

Struktura protonu

Elementy fizyki cząstek elementarnych

Wykład IV

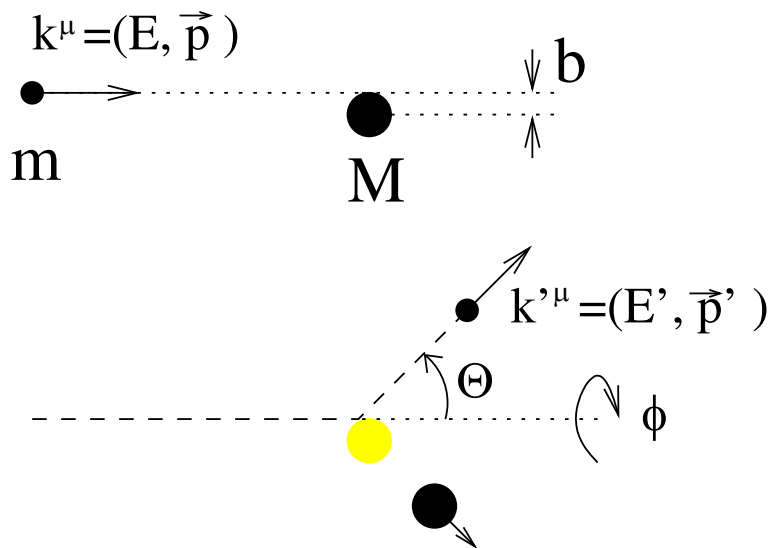
- kinematyka rozpraszania
- rozpraszanie nieelastyczne
- partony i kwarki
- struktura protonu
- akcelerator HERA
- wyznaczanie funkcji struktury

Kinematyka

Rozpraszanie elastyczne

“Klasyczne” zderzenie sprężyste:

“sonda” (“**pocisk**”) o masie m
i energii E rozprasza się na
“**tarczy**” o masie M :



Zagadnienie to możemy rozwiązać w oparciu o zasady zachowania energii i pędu.

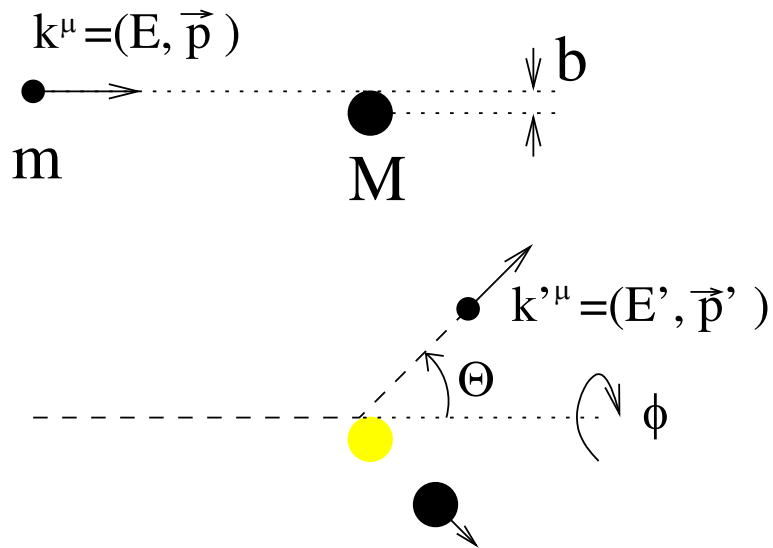
Jednak znajomość energii cząstki padającej **nie wystarcza** do wyznaczenia energii i pędów stanu końcowego.

Musimy wprowadzić jeden **dodatkowy parametr**, np. parametr zderzenia **b**

W przypadku zderzeń cząstek nie jesteśmy w stanie kontrolować **b** \Rightarrow wygodniej użyć jako parametru np. **kąta rozproszenia θ**

Kinematyka

Rozpraszanie elastyczne



W rozpraszaniu cząstek wprowadzamy dodatkowe zmienne:

- przekaz energii: $\nu = E - E'$
- przekaz czteropędu: $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$

Z zasad zachowanie energii i pędu:

$$Q^2 \equiv -q^2 = 2M\nu$$

(niezmiennik transformacji Lorentza)

Energia rozproszonego pocisku i przekaz czteropędu wyrażają się przez kąt rozproszenia θ . **W granicy $E \gg m$:**

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{M}(1 - \cos \theta)} \leq E$$

$$Q^2 = 2EE'(1 - \cos \theta) = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Doświadczenie Rutherforda

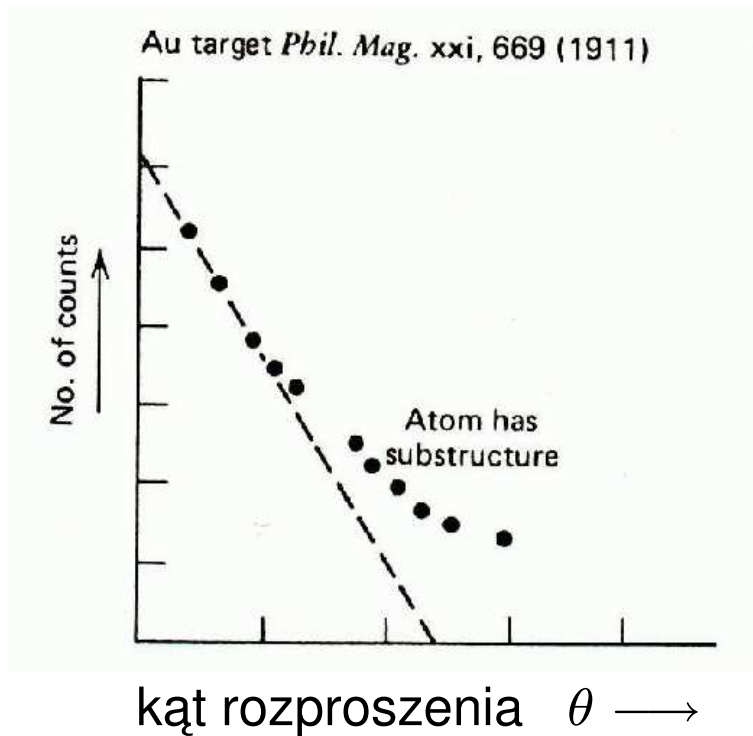
Wyniki pomiarów

rozpraszania cząstek α na cienkiej złotej folii przeprowadzonych przez H.Geigera i E.Marsdena:

Zaobserwowano rozproszenia cząstek α pod bardzo dużymi kątami, czego nie można było wyjaśnić w modelu “ciastka z rodzynkami” zaproponowanym przez Thomsona

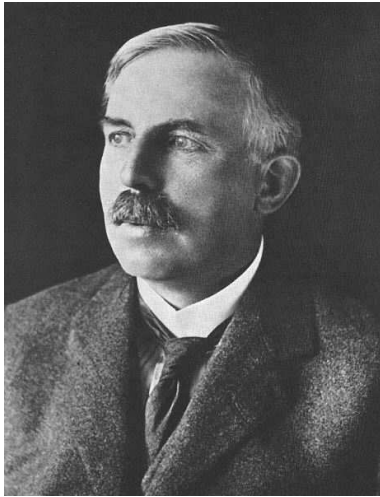
“To było tak jakbyście wystrzelili piętnastocalowy pocisk w kierunku kawałka bibułki, a on odbił się i was uderzył.”

E. Rutherford



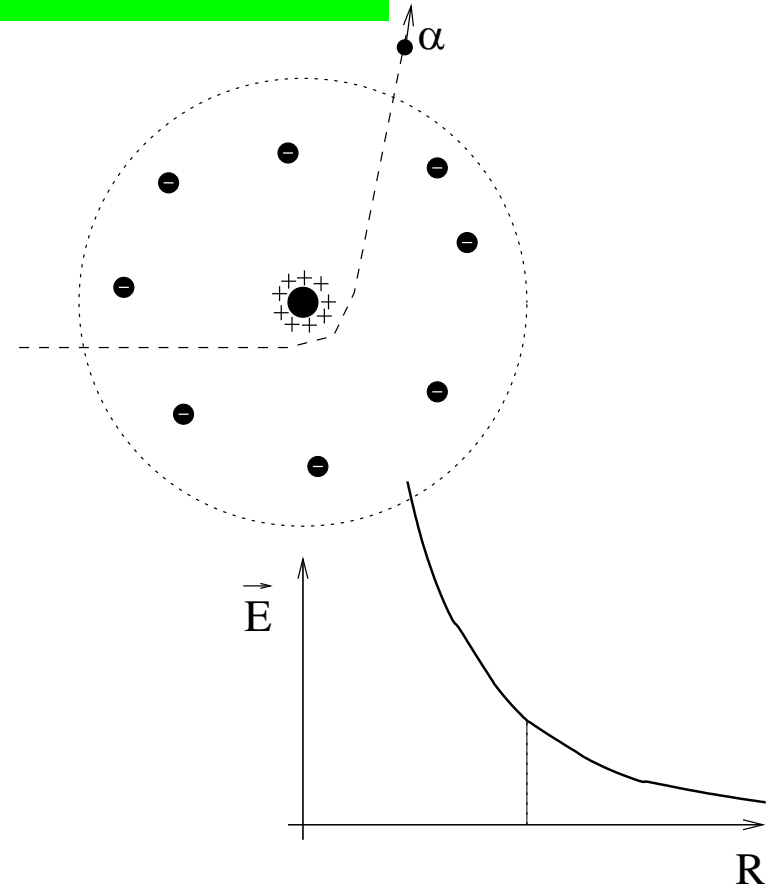
Doświadczenie Rutherforda

Model Rutherforda



Rutherford zaproponował
jądrowy model atomu.

Cały dodatni ładunek atomu (10^{-10} m)
skupiony jest w praktycznie **punktowym**
(10^{-14} m) **jądrze**



Przechodząca cząstka zawsze czuje cały
ładunek dodatni \Rightarrow kąty rozproszenia są
dużo większe niż przy ciągłym rozkładzie
ładunku

Doświadczenie Rutherforda

Przekrój czynny

Obserwowany rozkład kątowy rozproszonych cząstek α proporcjonalny jest do tzw. **różniczkowego przekroju czynnego** na rozpraszanie cząstki o ładunku e w potencjale kulombowskim ładunku Ze :

$$N(\theta) \sim \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Wzór Rutherforda

(zaniedbujemy odrzut jądra i efekty spinowe)

Skończone prawdopodobieństwo rozproszenia $\theta = \pi$!

Kąt bryłowy możemy wyrazić przez przekaz czteropędu Q^2

$$Q^2 = 2EE'(1 - \cos \theta)$$

$$dQ^2 = 2EE' \sin \theta d\theta$$

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta = \frac{\pi}{EE'} dQ^2$$

Otrzymujemy wzór na rozpraszanie Rutherforda w postaci:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 Z^2}{Q^4} \cdot \frac{E'}{E}$$

(czynnik $\frac{E'}{E}$ uwzględnia odrzut jądra)

$$\text{Oddziaływanie } \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{d\sigma}{dQ^2} \sim \frac{1}{Q^4}$$

Rozpraszanie elastyczne

Rozdzielczość

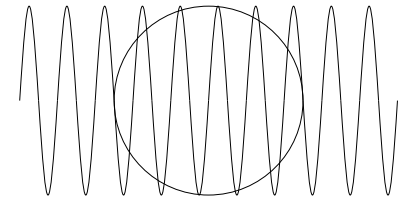
Ze **wzrostem** przekazu czteropędu Q^2
maleje długość fali wymienianego fotonu.

Model Rutherforda - rozpraszanie na jądrze

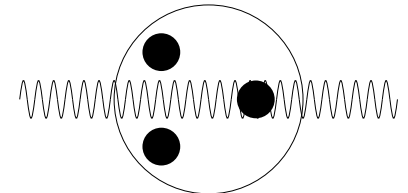
Model Rutherforda załamuje się
⇒ stajemy się czuli na wewnętrzną
budowę **jądra**...

a potem na **rozmiary nukleonów**...

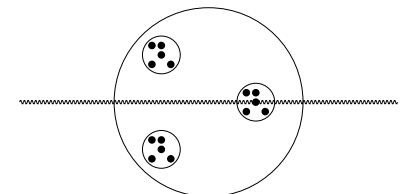
“miękki” foton
małe Q^2



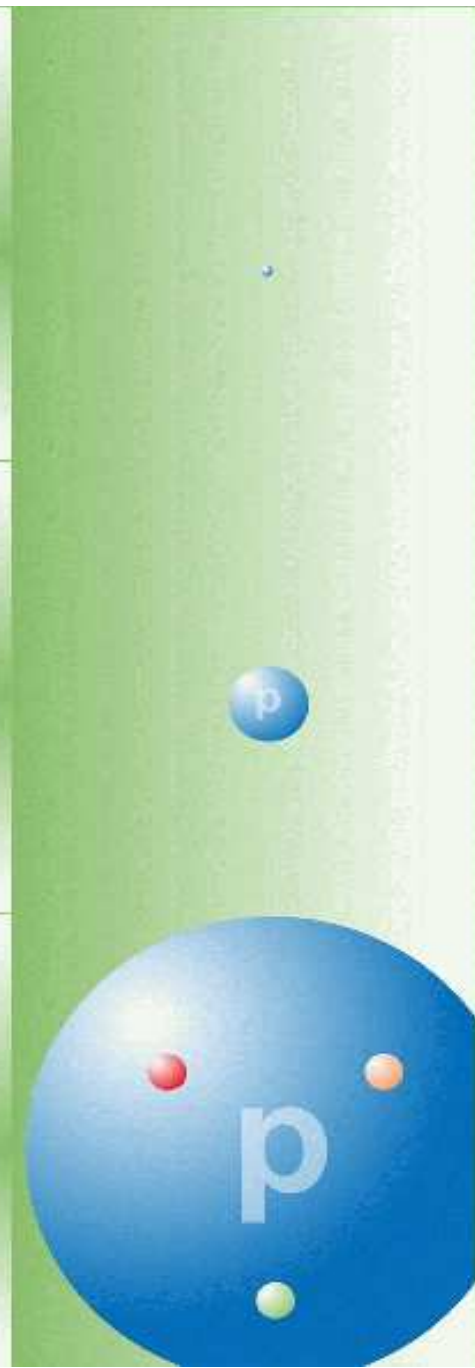
pośrednie Q^2



twardy foton
duże Q^2



e Większe $Q^2 \Rightarrow$ większe "powiększenie"



Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

Czynniki postaci

Skończone rozmiary “tarczy” (jądra, nukleonu) wprowadzają modyfikację do wyrażenia na przekrój czynny:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{point}} \cdot [F(Q^2)]^2$$

gdzie $F(Q^2)$ jest tzw. **czynnikiem postaci** (form factor), odzwierciedlającym **przestrzenny rozkład ładunku tarczy** (transformata Fouriera).

Dla **sferycznie symetrycznego** rozkładu ładunku i małych wartości Q^2 :

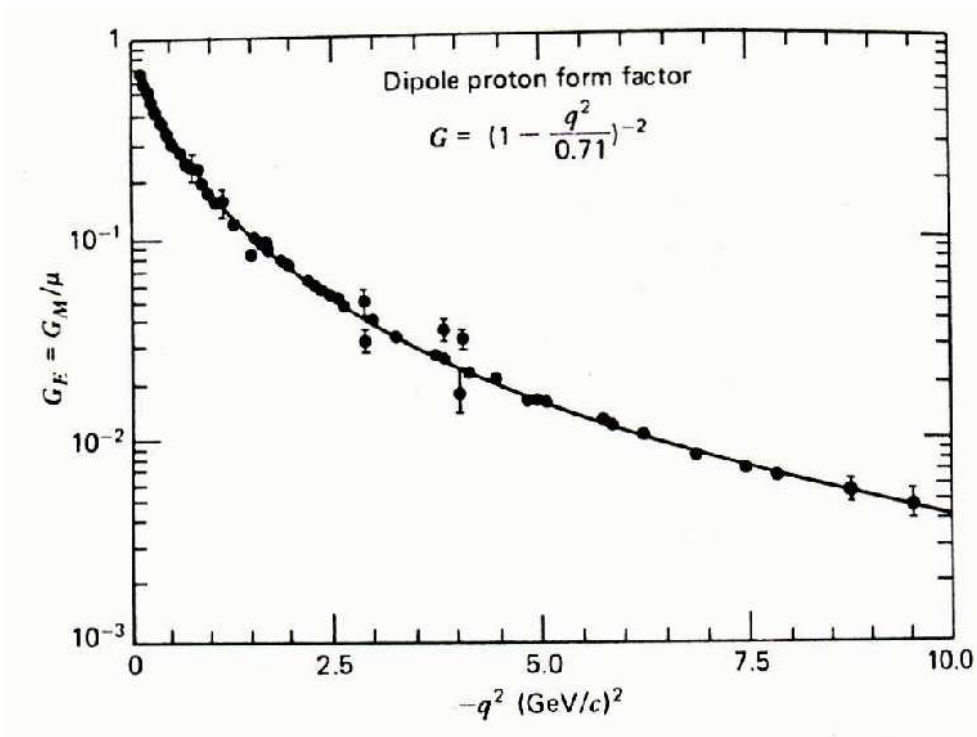
$$F(Q^2) \approx 1 - \frac{1}{6}Q^2 \langle R^2 \rangle + \dots$$

Pomiar $F(Q^2)$ w rozpraszaniu elektronów przy $E \sim 500$ MeV pozwolił na dokładny pomiar rozkładu ładunków w różnych jądrach atomowych (odwrotna transformata Fouriera).

Rozpraszanie elastyczne

Czynniki postaci

Ze wzrostem energii wiązek można też było zmierzyć czynnik postaci protonu:



Parametryzacja wyników:

$$F(Q^2) \approx \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2}$$

$$\frac{1}{6} \langle R^2 \rangle \approx \frac{2}{0.71 \text{ GeV}^2}$$

$$\Rightarrow \bar{R} \approx \sqrt{\frac{12}{0.71 \text{ GeV}^2}} \approx 4 \text{ GeV}^{-1} \approx 0.8 \text{ fm}$$

Rozpraszanie nieelastyczne

Do tej pory rozważaliśmy tylko rozpraszanie **elastyczne**, czyli takie dla których “tarcza” (jak i cząstka padająca - “pocisk”) pozostała **niezmieniona**.

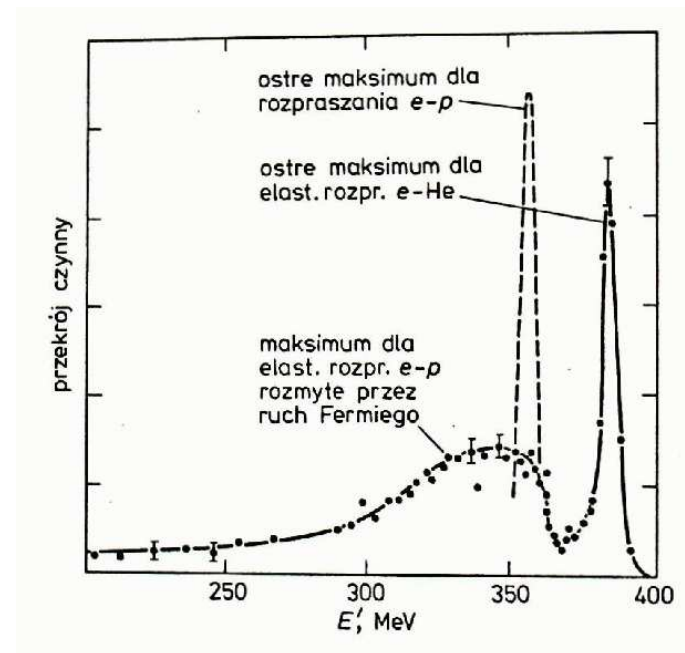
W rozpraszaniu elastycznym **energia** rozproszonego pocisku jest **jednoznacznie określona** przez **kąt** rozproszenia:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{M}(1 - \cos \theta)}$$

$$\Rightarrow M = \frac{EE'(1 - \cos \theta)}{E - E'}$$

Rozpraszanie $e He$

Rozkład energii elektronów o energii 400 MeV, rozproszonych na jądrach He pod kątem 45° :

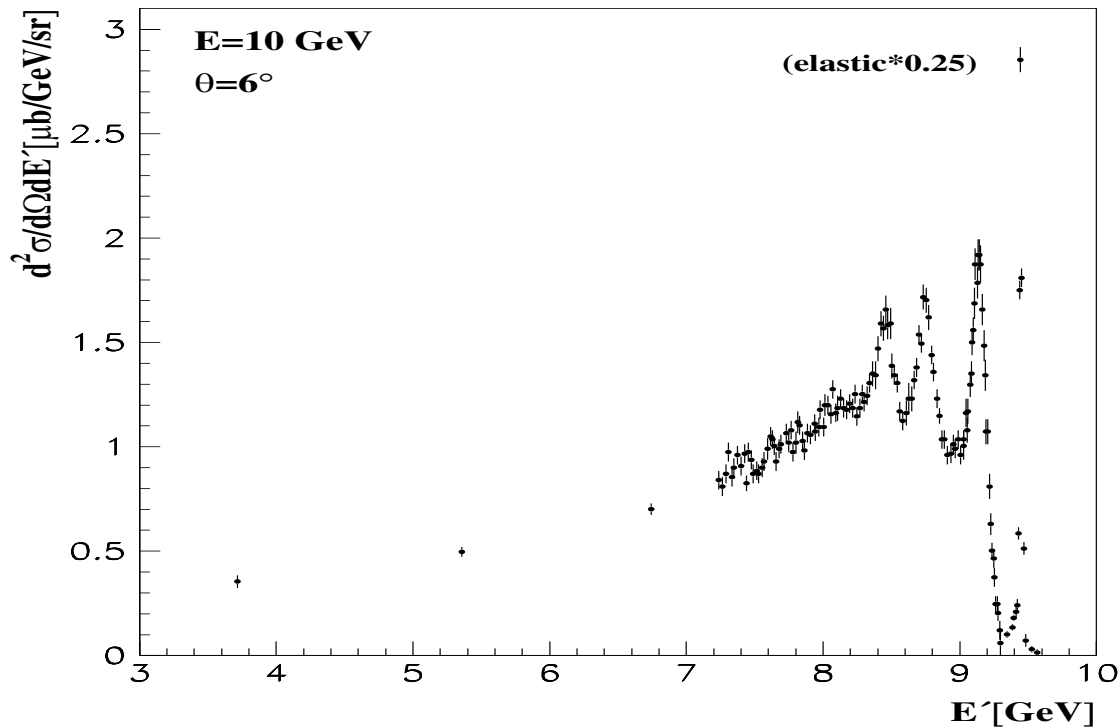


Oprócz elastycznego rozpraszania $e-He$ ($M = M_{He}$) widoczne jest rozpraszanie $e-p$ ($M = m_p$)

Rozpraszanie nieelastyczne

Rozpraszanie ep

Bardzo podobną strukturę widma energii **elektronów** obserwujemy w rozpraszaniu **na protonach**:



Pierwsze (od prawej) maksimum to **rozpraszanie elastyczne**.

Kolejne to produkcja **stanów wzbudzonych** protonu (rezonansów barionowych) o masach pomiędzy 1 i 2 GeV.

Masa stanu końcowego:

$$W^2 = M^2 + 2M(E - E') - Q^2$$

rośnie dla malejącego E' .

Skąd ciągłe widmo w obszarze **głęboko-nieelastycznym** ($W \gg M$) $E' < 8$ GeV ?

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

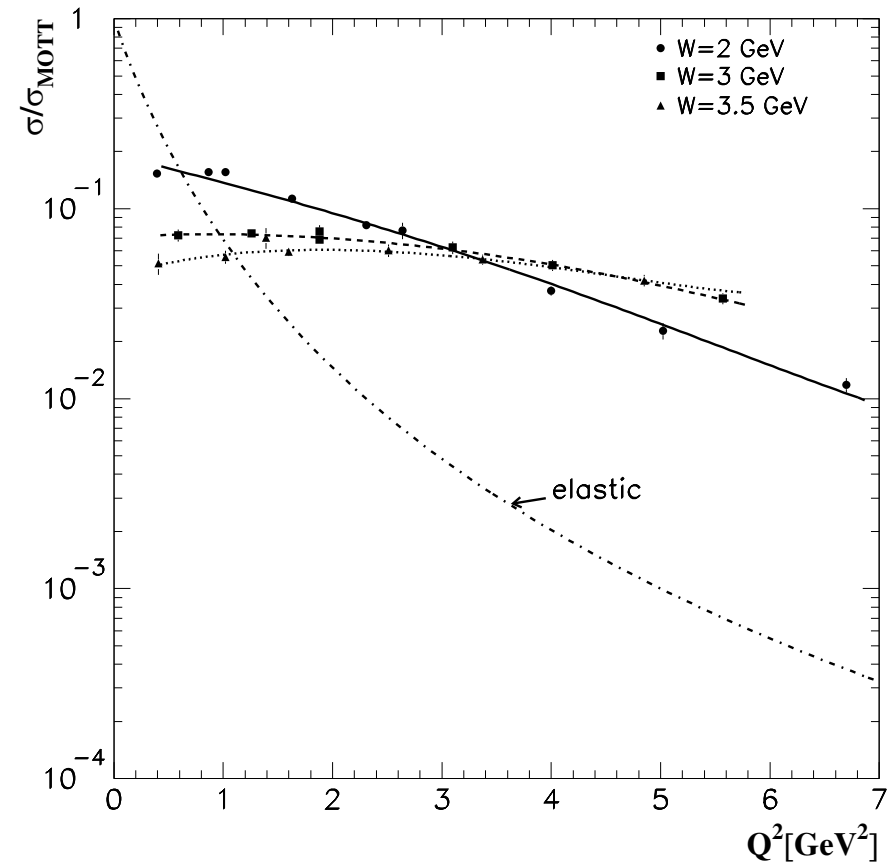
Przekrój czynny ep

Stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie **nieelastyczne** przy ustalonym W do przekroju czynnego na rozpraszanie **elastyczne** na ładunku punktowym (σ_{Mott})



Ta sama zależność od Q^2 !!!

⇒ **elastyczne** rozpraszanie na punktowych **partonach**



Model zaproponowany przez Feynman'a w 1969 roku

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

Model partonowy

Rozpraszanie elektronu **na partonie** o ładunku e_q :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \cdot \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} + \dots\right]$$

Człon $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ pochodzi od spinu elektronu.

Spin partonu na razie pomijamy (...)

Z kinematyki możemy wyznaczyć efektywną **masę partonu**:

$$m = \frac{Q^2}{2\nu}$$
$$\frac{m}{M} = \frac{Q^2}{2M\nu} \equiv x$$

Przekrój czynny na rozpraszanie **na protonie** złożonym z partonów:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \cdot \left[F_2(x) \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} + \dots\right]$$

gdzie $F_2(x)$ - **funkcja struktury**

$F_2(x)$ zdefiniowana jest w oparciu o **gęstości prawdopodobieństwa** $q(x)$ znalezienia partonu q o masie $m = xM$:

$$F_2(x) = \sum_{\text{partony } q} e_q^2 xq(x)$$

Rozpraszanie głęboko-nieelastyczne

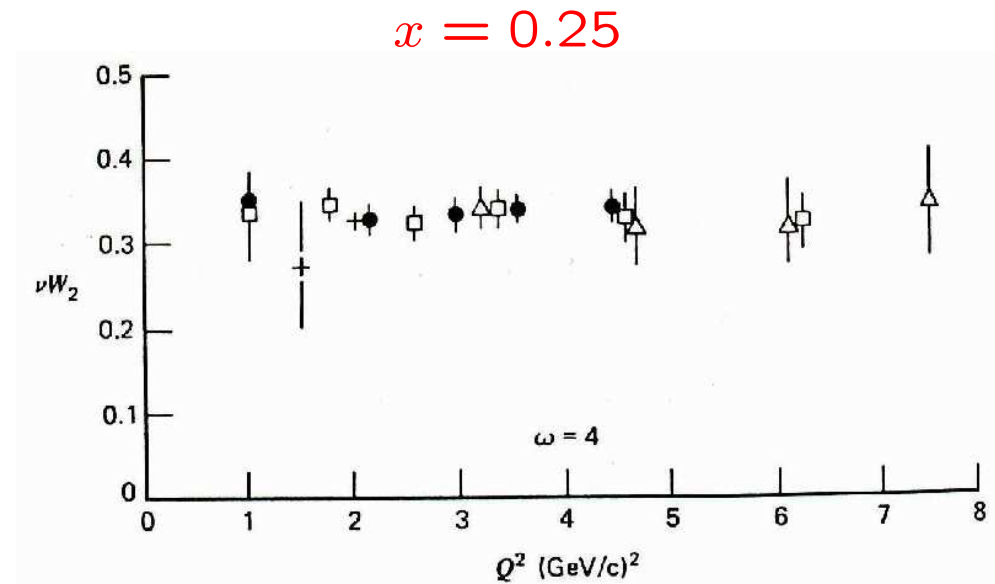
Skalowanie Bjorkena

Funkcję struktury $F_2(x, Q^2)$ można zdefiniować **niezależnie od modelu** (!).

Sukcesem modelu partonowego była obserwacja **skalowania** $F_2(x, Q^2)$, czyli braku zależności od Q^2 (wynikającego z **elastycznego rozpraszania na partonach**)

Jest to tzw. **skalowanie Bjorkena**, zaproponowane przez Bjorkena w 1968 roku.

Zmienna x często nazywana jest zmienną bjorkenowską

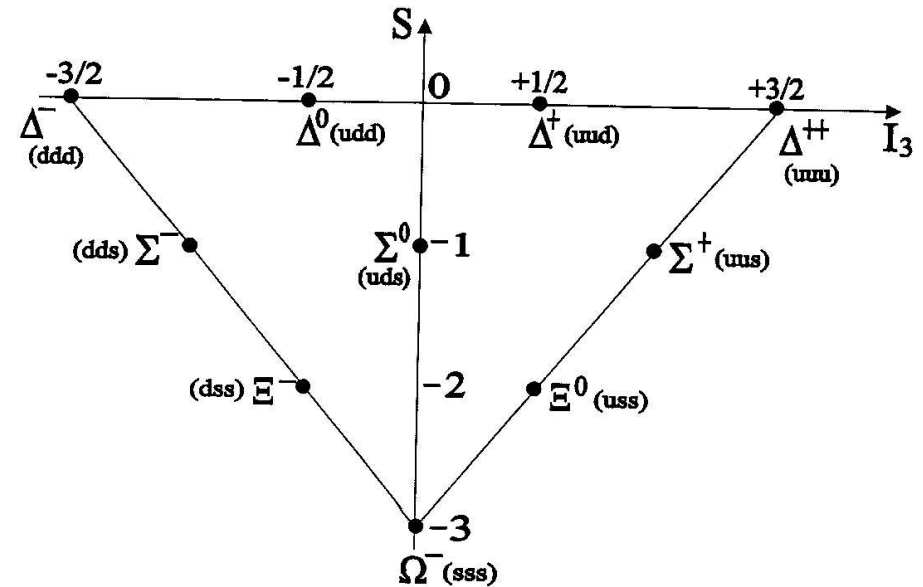
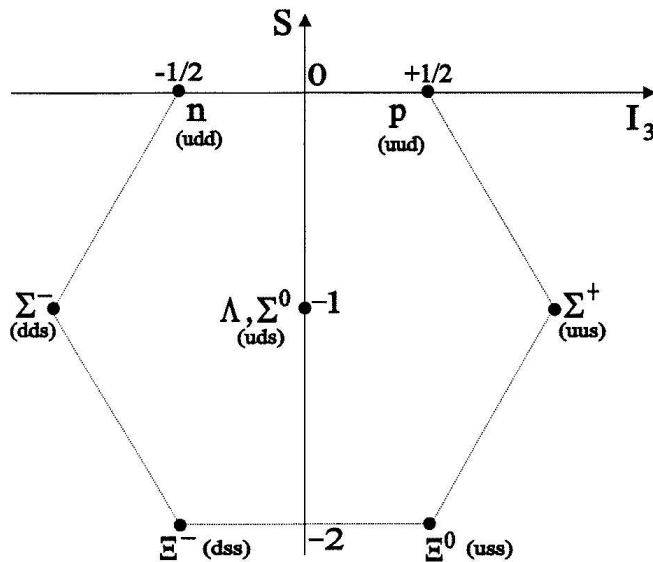


Kwarki

Model Gell-Mann'a i Zweig'a

W połowie lat 60 obserwowana **symetria** w świecie znanych **cząstek** elementarnych doprowadziła Gell-Mann'a i Zweig'a do hipotezy istnienia **kwarków**

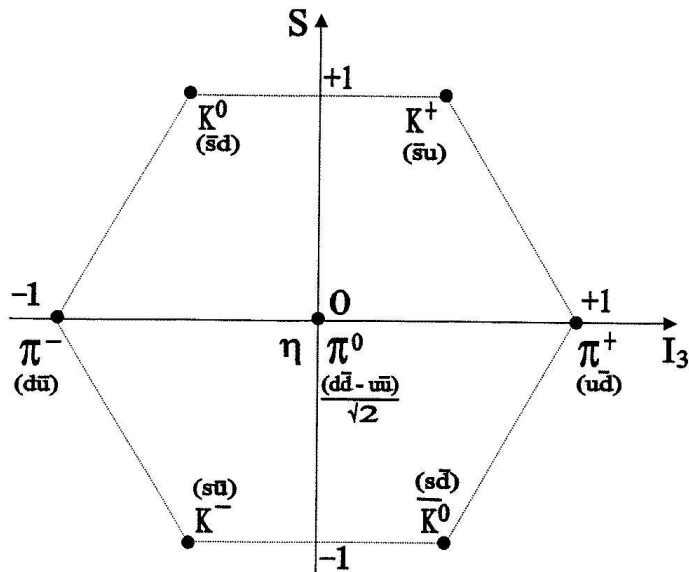
Trzy kwarki tworzyłyby bariony:



Kwarki

Model Gell-Mann'a i Zweig'a

Para kwark-antykwar্ক tworzyłaby mezony



Zakładając istnienie tylko **trzech kwarków** (u , d , s) można było wytłumaczyć spektrum wszystkich znanych cząstek.

Gell-Mann i Zweig zakładali, że kwarki są:

- bardzo masywne
- silnie związane

Z drugiej strony model partony w modelu partonowym:

- lekkie
- quasi-swobodne

Czy partony to kwarki ?

To wcale nie było takie oczywiste...

Kwarki a partony

Spin partonów

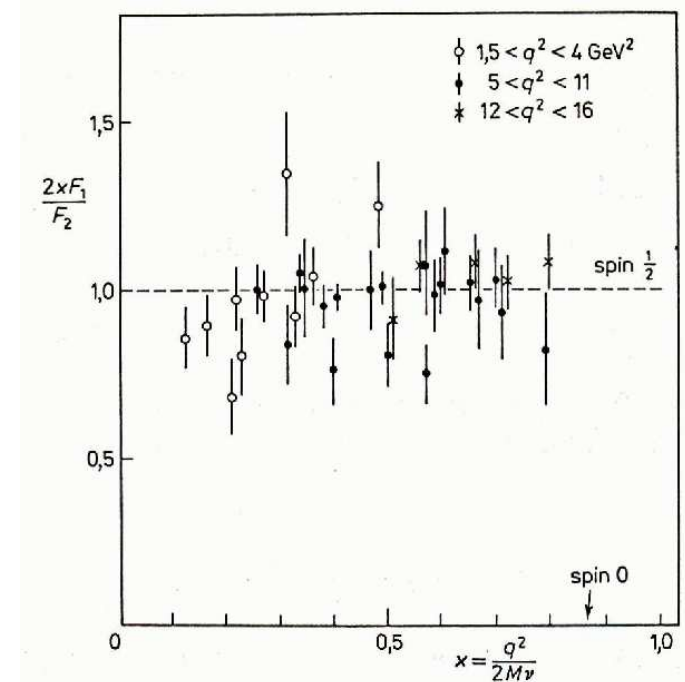
Pełne wyrażenie na przekrój czynny w rozpraszaniu głąboko-nieelastycznym $e^\pm p$:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \cdot \left(\frac{E'}{E}\right) \cdot \left[F_2(x) \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2xF_1(x) \cdot \frac{Q^2}{2M^2x^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

gdzie w zależności od spinu s partonów:

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 0 & \text{dla } s &= 0 \\ 2xF_1(x) &= F_2(x) & \text{dla } s &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Wyniki pomiaru $2xF_1/F_2$:



⇒ Partony mają spin $\frac{1}{2}$
(jak kwarki)

Kwarki a partony

Ładunki kwarków

W oddziaływaniach e^\pm, μ^\pm mierzymy:

$$F_2^{eN}(x) = \sum_q e_q^2 xq(x)$$

ale w oddziaływaniach neutrin:

$$F_2^{\nu N}(x) = \sum_q xq(x)$$

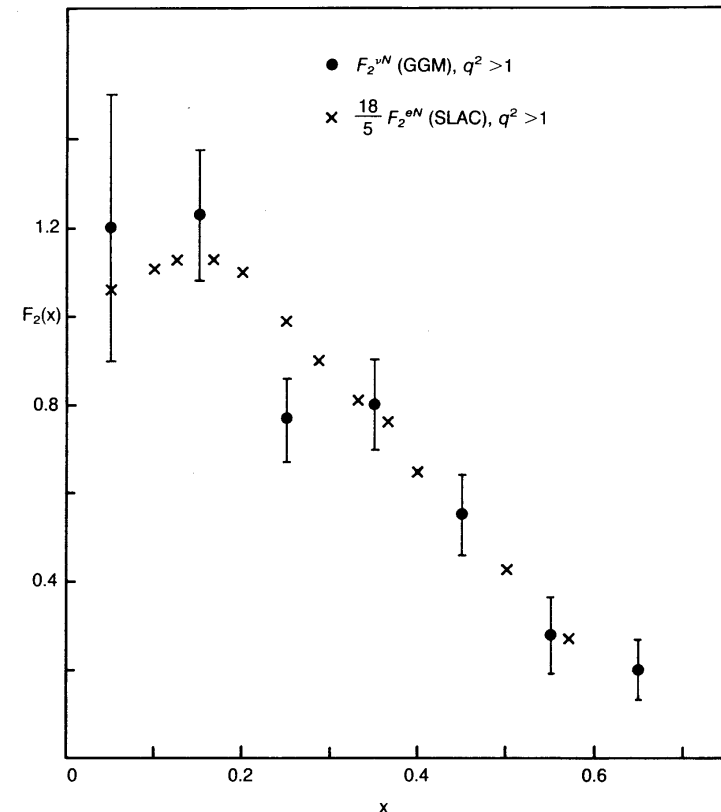
$$\Rightarrow F_2^{eN}(x) = \langle e_q^2 \rangle F_2^{\nu N}(x)$$

gdzie $\langle e_q^2 \rangle$ jest średnim kwadratem ładunku partonu.

Dla kwarków oczekujemy (dla $A = 2Z$)

$$\langle e_q^2 \rangle = \frac{5}{18}$$

Porównanie pomiarów $F_2^{\nu N}(x)$ i $\frac{18}{5}F_2^{eN}(x)$ (1972):



\Rightarrow Partony mają ładunki takie jak kwarki...

Kwarki a partony

Ładunki kwarków

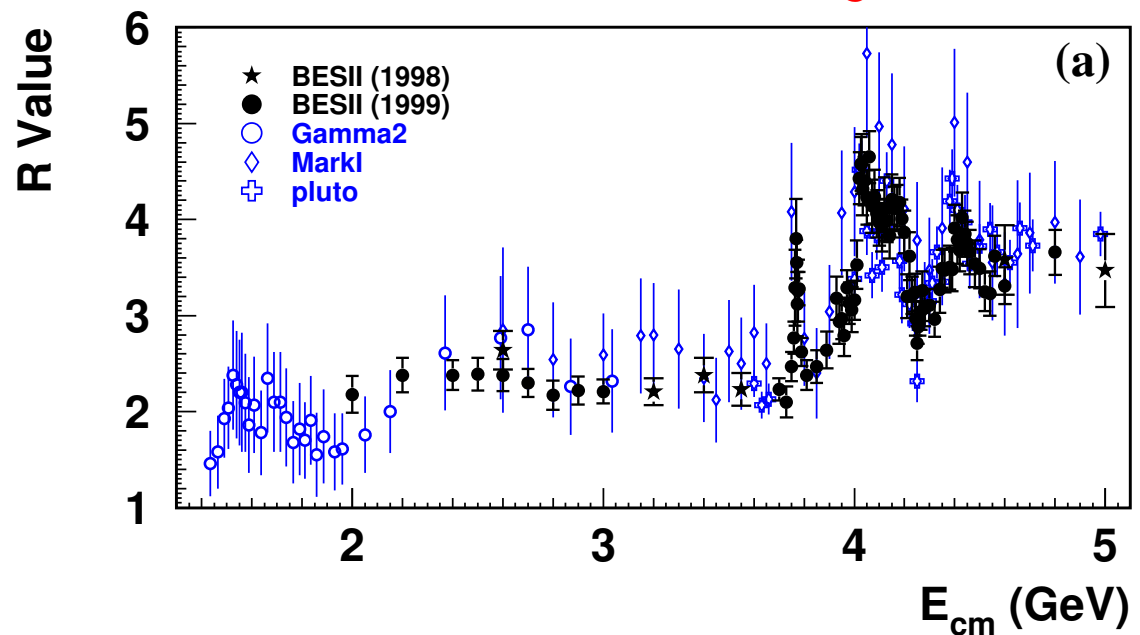
Ładunki partonów można też sprawdzić w pomiarze:

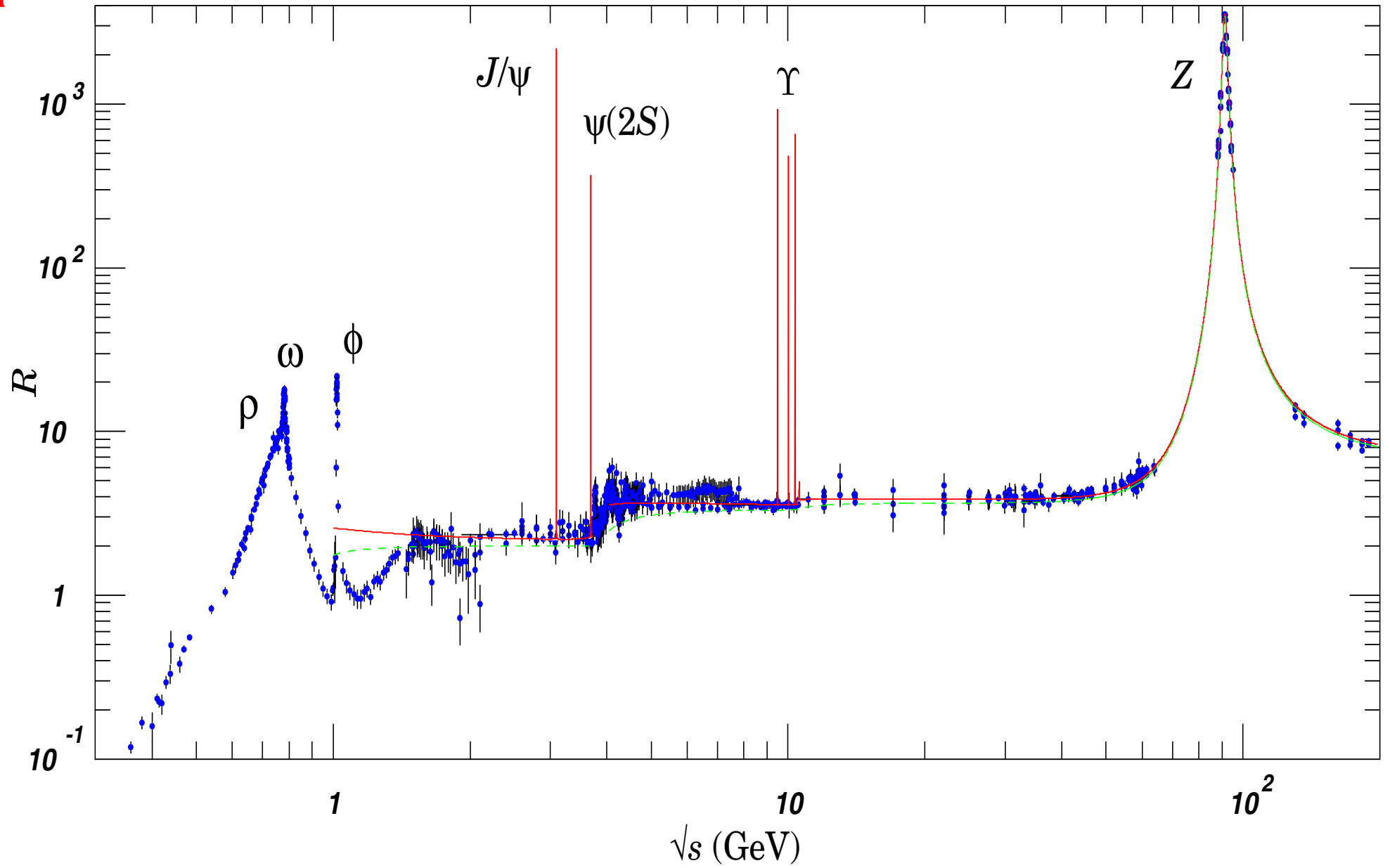
$$R^{e^+e^-} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrony})}{\sigma^{th}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \approx 3 \cdot \sum_q e_q^2$$

Dla 3 kwarków (u,d,s) oczekujemy $R \approx 2$, dla $E_{CM} > 4 \text{ GeV} \Rightarrow R \approx \frac{10}{3}$ (u,d,s,c)

Po uwzględnieniu poprawek wyższych rzędów wyniki doświadczalne bardzo dobrze to potwierdzają.

Zgodność zawdzięczamy czynnikowi 3 we wzorze na $R \Rightarrow$ liczba “kolorów” w jakich występują kwarki/partony





Struktura protonu

If the Proton is:

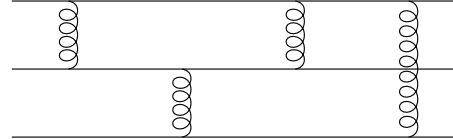
A quark



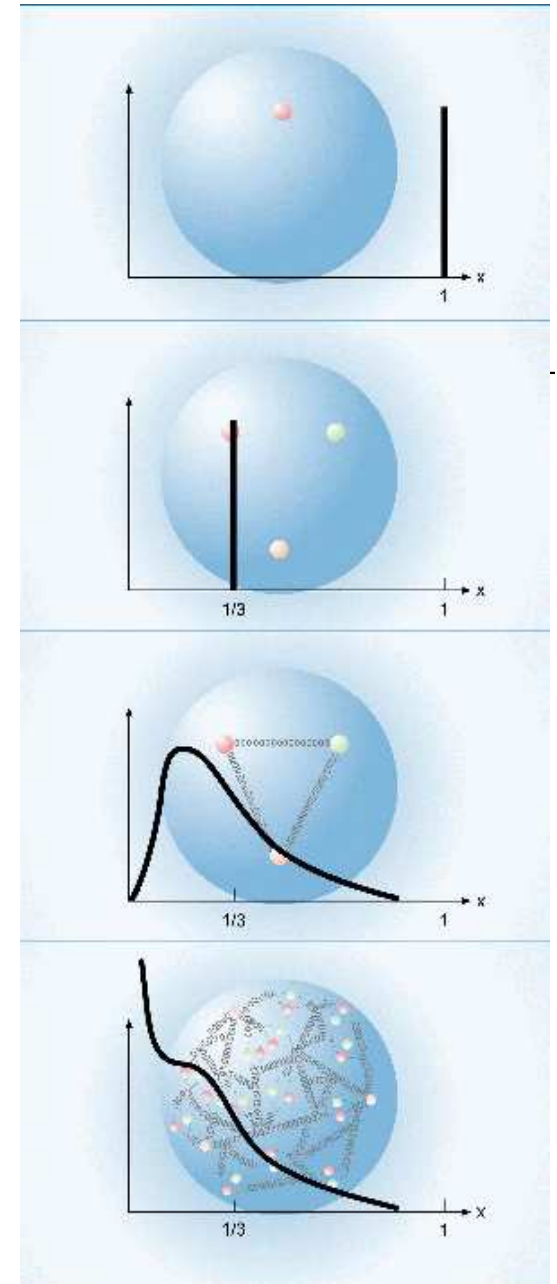
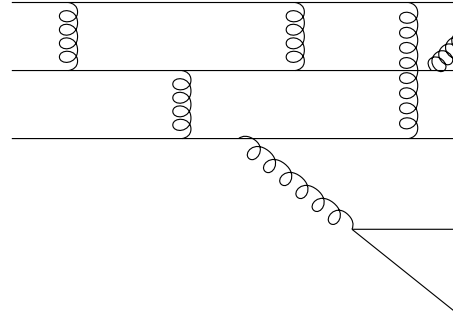
Three valence quarks



Three bound valence quarks



Valence, Sea quarks, gluons



Funkcja struktury F_2

W modelu partonowym

$$F_2(x) = \sum_q e_q^2 xq(x)$$

Największy wkład do $F_2(x)$ protonu

⇒ kwark u

- największa gęstość

$$u(x) \approx 2d(x) \gg s(x) \dots$$

- ładunek

$$|e_u^2| = 4|e_d^2|$$

Struktura protonu

Gluony

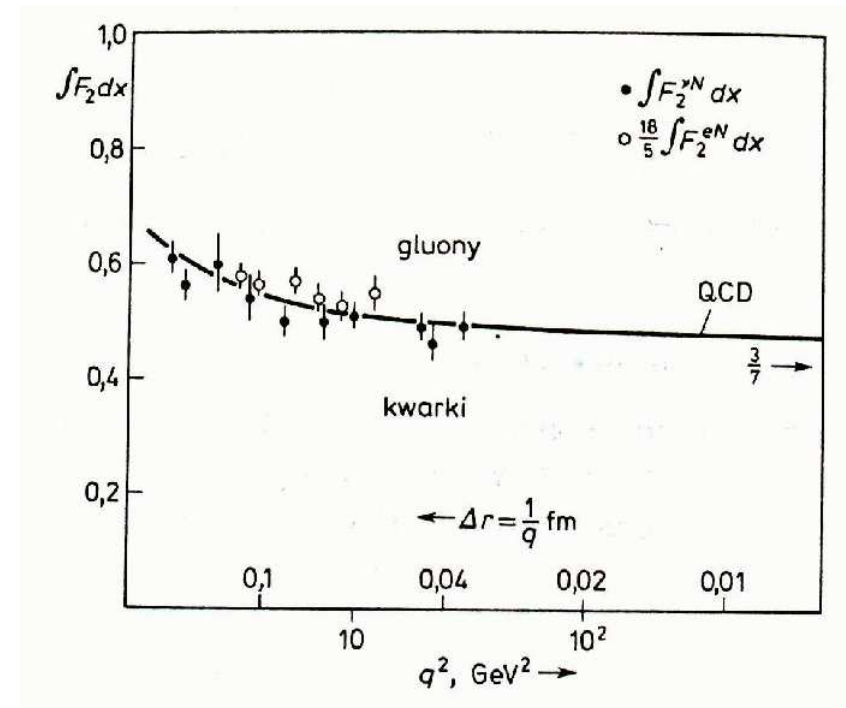
Jak dużą rolę odgrywają gluony ?

Możemy to sprawdzić licząc całkę po x z $F_2(x)$.

Gdyby cały pęd protonu niesiony był przez kwarki

$$\int dx F_2^{\nu N}(x) = \frac{18}{5} \int dx F_2^{eN}(x) = 1$$

Wyniki pomiarów:



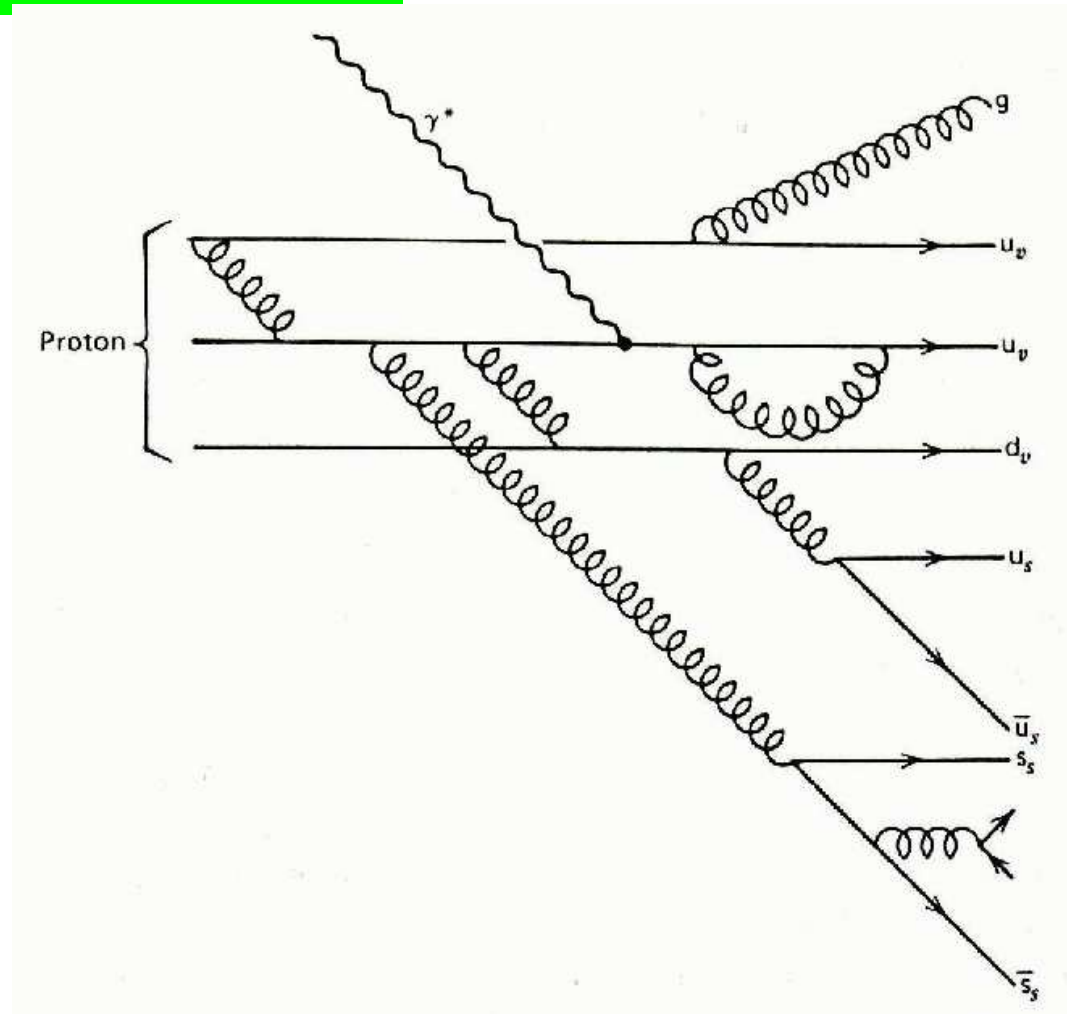
Kwarki niosą jedynie około połowy pędu nukleonów \Rightarrow **gluony są bardzo ważne !...**

Struktura protonu

Ewolucja QCD

Gluony **przenoszą oddziaływania** między kwarkami, ale mogą także **kreować** dodatkowe **pary kwark-antykwar** (tzw. **kwarki morza**).

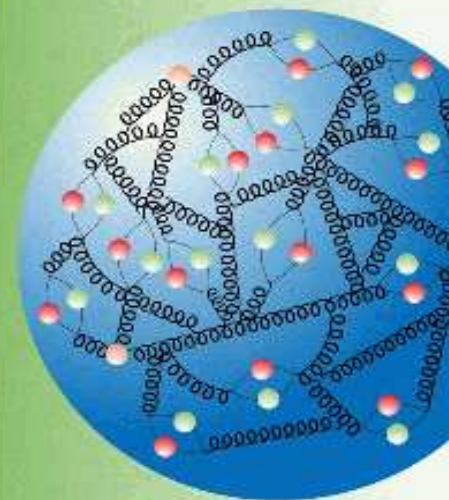
Im dokładniej przyglądamy się protonowi (**wyższe Q^2**) tym **więcej partonów** (kwarków i gluonów) widzimy



Małe Q^2



Duże Q^2



Struktura protonu

Łamanie skalowania

Chromodynamika kwantowa (QCD) przewiduje, że rozkłady kwarków (a więc i funkcje struktury) powinny **zależać od Q^2**

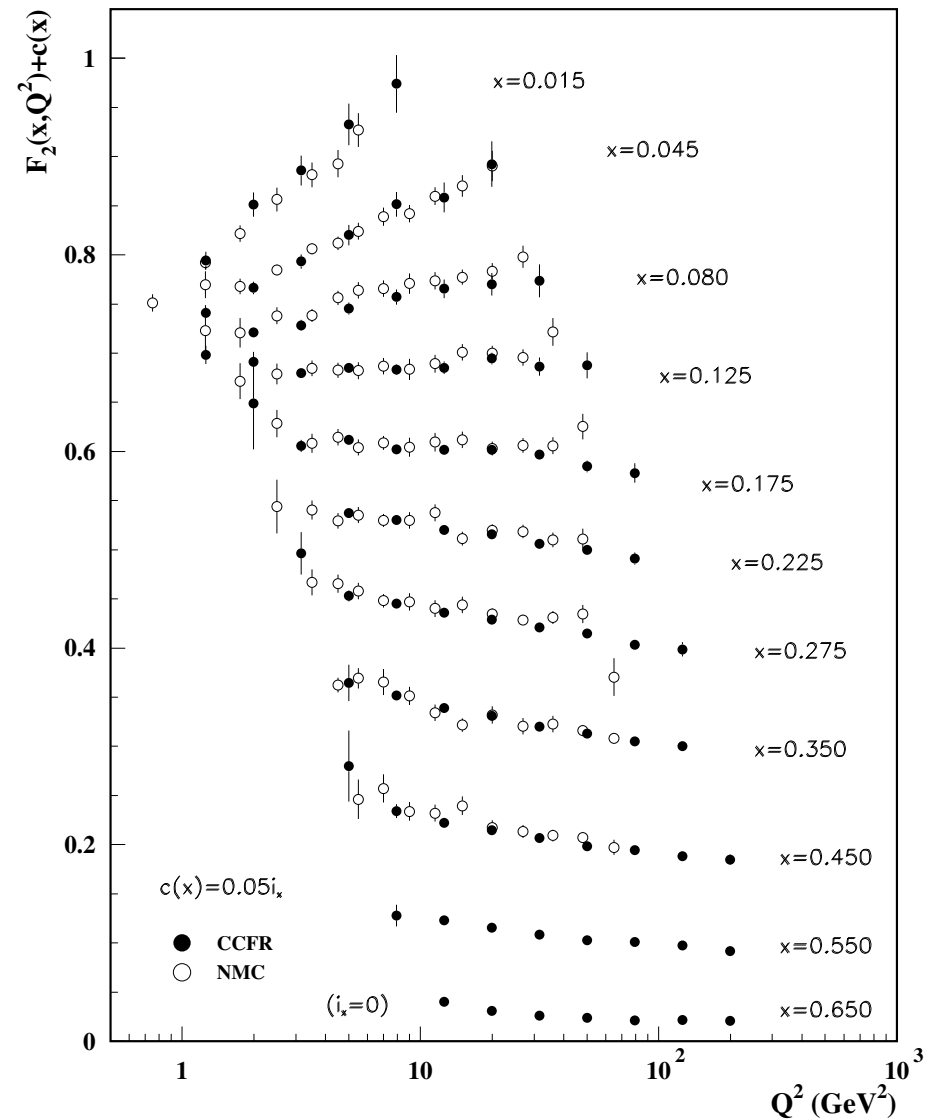
Dla małych wartości x :

$$F_2(x, Q^2) \text{ rośnie z } Q^2.$$

Dla dużych wartości x :

$$F_2(x, Q^2) \text{ maleje z } Q^2.$$

⇒ skalowanie było szczęśliwym zbiegiem okoliczności !...



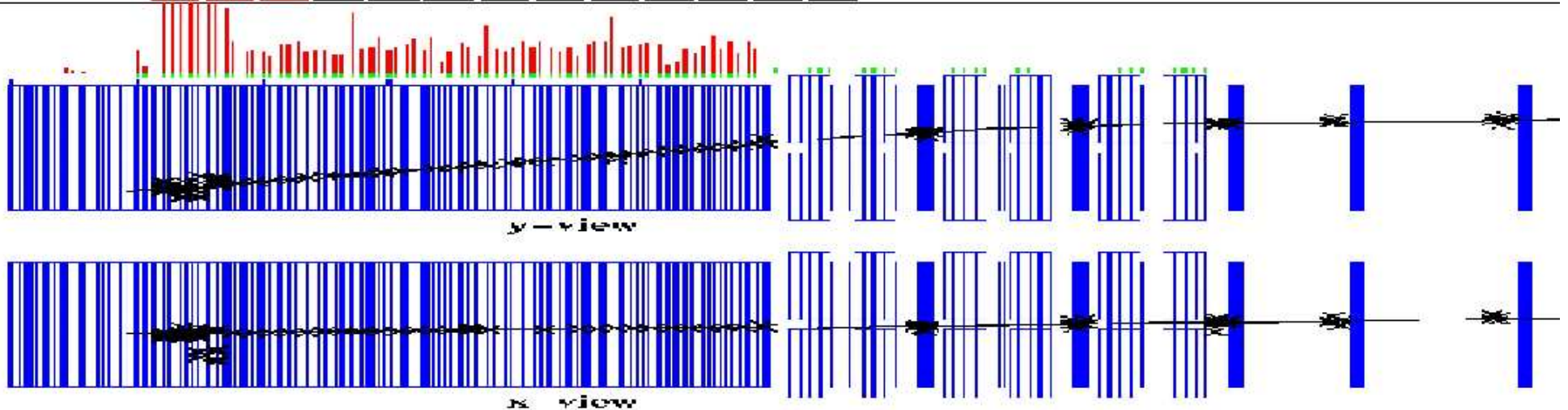
Pomiary na tarczach

W większości eksperymentów mierzących strukturę protonu w doświadczeniach na tarczach rozpraszano μ lub ν_μ .

Długi tor mionu w detektorze \Rightarrow dobra identyfikacja, dokładny pomiar

Przypadek z eksperymentu NuTeV:

Run: 6000 Event: 2573 Igate: 1 Date: Sat Apr 26 06:15:00 1997
Triggers: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13



Produkty rozbitcia protonu mają naogół małe energie (duży błąd pomiaru)

\Rightarrow analiza oparta na pomiarze rozproszonego leptonu

HERA

Pomiary na tarczach

Doświadczenia z rozpraszaniem wiązek elektronów, mionów i neutrin na tarczach pozwoliły na dokładny pomiar rozkładów kwarków w protonie w obszarze:

$$Q^2 < 200 \text{ GeV}^2$$
$$x > 0.001$$

Dolne ograniczenie na x wynika z warunku $Q^2 > 0.3 \text{ GeV}^2$. Dla mniejszych wartości Q^2 model partonowy **załamuje się**.

Projekt HERA

Badanie **struktury protonu** w obszarze:

- bardzo dużych wartości Q^2 : $Q^2 \sim 10^4 \text{ GeV}^2$
- oraz bardzo małych wartości x : $x \sim 10^{-4}$

Wiązki przeciwbieżne elektron(pozyton)–proton:

$$E_p \leq 920 \text{ GeV}$$

$$E_e \approx 27 \text{ GeV}$$

$$s = 4E_p E_e \approx 10^5 \text{ GeV}^2$$

$$\sqrt{s} \approx 318 \text{ GeV}$$

Dostępna energia o **rzęd wielkości** większa niż w doświadczeniach na tarczy...

HERA

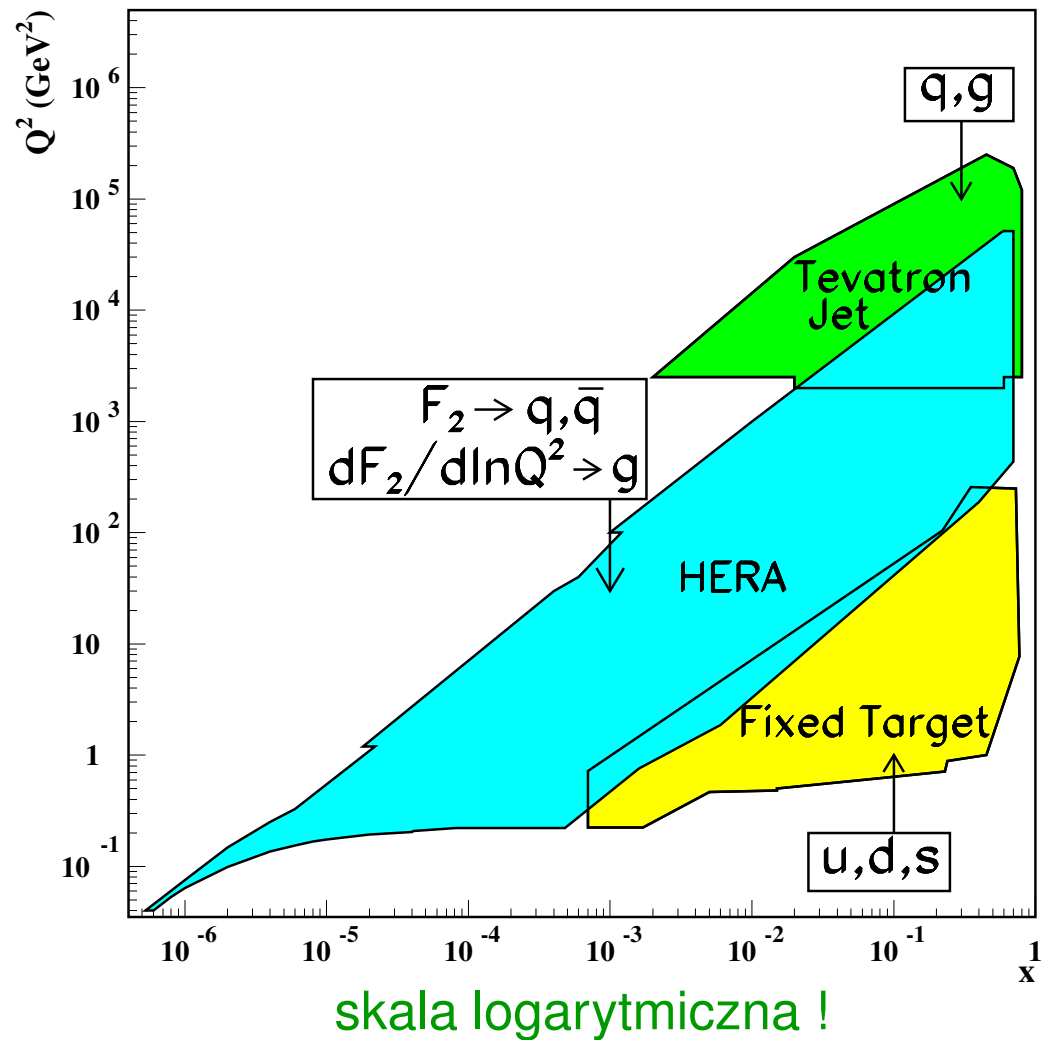
Obszar badań

Projekt **HERA** umożliwił rozszerzenie dostępnego w pomiarach **NC DIS** obszaru kinematycznego o **dwa rzędy wielkości** w Q^2 i x .

Deep Inelastic Scattering (DIS): rozpraszanie głęboko nieelastyczne

Neutral Currents (NC): oddziaływanie z wymianą prądów neutralnych (γ lub Z^0)

Oddziaływania $p\bar{p}$ w Tevatronie: nie mierzymy bezpośrednio rozkładów partonów, ale możemy je testować...



HERA

Kinematyka

Poprzednie definicje zmiennych x i y były słuszne tylko w układzie spoczywającego protonu.

W HERA zderzenia wiązek przeciwbieżnych

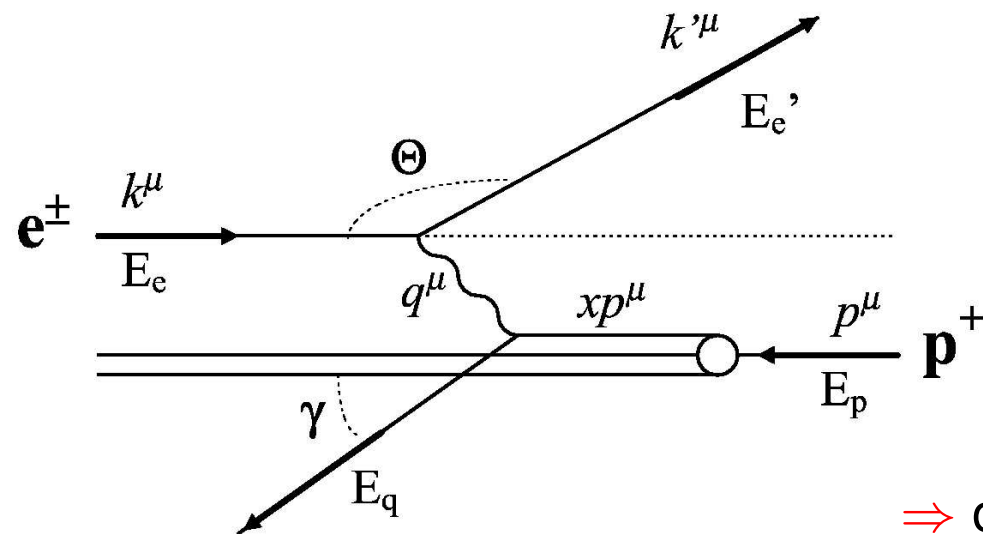
x - ułamek czteropędu protonu niesiony przez parton

$$x = \frac{-q^2}{2pq} = \frac{Q^2}{2pq}$$

$$y = \frac{qp}{kp}$$

$$Q^2 = x y s$$

$$s \approx 2 k p$$



W układzie spoczywającego protonu:

$$p^\mu = (M, 0, 0, 0)$$

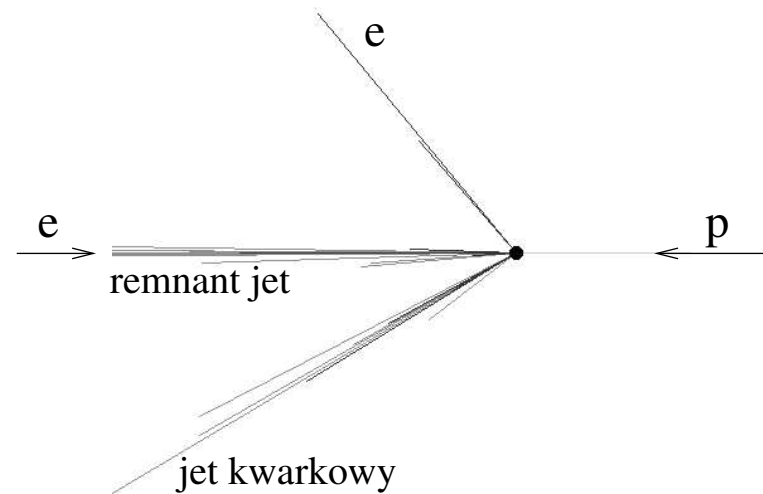
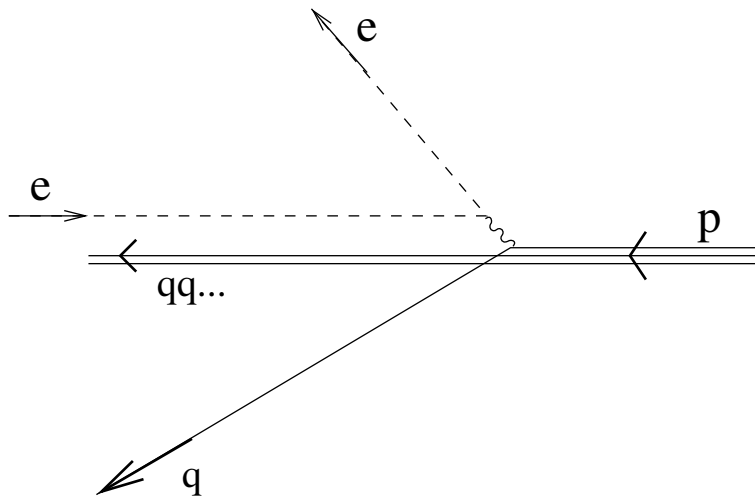
⇒ otrzymujemy te same wyrażenia co poprzednio

HERA

Hardonizacja

W modelu kwarkowo-partonowym (QPM) rozproszeniu ulega elektron i pojedynczy kwark. Reszta kwarków z protonu kontynuuje swój 'lot' jako tzw. "remnant" (pozostałości)

Pojedynczych kwarków nigdy nie obserwujemy. Oddziaływania silne prowadzą do tzw. hadronizacji: powstają wtórne pary $q\bar{q}$ i kwark zamienia się w jet (strugę) cząstek (głównie hadronów):



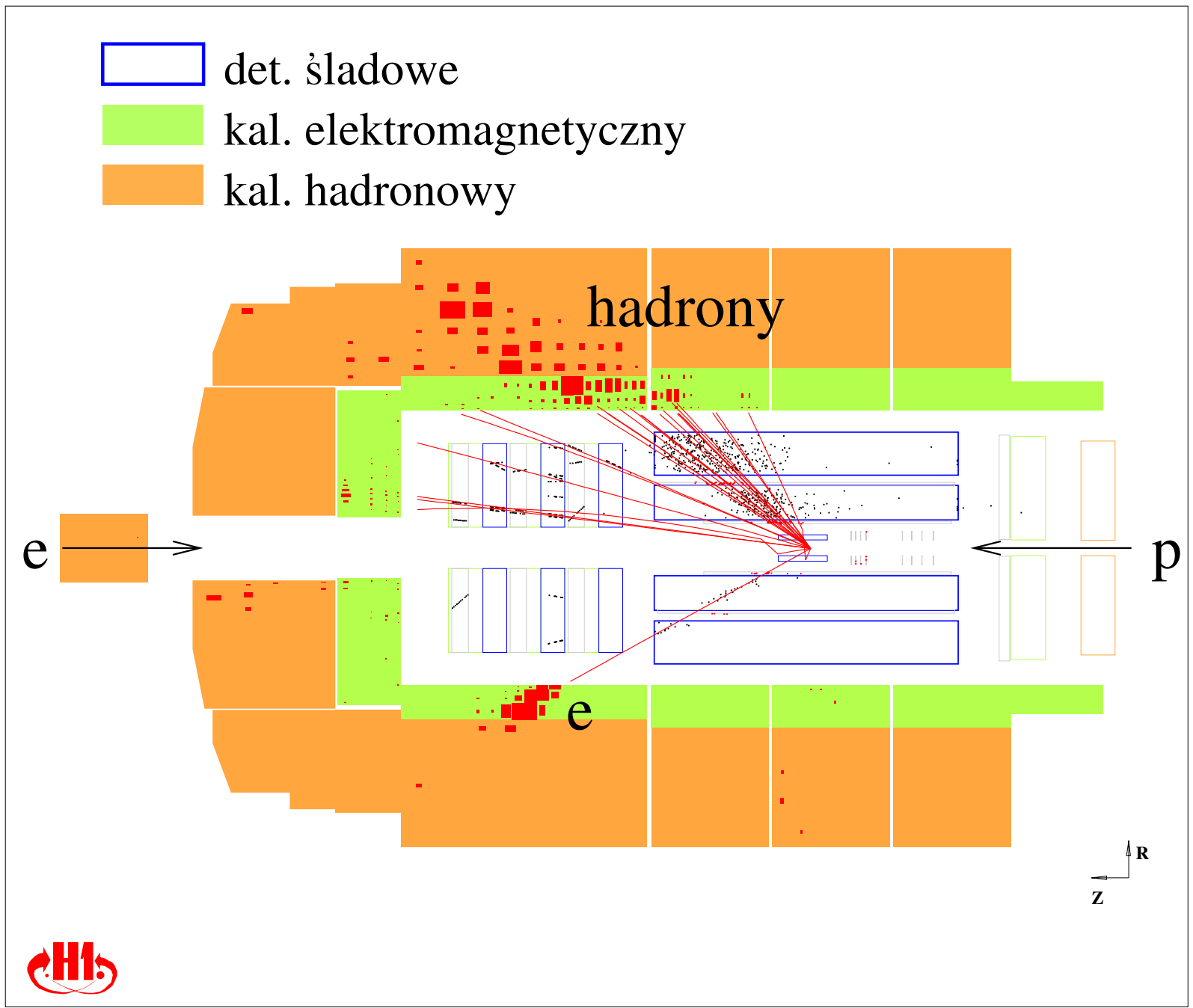
Przypadek symulowany programem PYTHIA

Przypadek
NC DIS

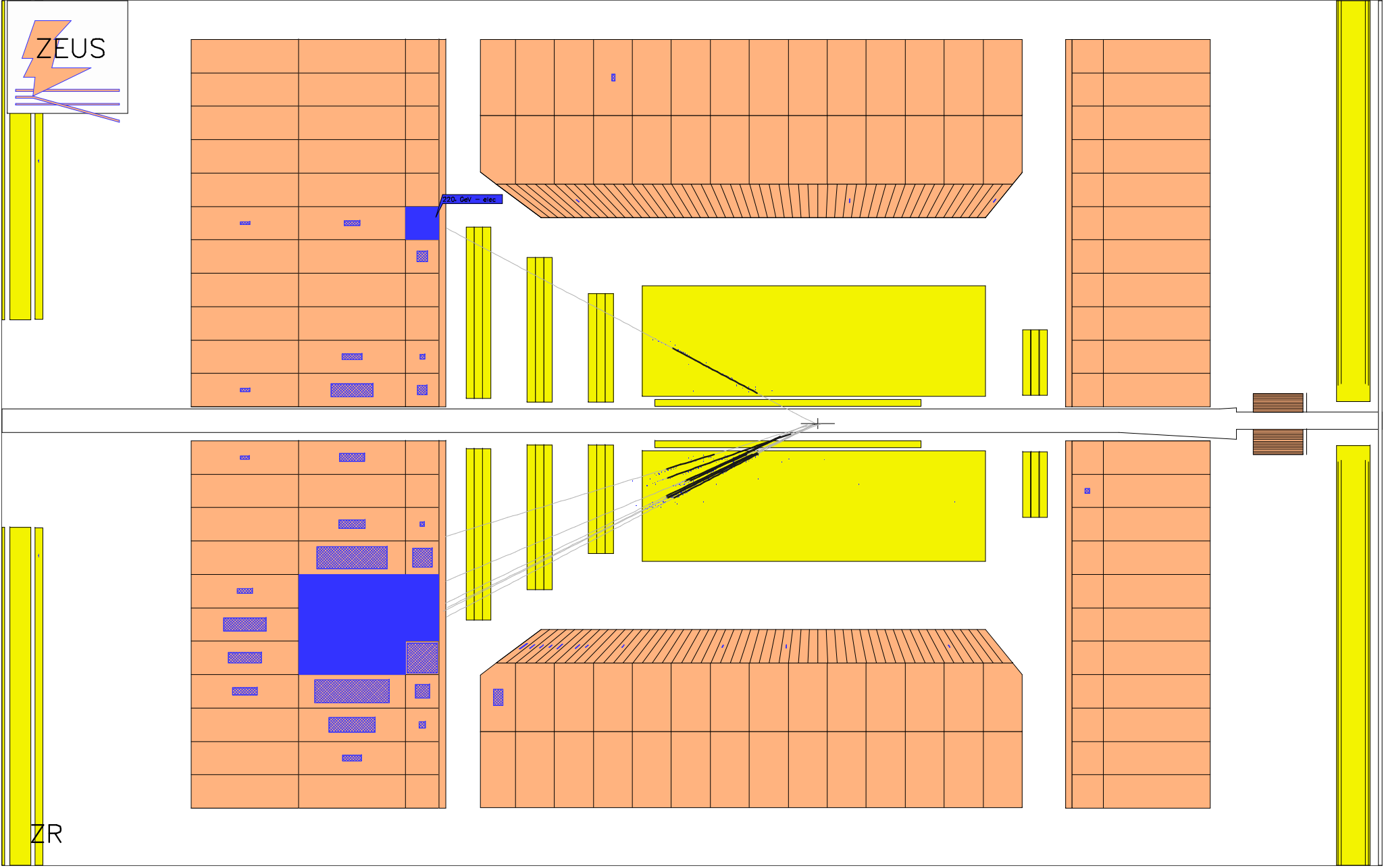
Ekspertment H1

mierzymy **energie**
i **kąt** rozproszenia
elektronu
 $\Rightarrow x, Q^2$

można też mierzyć
stan hadronowy...



Przypadek NC DIS **Ekspertment ZEUS**

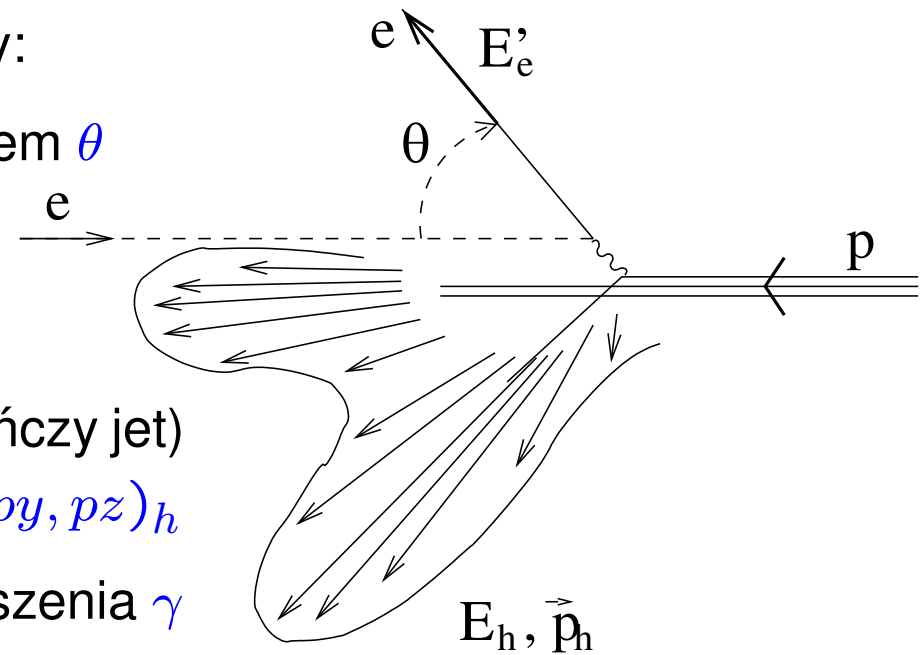


Rekonstrukcja przypadków

Pomiar w detektorze

W przypadkach **NC DIS** w detektorze mierzymy:

- **elektron** o energii E'_e rozproszony pod kątem θ
 - stan **hadronowy** (na ogół nie jest to pojedynczy jet) o całkowitej energii E_h i pędzie $\vec{p}_h = (p_x, p_y, p_z)_h$
- ⇒ możemy wyznaczyć **efektywny kąt** rozproszenia γ i **energię** E_q jetu ⇒ **partonu**



Chcemy wyznaczyć **dwie** zmienne, np. x i Q^2 (trzecią zmienną mamy z relacji: $Q^2 = xys$)

Mamy **cztery** wielkości mierzone: E'_e , θ , E_q i γ ⇒ **mamy dużą swobodę wyboru metody**

Teoretycznie (nieskończenie dokładny pomiar) wszystkie metody są **równoważne**.

Efekty doświadczalne (**błędy pomiarowe**) powodują jednak znaczne **różnice w dokładności** wyznaczenia x , y i Q^2 różnymi metodami ⇒ wybór zależy od eksperymentu...

Wyznaczanie funkcji struktury

Przekrój czynny

Funkcję struktury $F_2(x, Q^2)$ wyznaczamy bezpośrednio z pomiaru różniczkowego **przekroju czynnego** na **NC DIS**:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2(x, Q^2) (1 + \delta_L + \delta_Z + \delta_{rad})$$

Wyznaczane **teoretycznie poprawki** pochodzą od:

- δ_L – tzw. podłużnej funkcji struktury F_L
(wkład gluonów powoduje, że $F_L \equiv F_2 - 2xF_1 \neq 0$)
- δ_Z – wymiany bozonu Z^0
(istotne tylko dla bardzo dużych Q^2)
- δ_{rad} – procesów radiacyjnych
(poprawki radiacyjne; emisja γ przez elektron przed lub po zderzeniu)

Wyznaczanie funkcji struktury

Przekrój czynny

Różniczkowy przekrój czynny wyznaczamy mierząc liczbę przypadków zrekonstruowanych w przedziałach x i Q^2 :

$$\Delta N(x \pm \frac{\Delta x}{2}, Q^2 \pm \frac{\Delta Q^2}{2}) = \frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} \cdot \Delta x \cdot \Delta Q^2 \cdot \mathcal{L}_{int} \cdot \mathcal{E} \cdot \mathcal{A}$$

gdzie:

- \mathcal{L}_{int} – scałkowana świetlność
- \mathcal{E} – efektywność selekcji przypadków
- \mathcal{A} – poprawka związana z niedokładnością pomiaru (“przesypywanie” przypadków pomiędzy przedziałami)

Wyznaczanie funkcji struktury

Rozkład mierzonych przypadków **NC DIS** w zmiennych x, Q^2 .

Dane współpracy **ZEUS** \Rightarrow

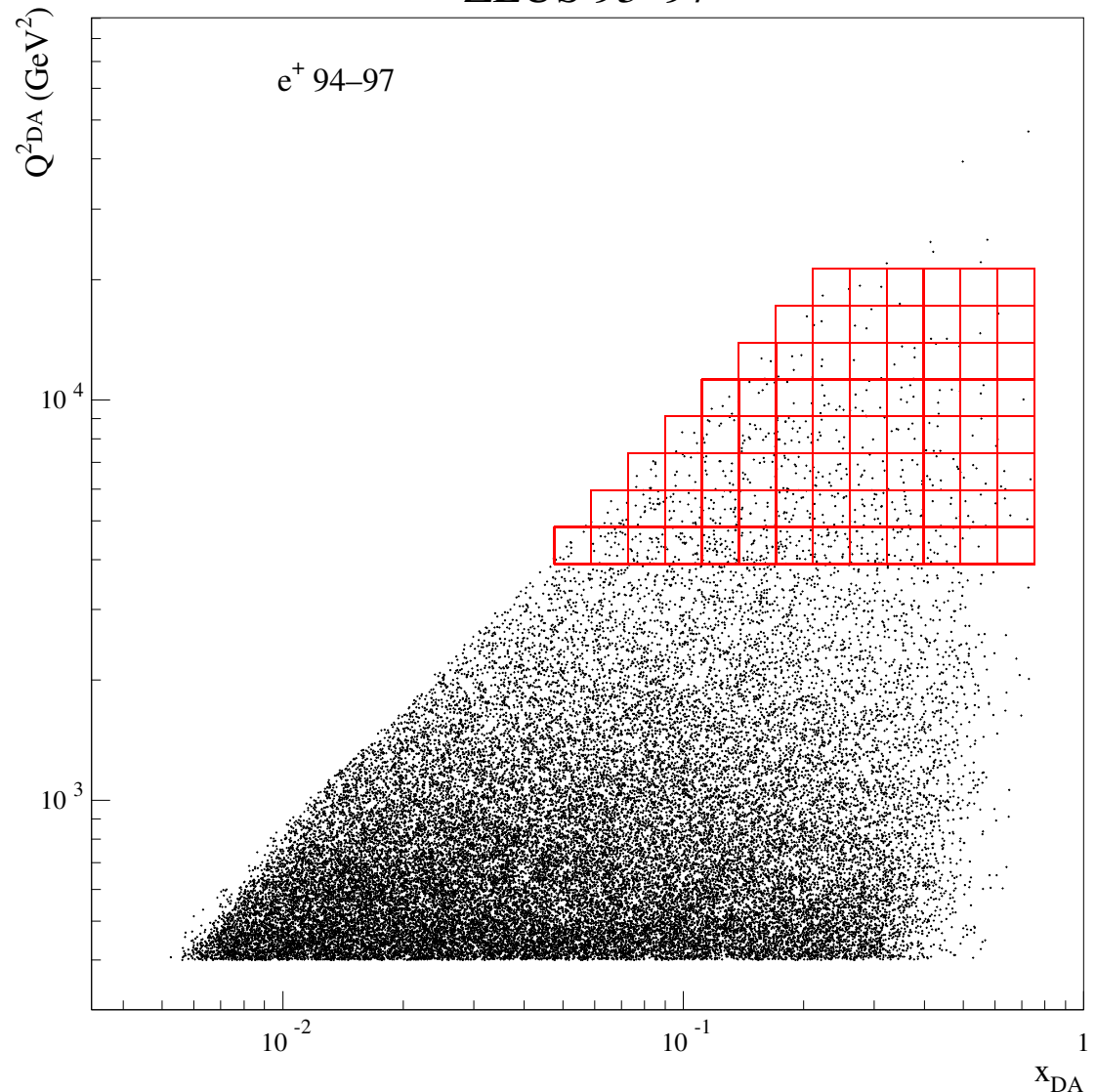
Liczba przypadków w binach **maleje szybko z Q^2**

$$\Delta N \sim \frac{1}{Q^4}$$

\Rightarrow pomiar ograniczony do

$$Q^2 \leq 2 \cdot 10^4 \text{ GeV}^2$$

ZEUS 93–97



Wyznaczanie funkcji struktury

Liczba mierzonych przypadków decyduje o błędzie statystycznym wyznaczonych wartości $F_2(x, Q^2)$:

$$\frac{\sigma_{F_2}^{stat}}{F_2} = \frac{1}{\sqrt{\Delta N}}$$

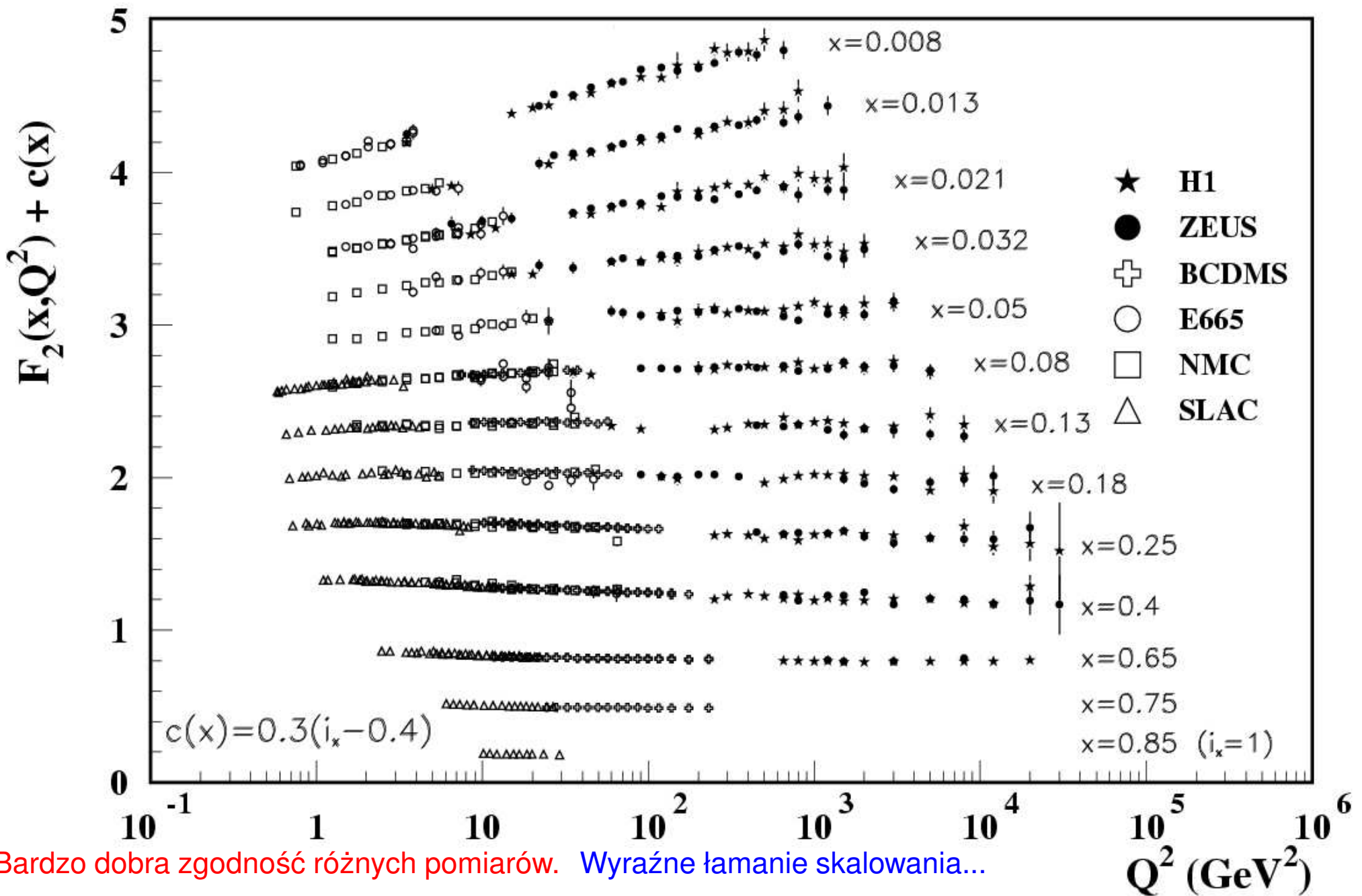
Błędy statystyczne dominują przy dużych Q^2 , przy małych Q^2 są zaniedbywalne.

Błąd systematyczny pomiaru wynika z **niepewności**:

- poprawek teoretycznych δ_L , δ_Z i δ_{rad}
- pomiaru świetności \mathcal{L}_{int}
- wyznaczenia poprawek \mathcal{E} i \mathcal{A}
(niepewności związane z symulacją Monte Carlo badanego procesu i działania detektora)

Błędy systematyczne dominują przy małych Q^2 .

Na ogół są na poziomie kilku % (obecne pomiary w HERA)



Bardzo dobra zgodność różnych pomiarów. Wyraźne łamanie skalowania...