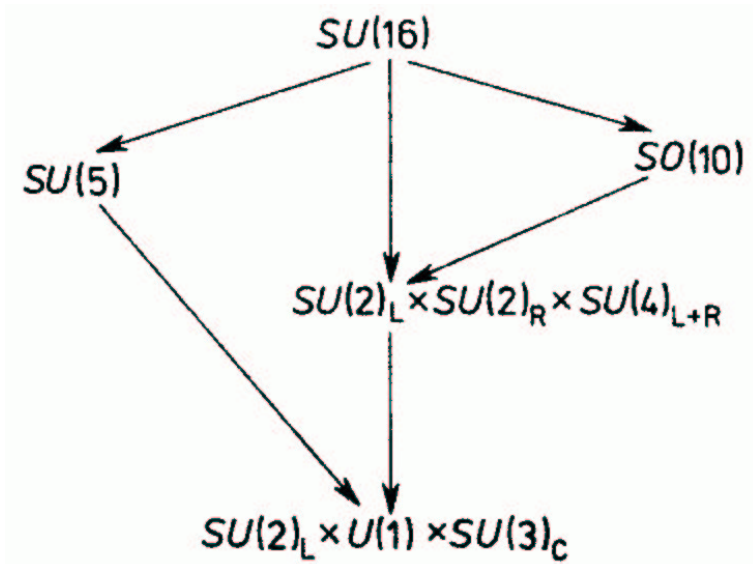
Wielka Unifikacja

Inne modele

Najprostszy model $SU(5)$ jest już dziś **wykluczony** przez dane doświadczalne.

Możliwe jest “uratowanie” $SU(5)$ jeśli dopuścimy w teorii **nowe cząstki** o masach rzędu **1–10 TeV** \Rightarrow obecność nowych cząstek zmienia ewolucję stałych sprzężenia.

Istnieje jednak szereg innych modeli opartych na “**bogatszych**” grupach cechowania:



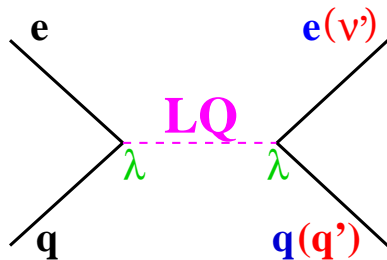
Jedna z możliwości: \Rightarrow **supersymetria** (za tydzień)

Wielka Unifikacja

Leptokwarki

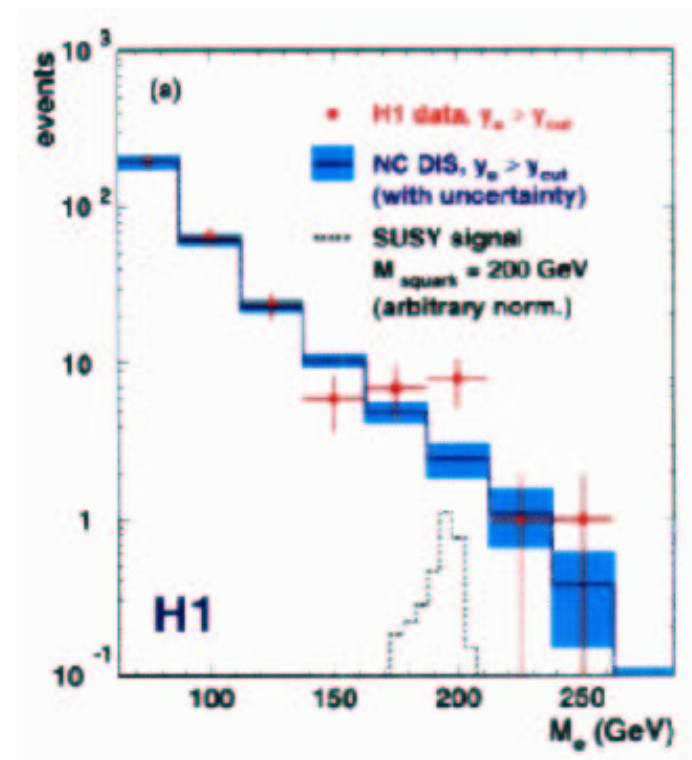
Teorie **wielkiej unifikacji** przewidują istnienie cząstek sprzęgających się do **leptonów** i **kwarków**, w ogólnym przypadku nazywanych **leptokwarkami (LQ)**.

Czątki takie mogły by być produkowane w akceleratorach. **Produkcja** pojedynczych **LQ** w zderzeniach $e^\pm p$:



Czątki takie widzielibyśmy w danych jako **rezonanse** w rozkładzie **masy inwariantnej** e^\pm -jet.

Oczekiwany sygnał produkcji LQ:



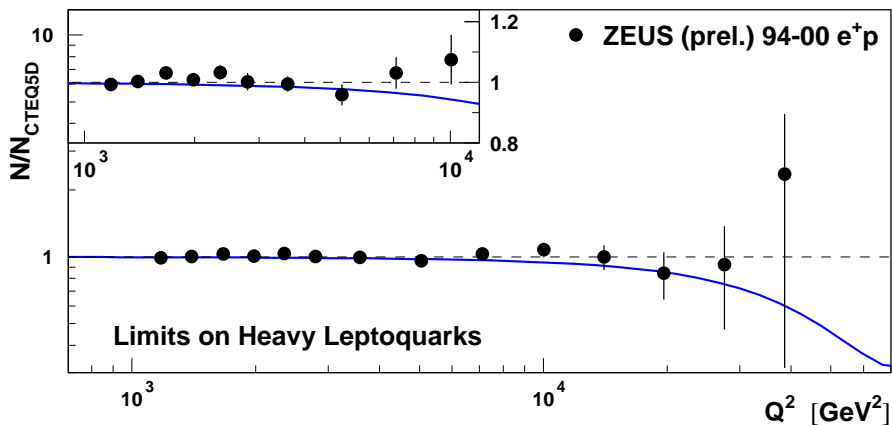
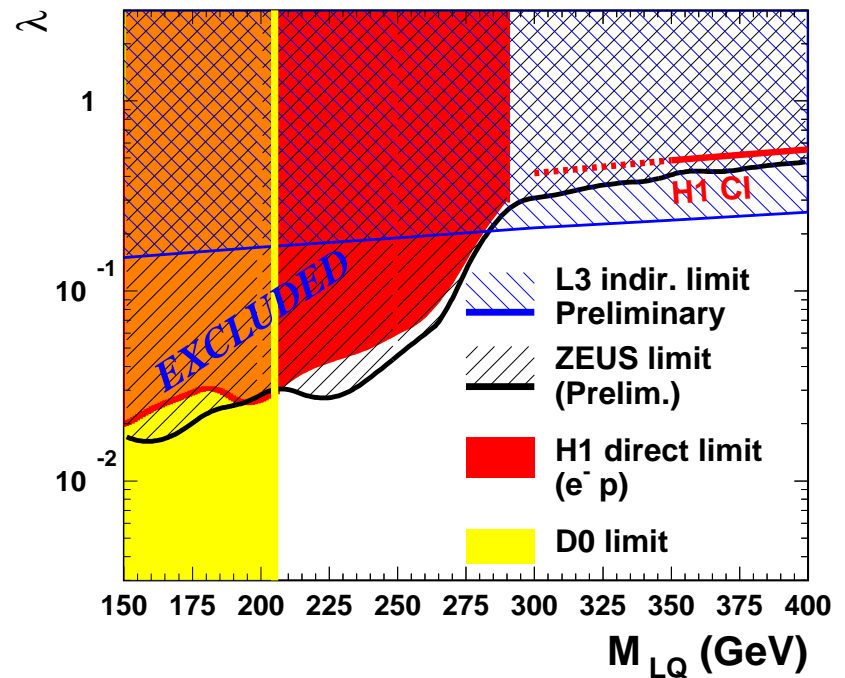
Wielka Unifikacja

Leptokwarki

W HERA i LEP poszukiwano także odchyień od przewidywań Modelu Standardowego spowodowanych przez obecność ciężkich LQ ($M_{LQ} \gg \sqrt{s}$)

W zebranych danych LEP, HERA i Tevatron nie znaleziono do tej pory żadnego sygnału produkcji (wymiany) LQ. Obecne ograniczenia na masy i sprzężenia leptokwarków:

SCALAR LEPTOQUARKS WITH F=2 ($S_{0,L}$)



Model Standardowy

Przypomnienie

Cząstki materii \Rightarrow **fermiony**

Lewoskrętne **dublety** (oddz. słabe)

i prawoskrętne **singlety**.

Pierwsza generacja:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad e^-_R \quad u_R \quad d_R$$

$\times 3$ generacje

$\times 2$ (antycząstki)

kwarki $\times 3$ (kolor)

Oddziaływania \Rightarrow **bozony** cechowania

Grupa cechowania $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$:

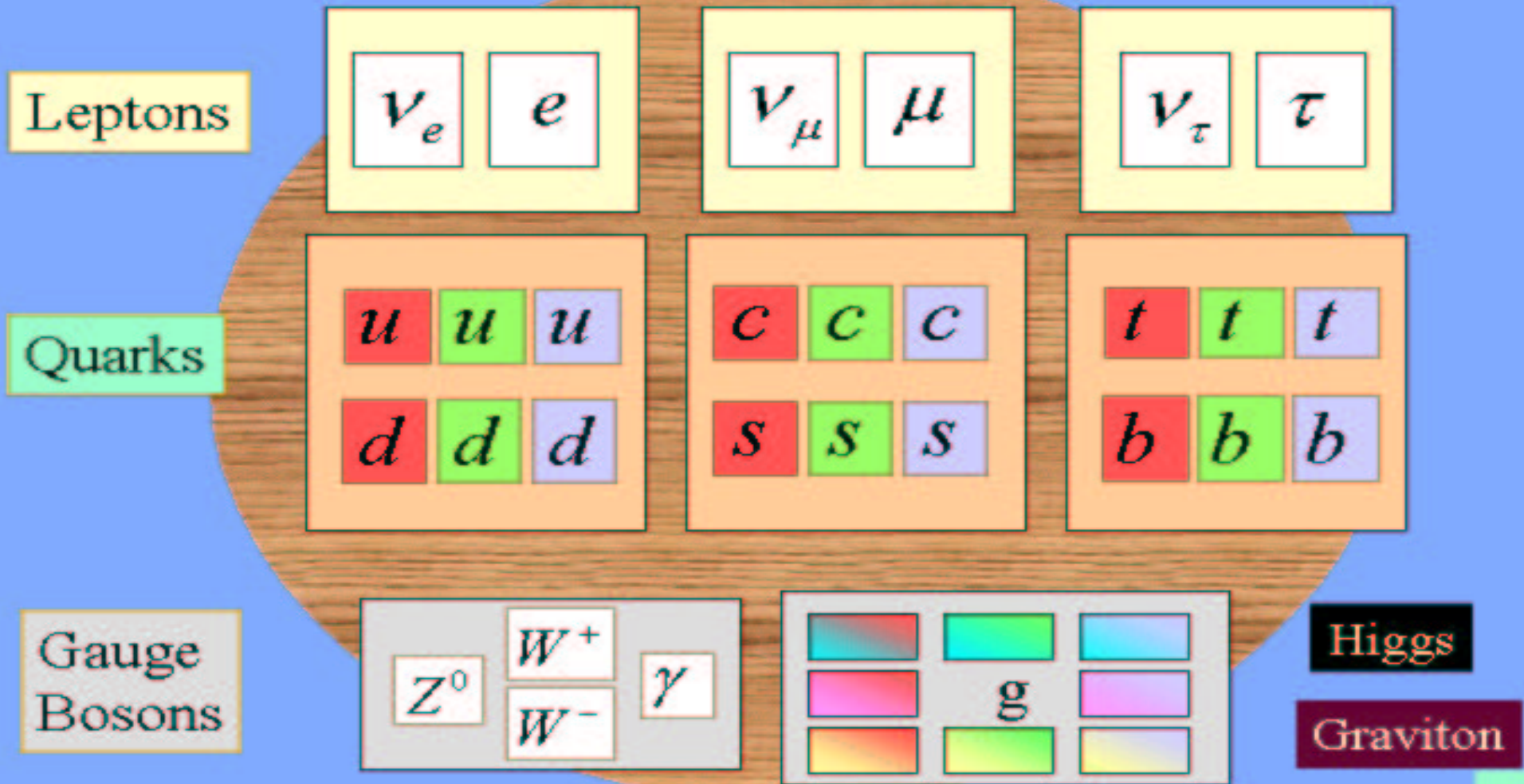
<i>oddziaływanie</i>	<i>symetria</i>	<i>nośniki</i>
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z^0
silne	SU(3)	8 gluonów

Spontaniczne łamanie symetrii \Rightarrow **masy** bozonów cechowania, **cząstka Higgsa**

Oddziaływanie z cząstką Higgsa \Rightarrow **masy** fermionów

The Standard Model

Generation I Generation II Generation III



Model Standardowy

Pytania i problemy

Wszystkie obecnie
dostępne dane
zgodne są z
**Modelem
Standardowym**

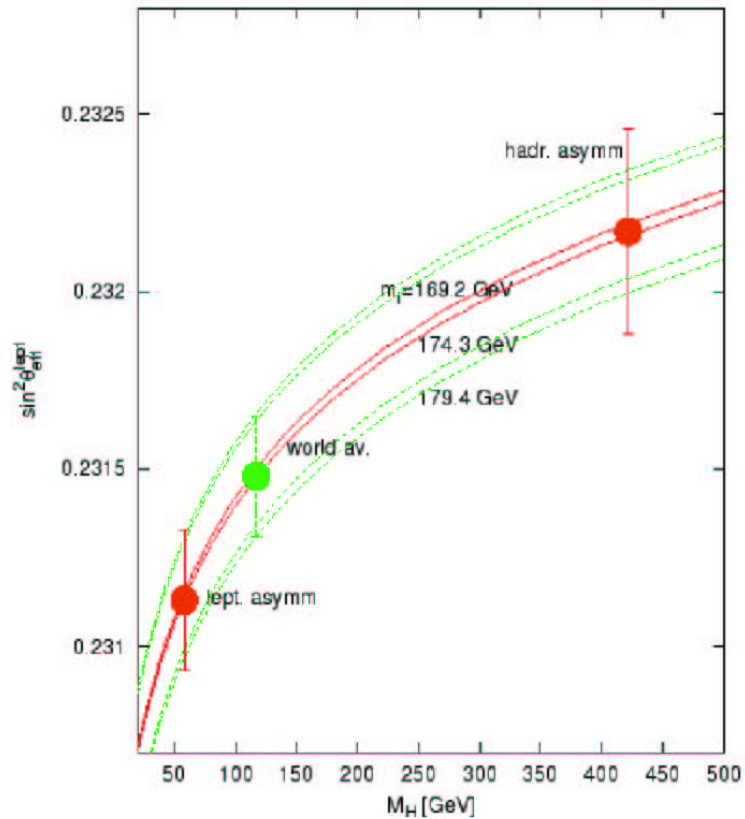
ale...

- Dlaczego **materia** \equiv **fermiony**, a **odziaływania** \equiv **bozony** ?
- Dlaczego **3 pokolenia** kwarków i leptonów ?
- Dlaczego zachowane są **liczby leptonowe** i **barionowa**?
- Jaki jest powód **spontanicznego łamania symetrii** ?
- Gdzie jest **cząstka Higgsa** ?
- brak spójnego opisu **gravitacji**
- **dużo** wolnych **parametrów**, “ręcznie” dopasowywanych...
- ogromne różnice mas \Rightarrow “**problem hierarchii**”

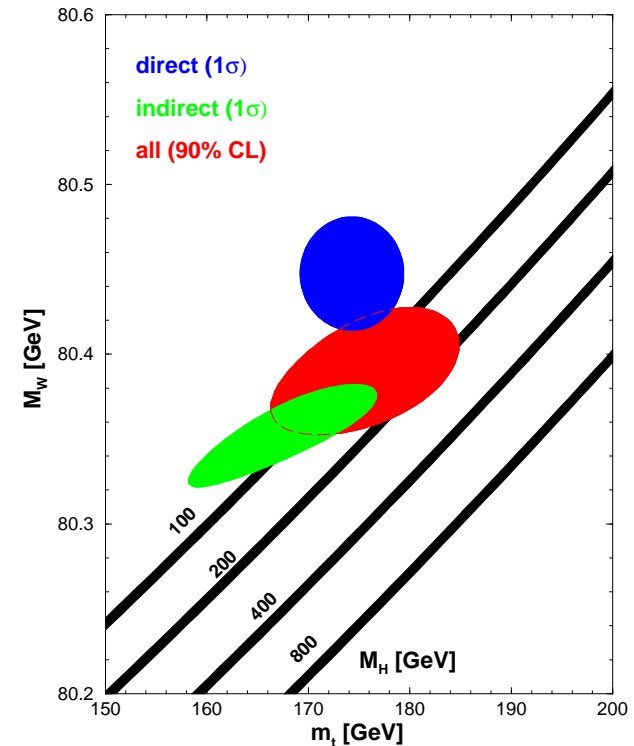
- wyniki pomiaru $g_\mu - 2$ ($\sim 3\sigma$)
- wyniki pomiaru $\sin^2 \theta_W$ (NuTeV)
- wyniki pomiaru m_W

Model Standardowy

Pomiary $\sin^2 \theta_W$



Pomiar m_W



Sprzeczne wyniki różnych pomiarów...

Asymetrie leptonowe $\Rightarrow m_h < 100$ GeV ?

Pomiar **bezpośredni** \Rightarrow niska masa Higgosa

Kiepska zgodność z pom. "pośrednim"

(dopasowaniem do wszystkich danych)

Model Standardowy

Skale masowe

neutrino $\sim 10^{-11}$ GeV

elektron $\sim 10^{-3}$ GeV

W^\pm, Z^0, h (?) $\sim 10^{+2}$ GeV

top $\sim 2 \cdot 10^{+2}$ GeV

“pustynia” \updownarrow

GUT M_X $\sim 10^{+15}$ GeV

M_{Pl} $\sim 10^{+19}$ GeV

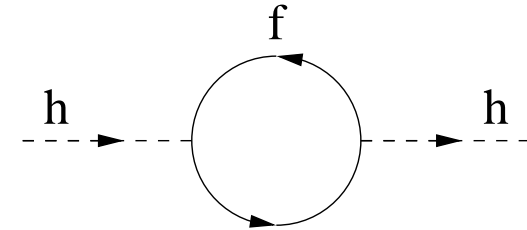
Masa Planka (M_{Pl}):

skala unifikacji dla grawitacji,

skala przy której grawitacja staje się “silna”

Czy Model Standardowy może pozostać słuszny aż do skali $\Lambda \sim M_X$?

Problem z masą Higgsa:



Poprawki związane z pętlami fermionowymi rosną jak Λ^2 ...

Aby uzyskać $m_h < 1$ TeV musimy niesłychanie precyzyjnie dobrać parametry ($\delta \sim 10^{-15}$)

\Rightarrow “problem hierarchii”

Rozszerzenia Modelu Standardowego

Problem hierarchii

Jak “ustabilizować” masę Higgsa (duże poprawki $\sim \Lambda^2$) ?

⇒ doprowadzić do “automatycznego” kasowania się poprawek

⇒ SUPERSYMETRIA

⇒ dodać nowe oddziaływania/cząstki przy skali $\Lambda' \ll \Lambda$

Wiele możliwości. Ostatnio szeroko dyskutowana

“MAŁY HIGGS”

⇒ obniżyć skalę Λ do ~ 1 TeV

⇒ DODATKOWE WYMIARY