

Wielka Unifikacja

Elementy fizyki cząstek elementarnych

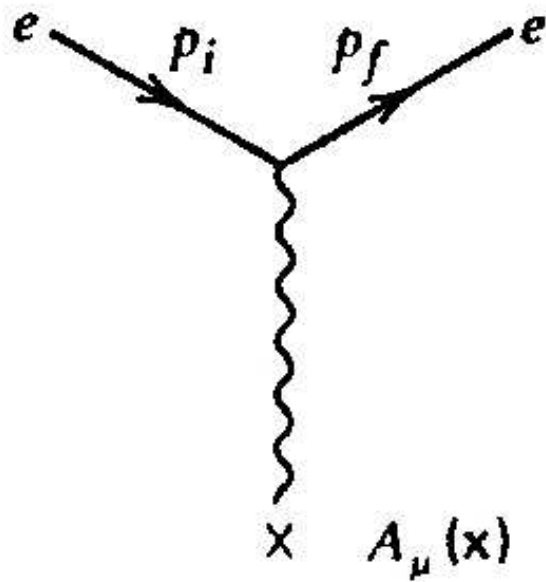
Wykład XI

- Co to jest ładunek ?...
- Biegająca stała sprzężenia i renormalizacja w QED
- Asymptotyczna swoboda QCD
- Unifikacja SU(5)
- Problemy Modelu Standardowego

QED

Ładunek elektryczny

Rozważmy rozpraszanie naładowanej cząstki o ładunku Qe w polu elektrycznym jądra $(+Ze)$:



W podejściu klasycznym rozpraszanie opisuje **wzór Rutherforda**:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Ze)^2 (Qe)^2}{64\pi^2 E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Mierząc **przekrój czynny** możemy więc wyznaczyć ładunek Q padającej cząstki (jeśli znamy Z i e).

Albo, znając Z i Q możemy wyznaczyć wartość **ładunku elementarnego** e ...

Ale

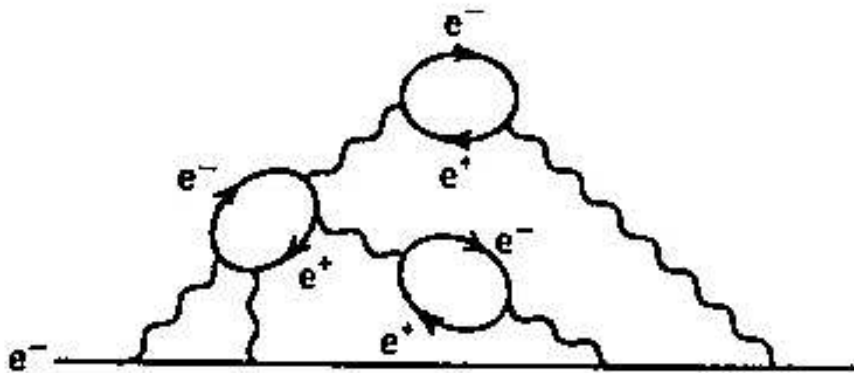
Co to jest ładunek elementarny ?...

QED

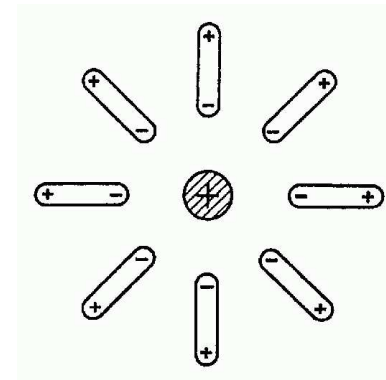
Ładunek elementarny

Ładunek elementarny chcielibyśmy zdefiniować jako wartość ładunku pojedynczego, izolowanego i nieoddziałującego elektronu.

Ale w QED elektron nigdy nie jest “goły”. Cały czas emituje wirtualne fotony, które z kolei mogą konwertować w pary e^+e^- (w ogólności w dowolne dwie cząstki naładowane).



W obecności zewnętrznego pola wirtualne pary e^+e^- mogą ulec polaryzacji, podobnie jak ładunki w dielektryku:

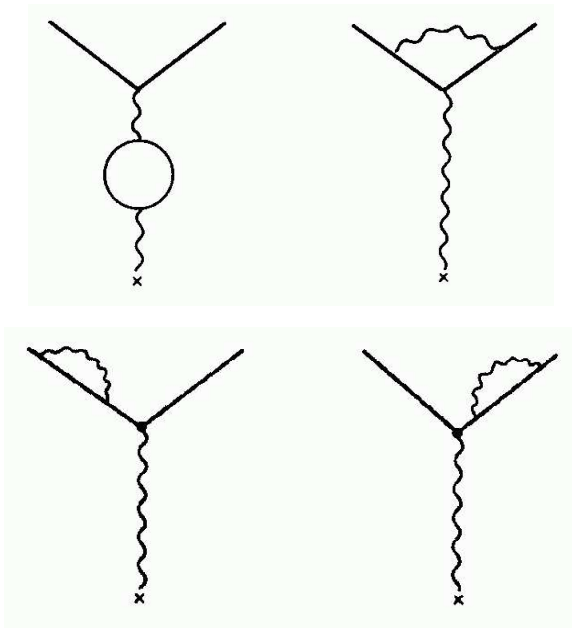


“Polaryzacja próżni” \Rightarrow mierzony ładunek elektronu jest mniejszy niż “goły” ładunek.

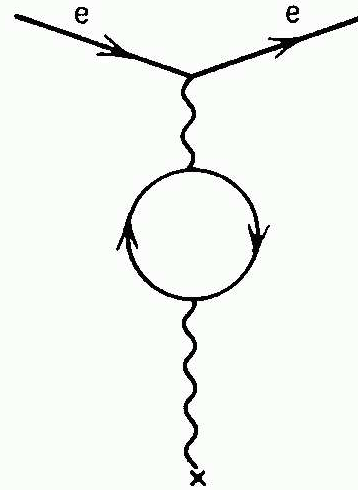
QED

Poprawki wyższych rzędów

W QED możemy próbować policzyć wkłady od procesów wyższych rzędów. W NLO (Next-to-Leading-Order) mamy cztery dodatkowe diagramy:



Istotny wkład daje tylko pierwszy diagram:



Dla dużych wirtualności $q^2 \equiv -Q^2$ wymienianego fotonu, z całkowania po pędzie wirtualnego elektronu mamy

$$\frac{e^2}{e_0^2} = 1 - \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log \left(\frac{E_{max}^2}{Q^2} \right)$$

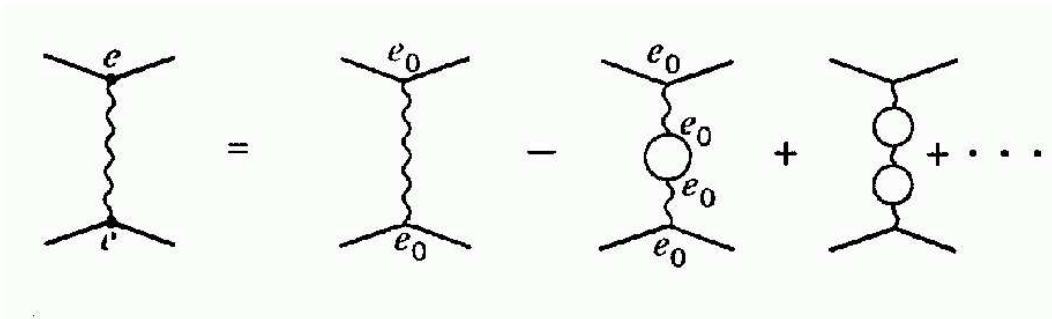
gdzie e jest mierzona a e_0 “gołą” wartością ładunku, E_{max} jest maksymalną energią elektronu w pętli.

Jeśli $E_{max}^2 \gg Q^2$ to “mamy problem”...

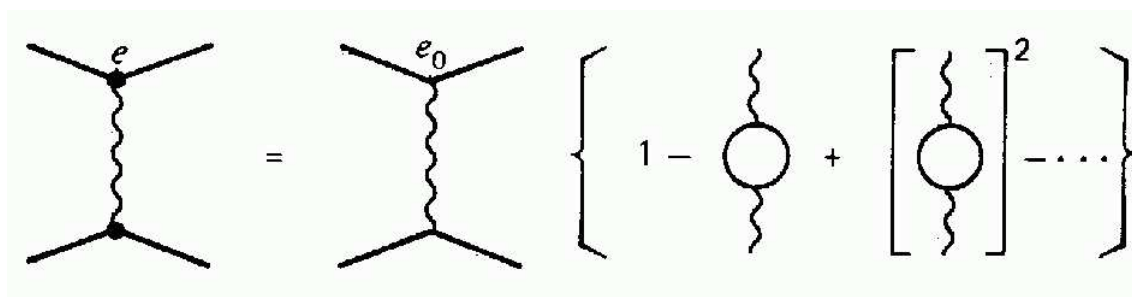
QED

Poprawki wyższych rzędów

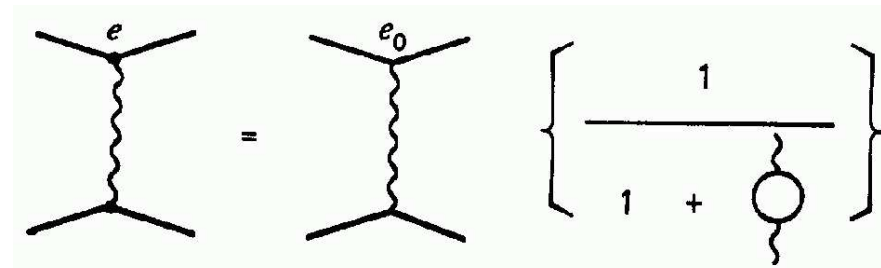
Problem częściowo znika, gdy uwzględnimy kolejne poprawki:



Dodanie kolejnej pętli zawsze daje taką samą poprawkę, w stosunku do wyniku uzyskanego w niższym rzędzie \Rightarrow sumę można przedstawić jako szereg geometryczny:



Suma takiego szeregu powinna wynosić:



To tylko obraz jakościowy, który jednak potwierdza dokładne rachunki...

QED

Biegająca stała sprzężenia

Sumując wiodące **poprawki** wszystkich rzędów dostajemy:

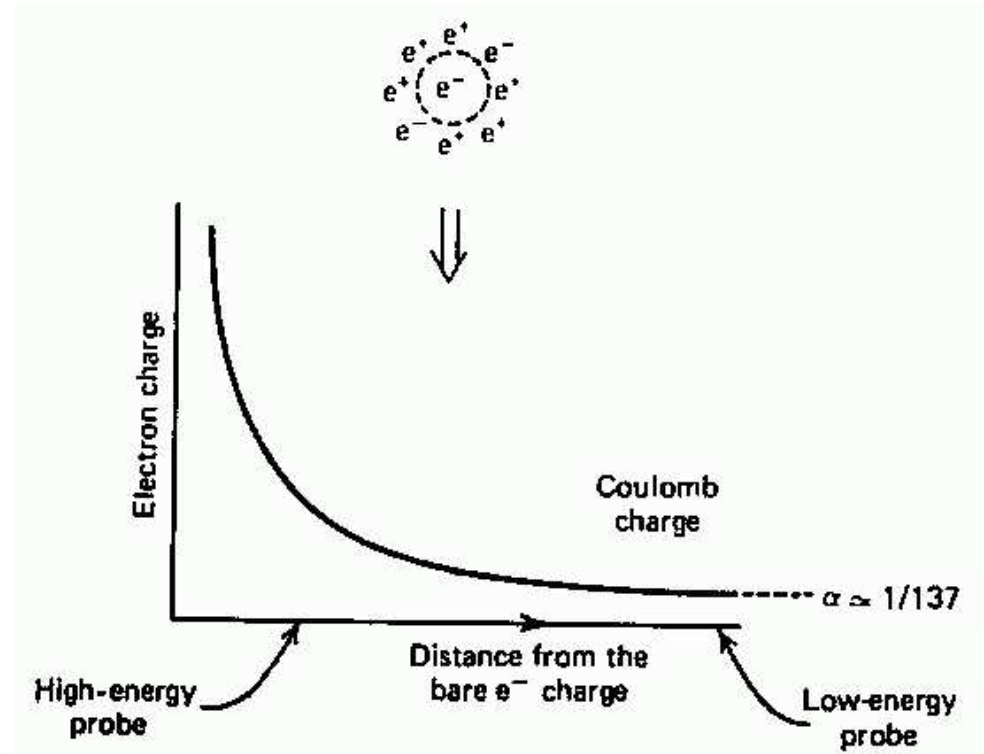
$$e^2 = \frac{e_0^2}{1 + \frac{e_0^2}{12\pi^2} \log\left(\frac{E_{max}^2}{Q^2}\right)}$$

Ładunek mierzony w doświadczeniu **zależy** od skali Q^2 . Wygodnie wprowadzić jest “**biegnącą**” stałą sprzężenia:

$$\alpha(Q^2) = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

zmiana znaku - odwrócenie stosunku skal

Im wyższe Q^2 (\Rightarrow **mniejsze odległości**) tym silniej oddziałuje elektron:



Małe odległości

\Rightarrow mniejszy wkład **polaryzacji próżni**.

QED

Renormalizacja

Po zsumowaniu wiodących poprawek wszystkich rzędów wciąż pozostaje zależność mierzonego ładunku od E_{max} (maksymalnej energii wirtualnego elektronu w pętli)

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \frac{\alpha_0}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{E_{max}^2}\right)}$$

Problem w tym, że **nie ma** żadnego ograniczenia na E_{max} (jeśli fluktuacje są odpowiednio krótkie, zgodnie z zasadą nieoznaczoności).

Dla $E_{max} \rightarrow \infty$ mamy jednak: $\alpha(Q^2) \rightarrow 0$!?

Albo musimy dopuścić możliwość, że $\alpha_0 \rightarrow \infty$!?...

Wyjściem z sytuacji jest **“renormalizacja”**.

Rezygnujemy z niefizycznej (bo niemierzalnej) koncepcji **“gołego ładunku”**. Jako **“punkt odniesienia”** wprowadzamy dowolną skalę μ^2 . Otrzymujemy wtedy związek między **stałymi sprzężenia** przy skalach Q^2 i μ^2 :

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

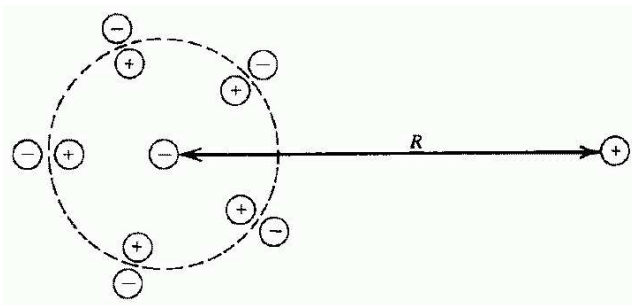
\Rightarrow brak zależności od E_{max}

QED

Renormalizacja

Obecnie **elektromagnetyczna stała sprzężenia**, w granicy $Q^2 \rightarrow 0$, wyznaczana jest najdokładniej z **kwantowego efektu Halla**. Odpowiada ona pomiarowi ładunku na **bardzo dużych** (“klasycznych”) **odległościach**:

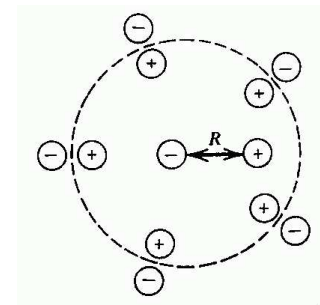
$$\alpha(0) \approx \frac{1}{137}$$



Dla **skal energii** typowych dla współczesnych **eksperymentów** fizyki cząstek elementarnych stała sprzężenia jest wyraźnie **większa**:

$$\alpha(m_\tau^2) \approx \frac{1}{133.5}$$

$$\alpha(m_Z^2) \approx \frac{1}{128}$$



$$g_{\mu} = 2$$

Moment magnetyczny mionu

Mion (jak i elektron) oddziałuje nie tylko przez swój ładunek, ale także poprzez swój moment magnetyczny związany ze spinem ($s = \frac{1}{2}$):

$$\mu = g \mu_B s$$

gdzie $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ jest tzw. magnetonem Bohra.

Teoria Diraca przewiduje (LO) $g_e = g_{\mu} = 2$, ale dochodzą poprawki wyższych rzędów:

$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \dots$$

Wartość g_{μ} jest obecnie policzona, uwzględniając także poprawki słabe i silne, z dokładnością rzędu 10^{-9} !!!

⇒ "laboratorium" QED

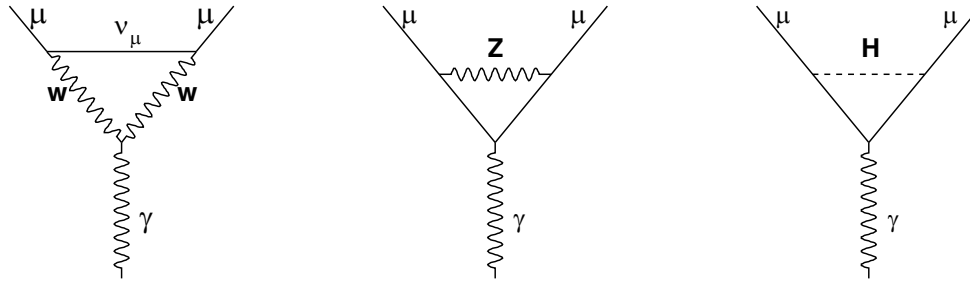
Chcielibyśmy sprawdzić czy nasze wyliczenia są prawidłowe.

⇒ czy potrafimy zrobić równie dokładny eksperyment ?!...

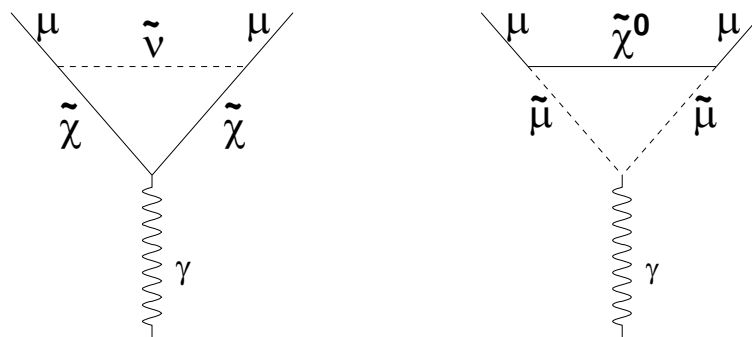
$$g_{\mu} - 2$$

Moment magnetyczny mionu

Precyzja rachunków staje się tak duża, że musimy też uwzględniać wkłady pochodzące od wymiany ciężkich cząstek: **bozonów pośredniczących**, **bozonu Higgsa**...



ale stajemy się także czuli na potencjalne wkłady od “**nowej fizyki**”,
na przykład cząstek supersymetrycznych...



$$g_{\mu} - 2$$

Eksperyment E821

Spolaryzowana wiązka mionów o energii 3.09 GeV wprowadzana była do pierścienia o średnicy 14.2 m:



$$g_\mu - 2$$

Eksperyment E821

W **jednorodnym polu magnetycznym** o indukcji 1.45 T następowała precesja **spinu względem** wektora pędu z częstością:

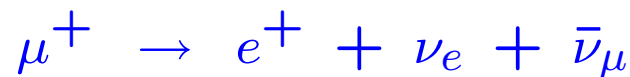
$$\vec{\omega} = -\frac{e}{m_\mu} \left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} \right]$$

gdzie $a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$.

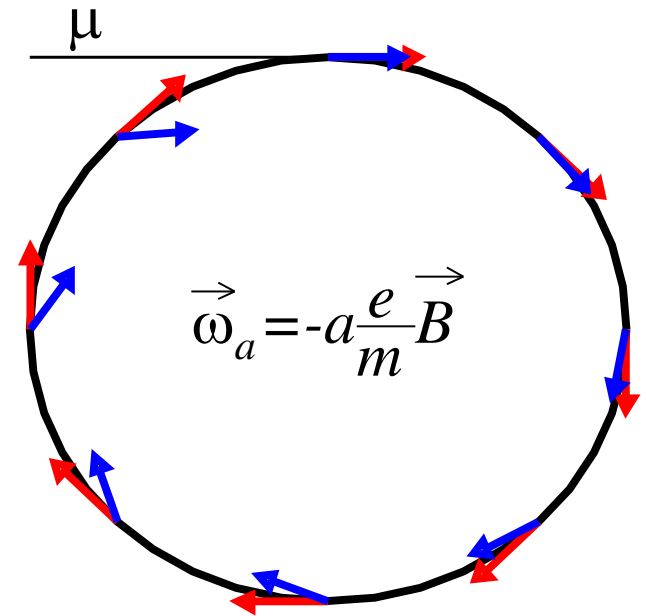
Energia wiązki została tak dobrana, że **wyraz** proporcjonalny do $\vec{\beta} \times \vec{E}$ można **zaniedbać**.

Precesja: $\sim 12^\circ$ na jedno okrążenie

Orientację spinu mionów wyznaczamy z **pomiaru energii** pozytronów z rozpadu:



W **układzie spoczynkowym** μ^+ pozytron jest częściej emitowany zgodnie z **kierunkiem spinu** \Rightarrow energie e^+ mierzone w LAB są **wyższe** dla spinu $\uparrow\uparrow$ pędu.



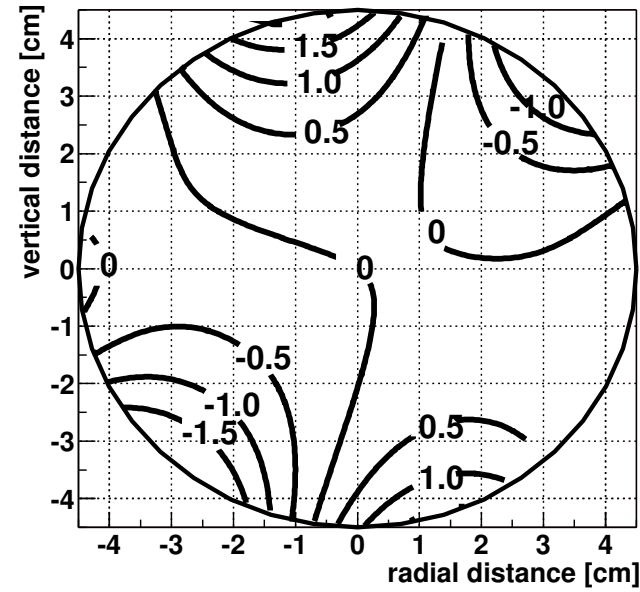
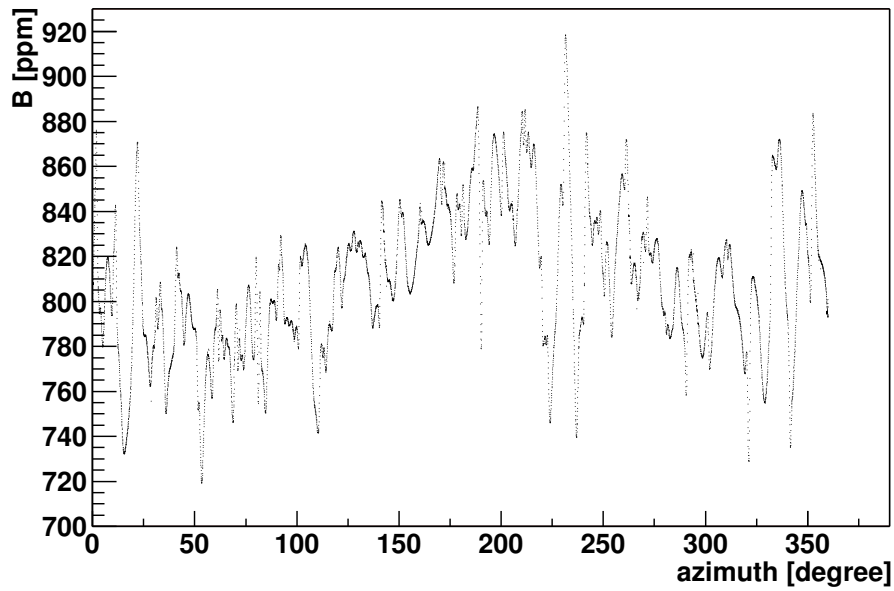
$$g_{\mu} - 2$$

Eksperyment E821

Warunkiem dokładnego pomiaru a_{μ} (g_{μ}) był bardzo **dokładny pomiar pola magnetycznego**. W eksperymencie **E821** uzyskano dokładność rzędu 10^{-7} .

Pole magnetyczne w którym krążą miony mierzono przy pomocy... **kolejki elektrycznej**, którą wpuszczano do pierścienia **poędzy** kolejnymi “**napętnianiami**”.

Przykładowa **mapa pola** zmierzona w jednym przejeździe kolejki ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$):



Multipoles [ppm]

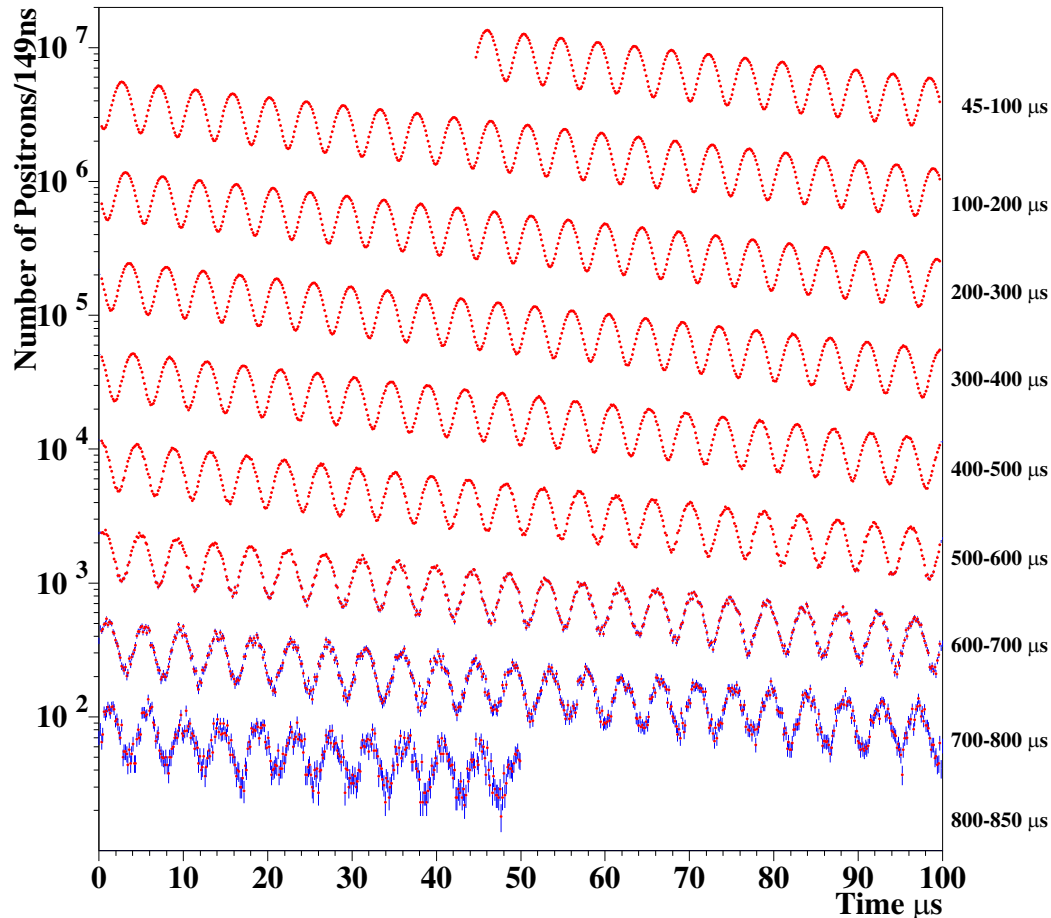
	normal	skew
Quad	0.24	0.29
Sext	-0.53	-1.06
Octu	-0.10	-0.15
Decu	0.82	0.54

$$g_\mu - 2$$

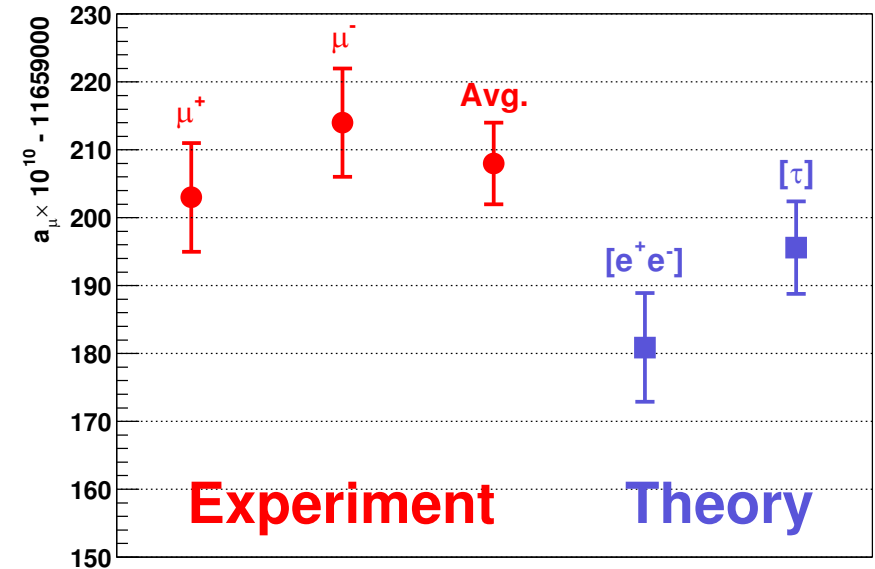
Eksperyment E821

Wyniki pomiarów czasu rozpadu:

4 Billion Positrons with $E > 2$ GeV



Wartość a_μ wyznaczona na podstawie częstości precesji spinu w polu magnetycznym, porównana z przewidywaniami teoretycznymi ($a_\mu \times 10^{10} - 11659000$):



Znakomita zgodność z SM (10^{-9} !)

Oddziaływania silne

Oddziaływania **elektromagnetyczne** (QED) i **słabe** (model Weinberga-Salama) zostały opisane poprzez wymianę odpowiednich bozonów cechowania: γ , W^\pm i Z^0 .

W podobny sposób próbowano opisać oddziaływania silne.

Pierwszy model **Yukawy** (1935 !) zakładał, że nukleony oddziałują poprzez wymianę **pionów**. Skończona masa pionu ograniczałaby zasięg oddziaływania...

Piony rzeczywiście odkryto, ale model nie opisywał danych doświadczalnych.

Główny **problem/paradoks**:

- kwarki są **uwięzione** w nukleonach - nie obserwujemy swobodnych kwarków
- w rozpraszaniu głębokonieelastycznym zachowują się jak cząstki **swobodne** tzw. **asymptotyczna swoboda**

Przez pewien czas uważano nawet, że nie jest możliwe sformułowanie kwantowej teorii pola z asymptotyczną swobodą !

QCD

Nobel 2004

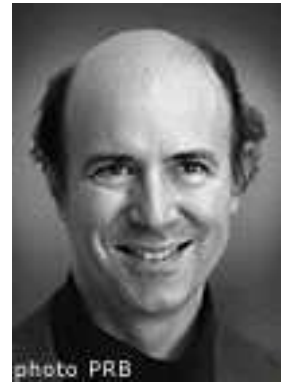
Podstawy opisu oddziaływań silnych stworzyli w 1973 roku



David J. Gross



H. David Politzer



Frank Wilczek

Zauważyli, że do stworzenia **konsystentnej teorii oddziaływań silnych** opisującej zarówno uwięzienie kwarków jak i asymptotyczną swobodę konieczne jest przyjęcie **nieabelowej grupy cechowania...**

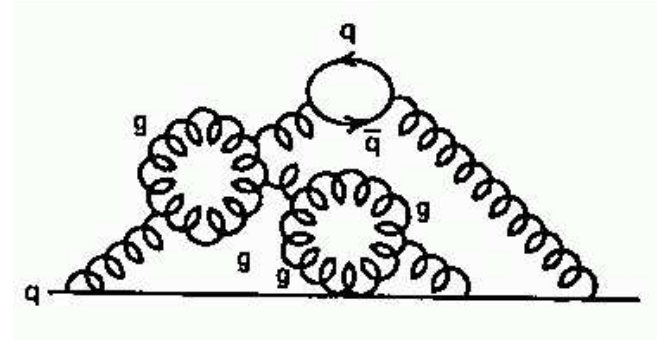
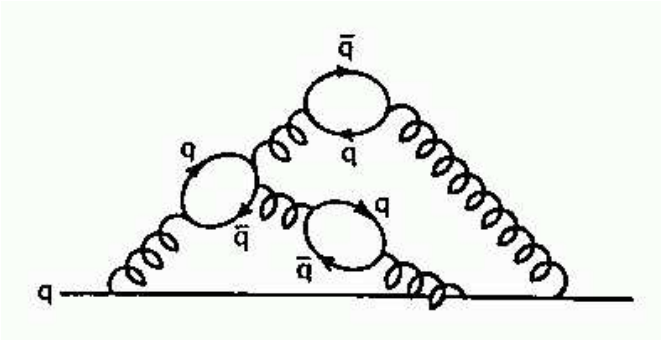
⇒ teoria oddziaływań kwarków i gluonów - chromodynamika kwantowa (QCD)

QCD

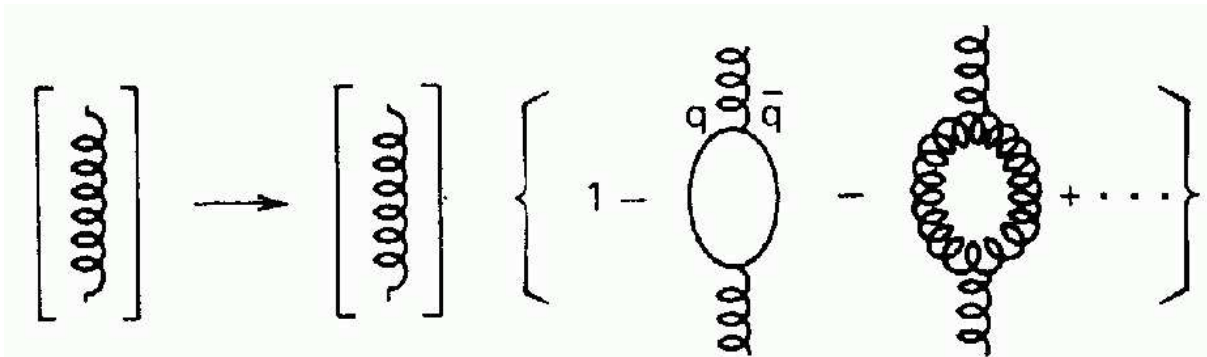
Biegająca stała sprzężenia

Z podobną (ale nie identyczną) sytuacją mamy do czynienia w oddziaływaniach silnych.

Kwark emituje wirtualne **gluony**, które **Gluony** mogą jednak także konwertować w **pary $q\bar{q}$** :
 mogą konwertować w **pary $q\bar{q}$** :
 na **pary gluonów**:



Obecność **sprzężenia trój-gluonowego** wynika z **nieabelowej** (nieprzemiennej) **symetrii** cechowania $SU(3)$ w QCD. Musimy sumować poprawki od pętli **kwarkowych** i **gluonowych**:



QCD

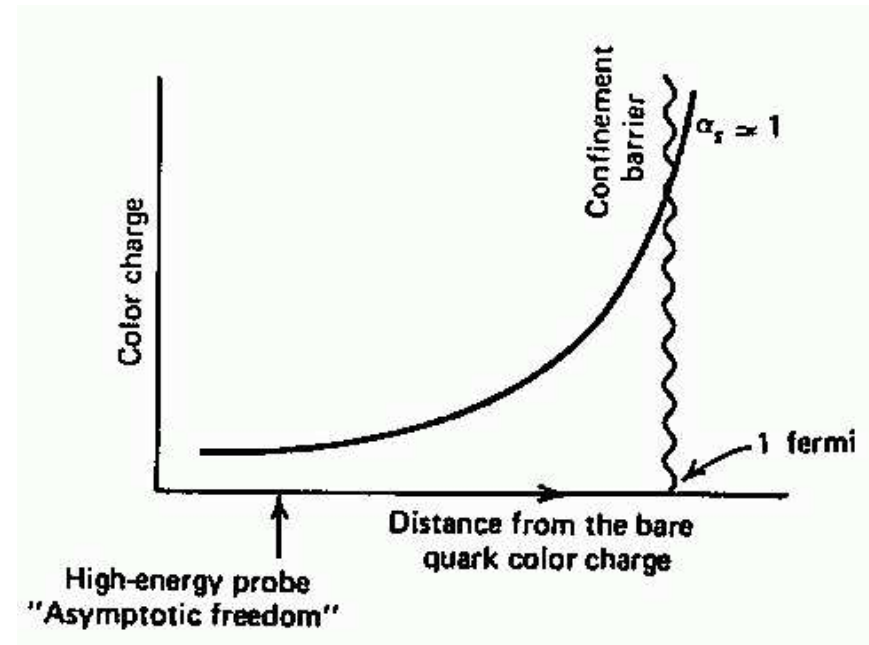
Biegająca stała sprzężenia

W podobny sposób jak dla QED otrzymujemy zależność

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$

n_f jest liczbą “aktywnych” zapachów kwarków (kwarków, dla których $m_q^2 < Q^2$).

Obecność pętli gluonowych zmienia charakter zależności:



Oddziaływania silne rosną dla $Q^2 \rightarrow 0 \Rightarrow$ uwięzienie kwarków w hadronach ($\alpha_S \gg 1$)

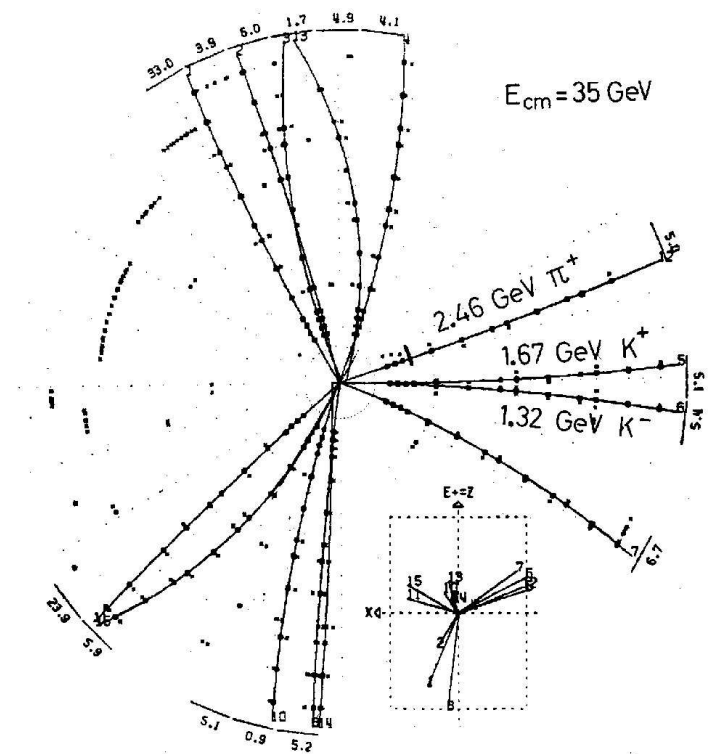
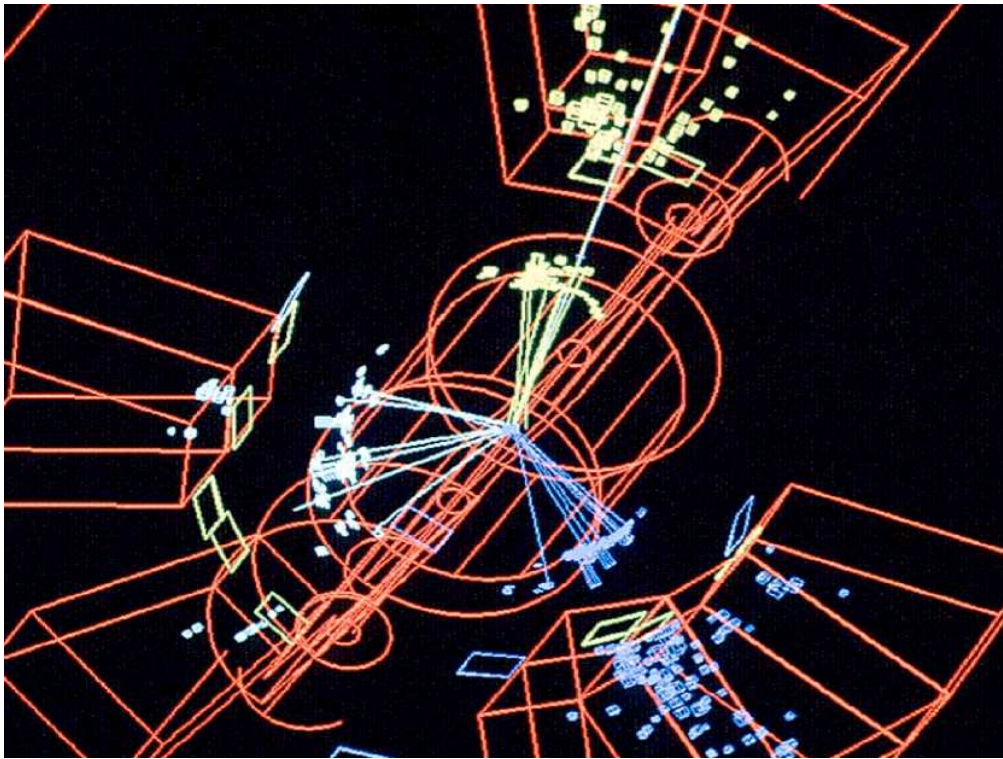
Dla dużych Q^2 oddziaływania silne stają coraz słabsze

\Rightarrow asymptotyczna swoboda QCD ($\alpha_S \ll 1$)

QCD

Gluony

Potwierdzeniem słuszności QCD było odkrycie gluonów w eksperymentach przy akceleratorze PETRA w DESY:



Obserwacja przypadków trój-jetowych: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$

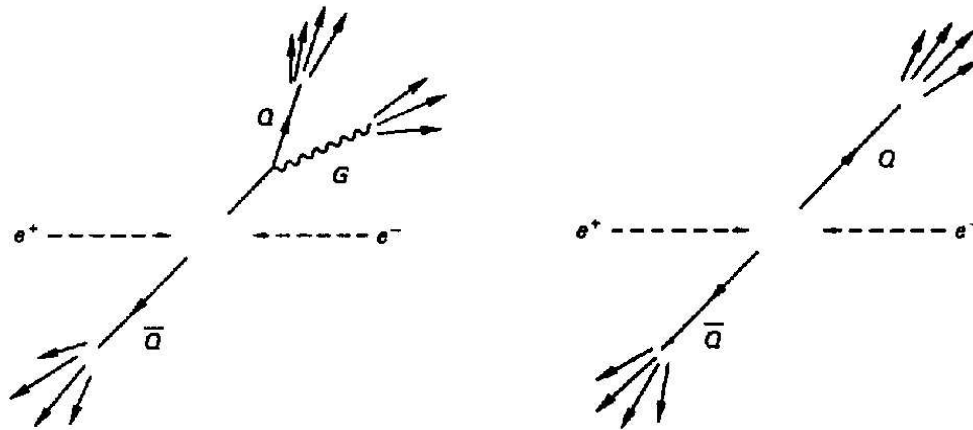
QCD

Biegająca stała sprzężenia

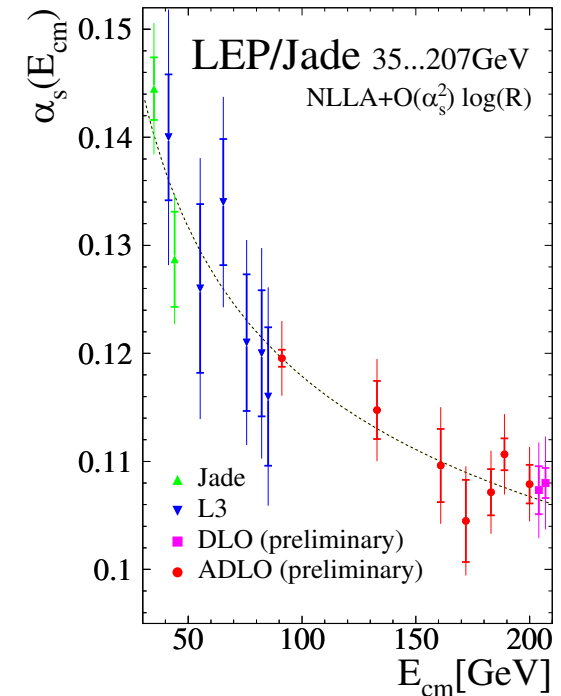
Silna stała sprzężenia jest mierzona w wielu eksperymentach fizyki wysokich energii.

Jednym z najprostszyc sposobów wyznaczenia α_S jest pomiar ułamka przypadków wielojetowych w zderzeniach e^+e^- :

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g} \sim \alpha_S \cdot \sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}}$$



Wyniki pomiarów w LEP



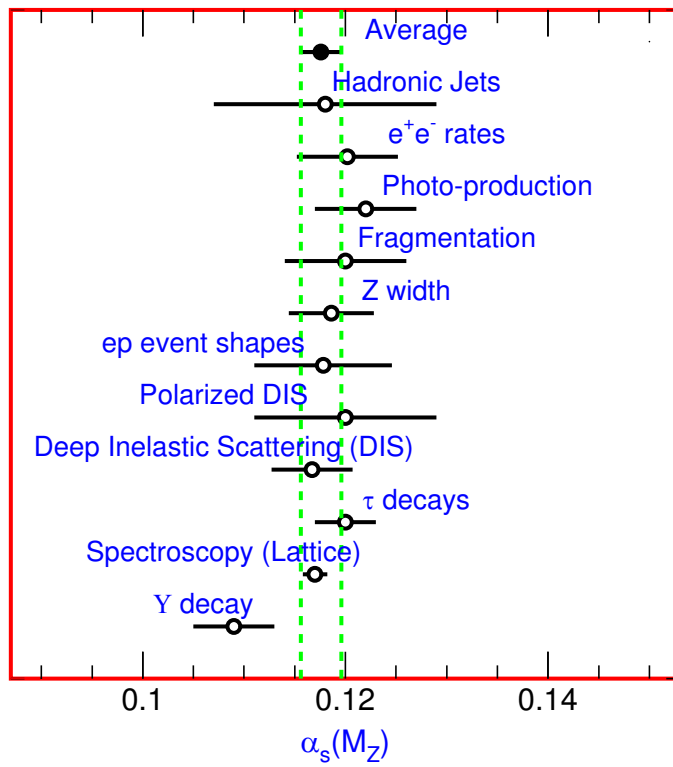
$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.119 \pm 0.003$$

QCD

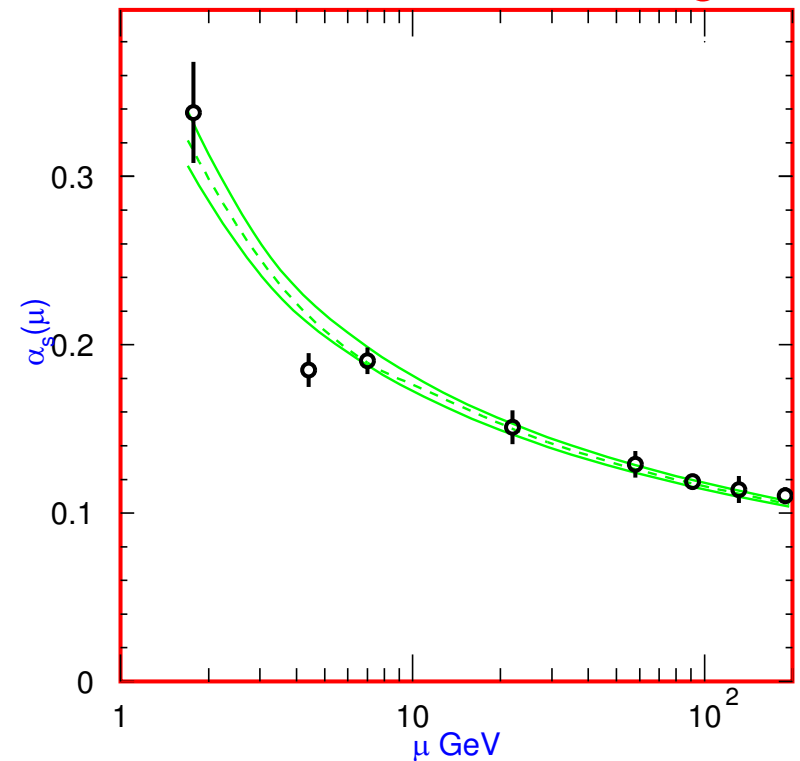
Biegająca stała sprzężenia

Porównanie wyników bardzo różnorodnych doświadczeń z przewidywaniami QCD daje konsyistentne wyniki na α_s .

Wartość α_s ekstrapolowana do skali M_Z^2



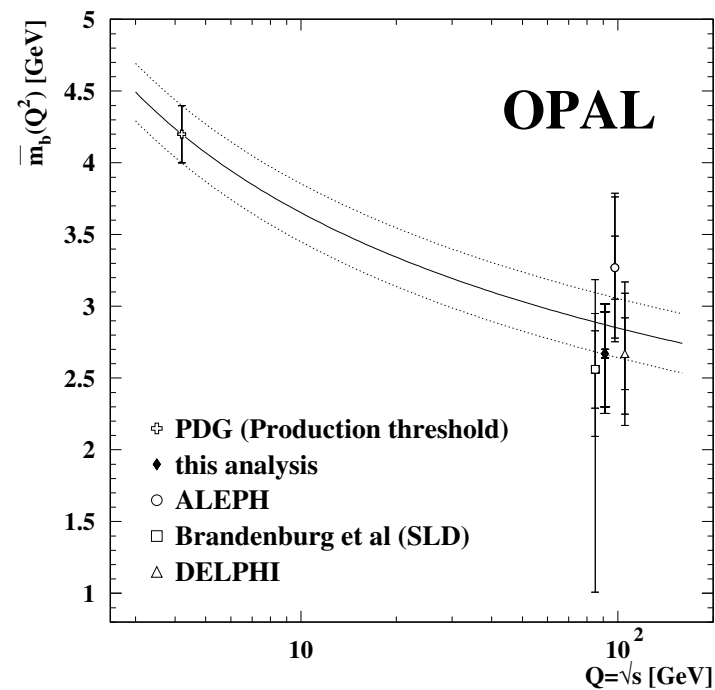
Zależność α_s od skali energii:



QCD

Renormalizacji podlegają nie tylko sprzężenia ale także masy cząstek.

Mierzona masa kwarku b zależy od skali energii:



kwark b nigdy nie jest “swobodny”

⇒ masa nie jest dobrze zdefiniowana... (nie jest wielkością fizyczną)

Wielka Unifikacja

Stałe sprzężenia

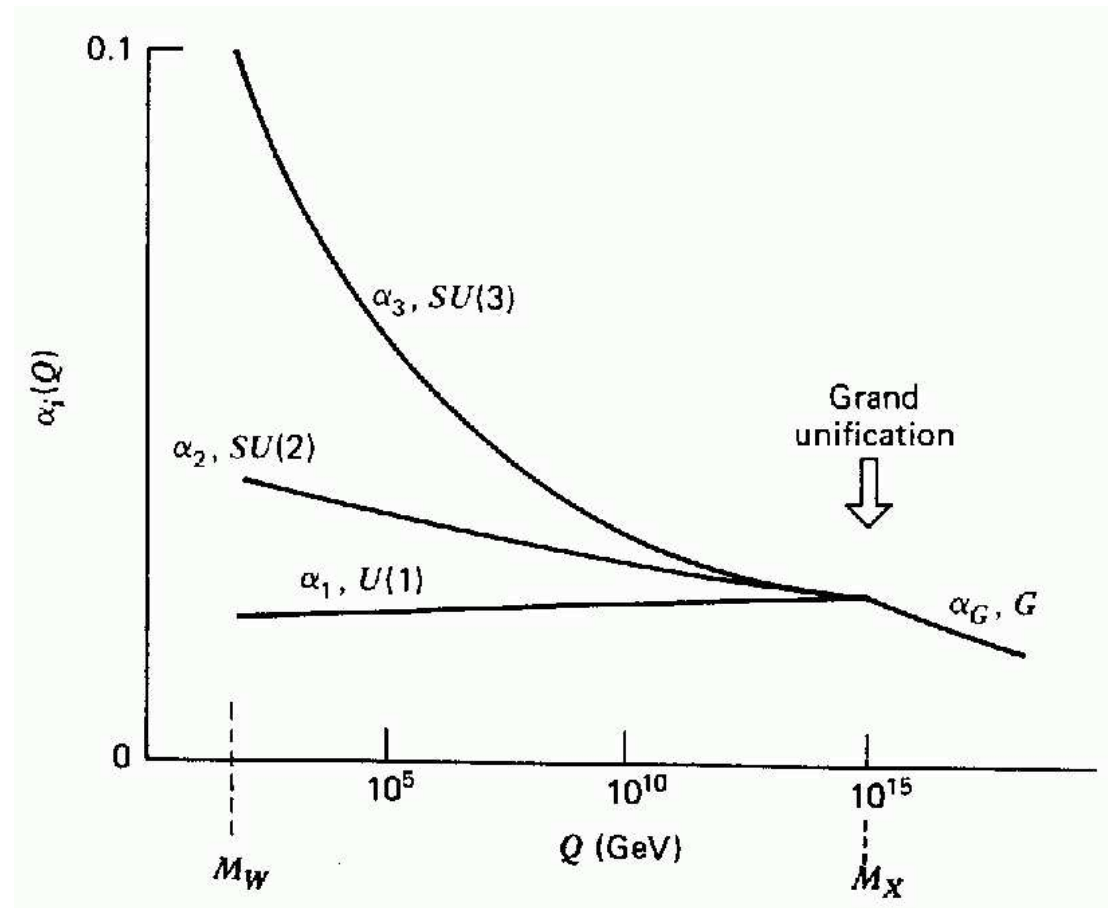
Przy skali $M_W^2 \sim M_Z^2$ mamy:

$$\alpha_s \approx 0.119$$

$$\alpha \approx 0.0078$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha} \sim 15$$

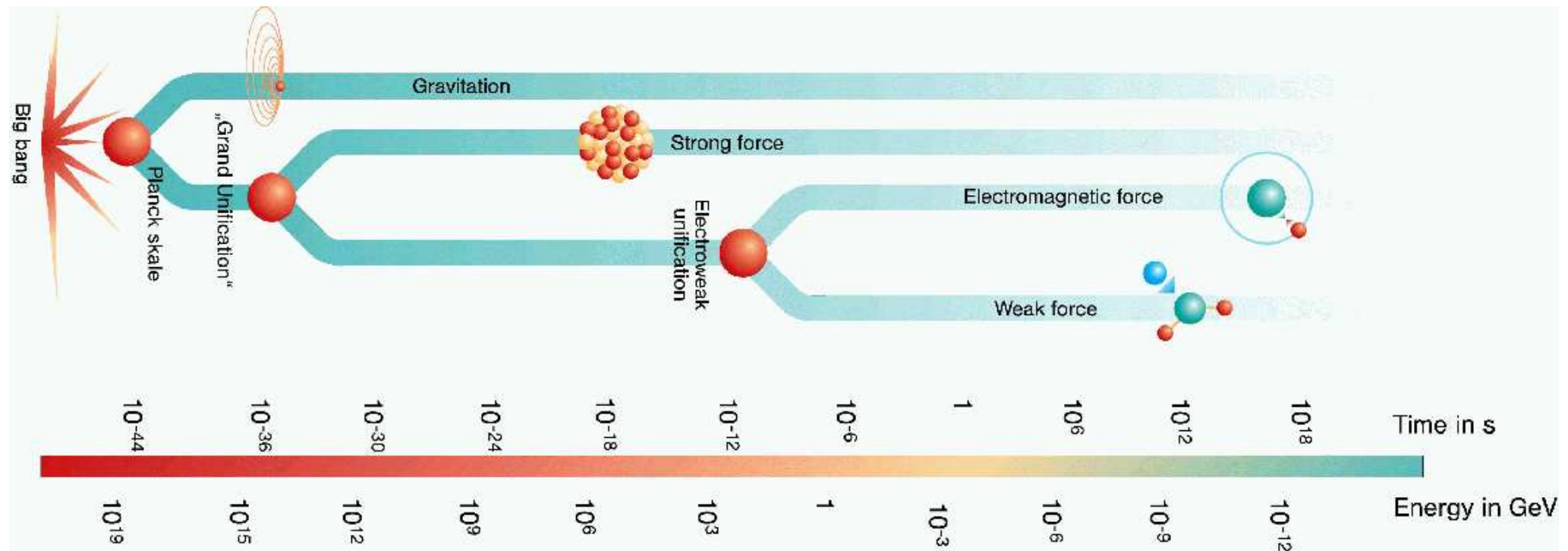
Jednak ze wzrostem energii
 α rośnie, natomiast α_s maleje



Dla skal energii $\sim 10^{15}$ GeV spodziewamy się **unifikacji**
oddziaływań **elektromagnetycznych**, **słabych** i **silnych** !

Wielka Unifikacja

Sądzymy, że w chwili **wielkiego wybuchu** wszystkie oddziaływania były **zunifikowane** i “rozdzielały się” w miarę ekspansji Wszechświata



Wielka Unifikacja

SU(5)

Sukces modelu Weinberga-Salama (unifikacji o. elektromagnetycznych i słabych) oraz “zbieganie” stałych sprzężenia \Rightarrow duże zainteresowanie hipotezą wielkiej unifikacji.

Model Standardowy – $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$:

<i>oddziaływanie</i>	<i>symetria</i>	<i>bozony cechowania</i>
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z^0
silne	SU(3)	8 gluonów

Najprostszą grupą cechowania zawierającą jako podgrupy symetrie U(1), SU(2) i SU(3) jest SU(5)

Model wielkiej unifikacji oparty na grupie symetrii SU(5) zaproponowali Georgi i Glashow już w 1974 roku. Przewidywana skala unifikacji:

$$M_X \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ GeV}$$

Wielka Unifikacja

SU(5)

Oprócz bozonów cechowania Modelu Standardowego w SU(5) pojawiają się 2 nowe bozony X i Y ($\times 3$ kolory + antycząstki).

Masa bozonu X jest skalą unifikacji, M_X .

W modelu SU(5) kwarki i leptony występują we wspólnych multipletach (lewoskrętne cząstki i antycząstki) \Rightarrow

Bozony X i Y mogą “mieszać” kwarki i leptony \Rightarrow łamanie zachowania liczby leptonowej i barionowej

Łamanie jest jednak tłumione przez bardzo duże masy bozonów X i Y...

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \bar{d}_{\bar{R}} \\ \bar{d}_{\bar{G}} \\ \bar{d}_{\bar{B}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{u}_{\bar{R}} \\ \bar{u}_{\bar{G}} \\ \bar{u}_{\bar{B}} \\ u_R \\ u_G \\ u_B \\ d_R \\ d_G \\ d_B \end{pmatrix}$$

Wielka Unifikacja

Rozpad protonu

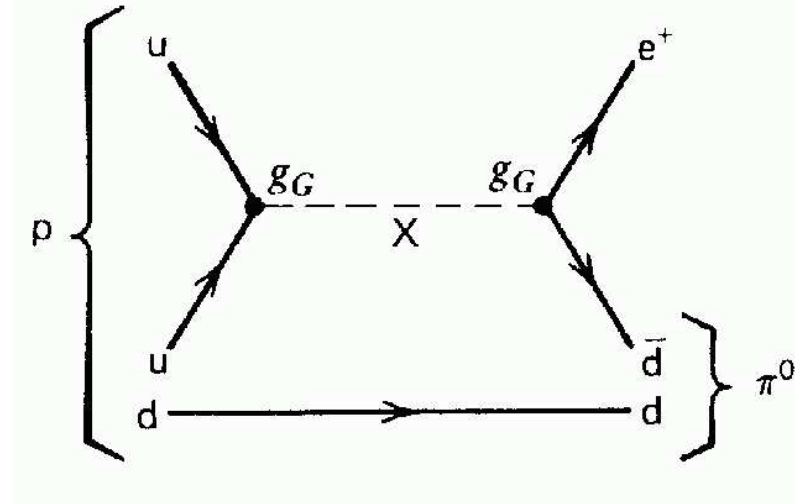
Model SU(5) przewiduje rozpad protonu

$$p \rightarrow e^+ \pi^0$$

$$\tau_p \sim 10^{27} \text{ lat}$$

W 1t wody spodziewamy się ok. 1 rozpadu dziennie.

Są też możliwe inne kanały rozpadu...



Dla poszukiwania rozpadu protonu zbudowano szereg eksperymentów, m.in. Super Kamiokande (!).

Niestety wyniki wszystkich poszukiwań były negatywne.

Obecne ograniczenie ($p \rightarrow e^+ \pi^0$):

$$\tau_p > 1.6 \cdot 10^{33} \text{ y}$$

Wielka Unifikacja

$$\sin^2 \theta_W$$

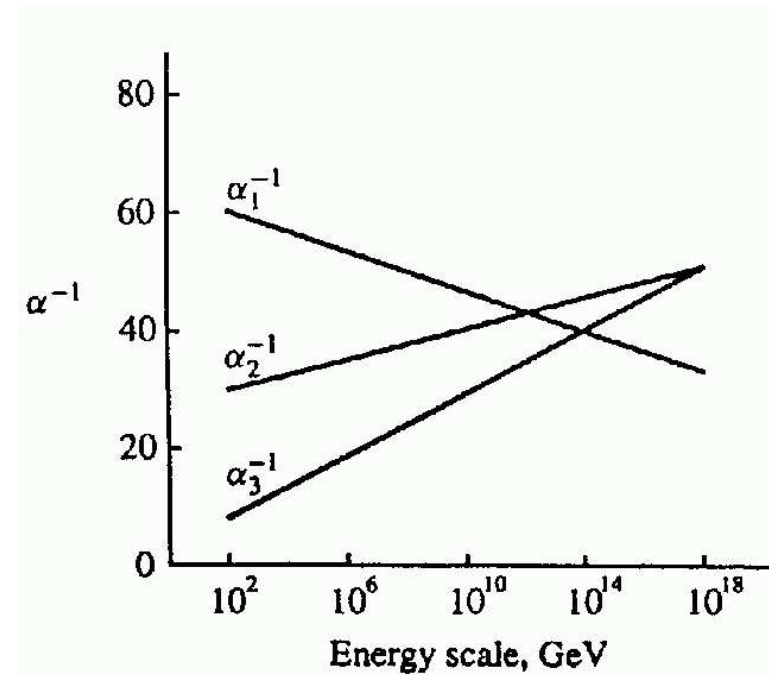
Ekstrapolując stałą sprzężenia $SU(2)$ od skali M_X do niskich energii model $SU(5)$ przewidywał wartość słabego kąta mieszania

$$\sin^2 \theta_W \approx 0.21$$

w bardzo dobrej zgodności z (ówczesnymi) danymi doświadczalnymi.

Późniejsze, dokładniejsze pomiary $\sin^2 \theta_W$ pokazały jednak, że w ramach najprostszego modelu $SU(5)$ nie następuje “pełna” unifikacja \Rightarrow

$$\sin^2 \theta_W = 0.23120 \pm 0.00015 \quad (2004)$$



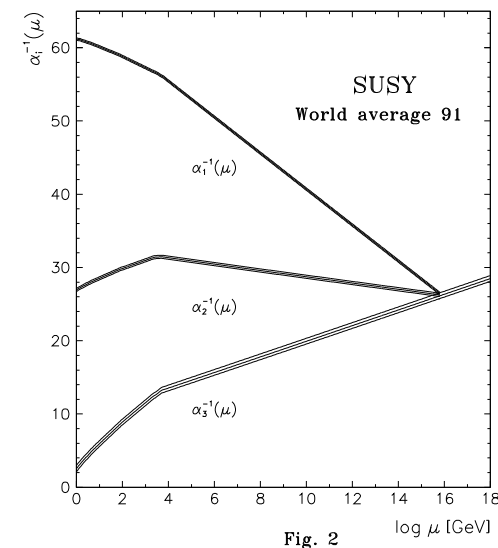
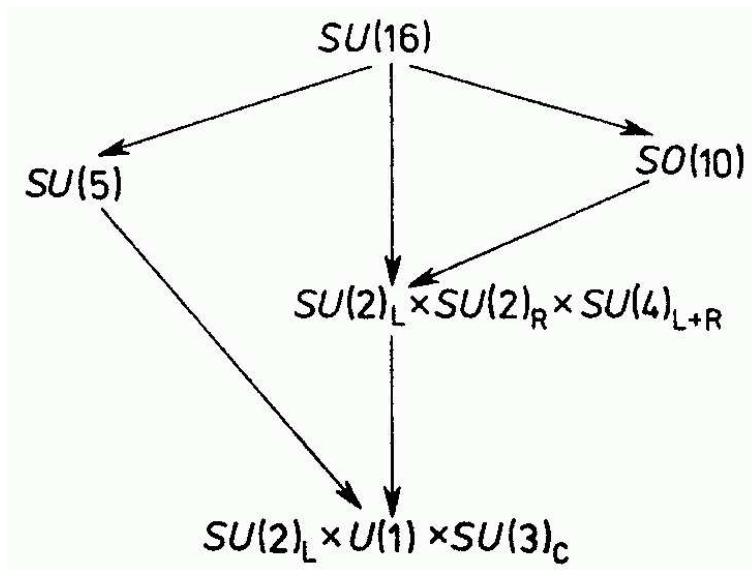
Wielka Unifikacja

Inne modele

Najprostszy model $SU(5)$ jest już dziś **wykluczony** przez dane doświadczalne.

Możliwe jest “uratowanie” $SU(5)$ jeśli dopuścimy w teorii **nowe cząstki** o masach rzędu **1–10 TeV** \Rightarrow obecność nowych cząstek zmienia ewolucję stałych sprzężenia.

Istnieje jednak szereg innych modeli opartych na “**bogatszych**” grupach cechowania:



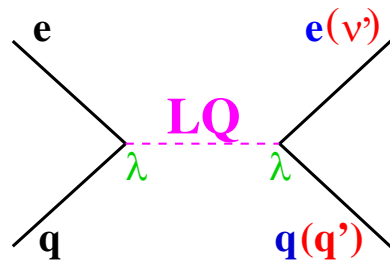
Jedna z możliwości: \Rightarrow **supersymetria** (za tydzień)

Wielka Unifikacja

Leptokwarki

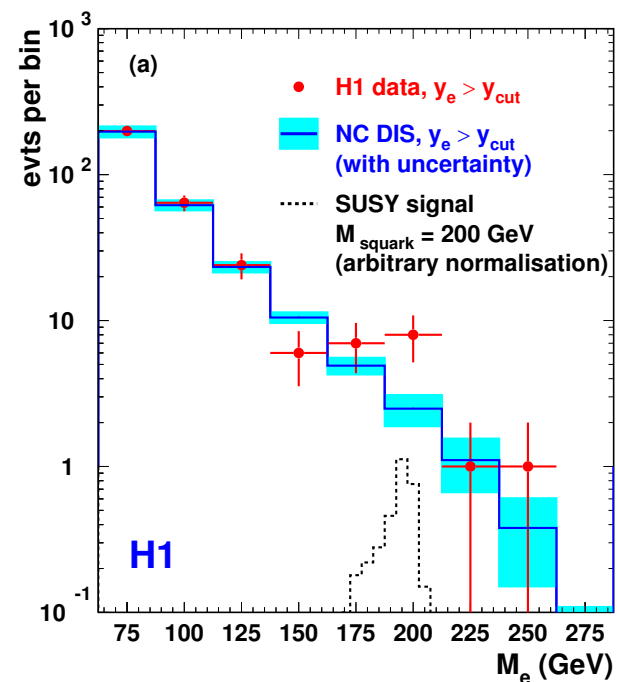
Teorie **wielkiej unifikacji** przewidują istnienie cząstek sprzęgających się do **leptonów** i **kwarków**, w ogólnym przypadku nazywanych **leptokwarkami (LQ)**.

Cząstki takie mogłyby być produkowane w akceleratorach. **Produkcja** pojedynczych **LQ** w zderzeniach $e^\pm p$:



Cząstki takie widzielibyśmy w danych jako **rezonanse** w rozkładzie **masy inwariantnej** e^\pm -jet.

Oczekiwany sygnał produkcji LQ:



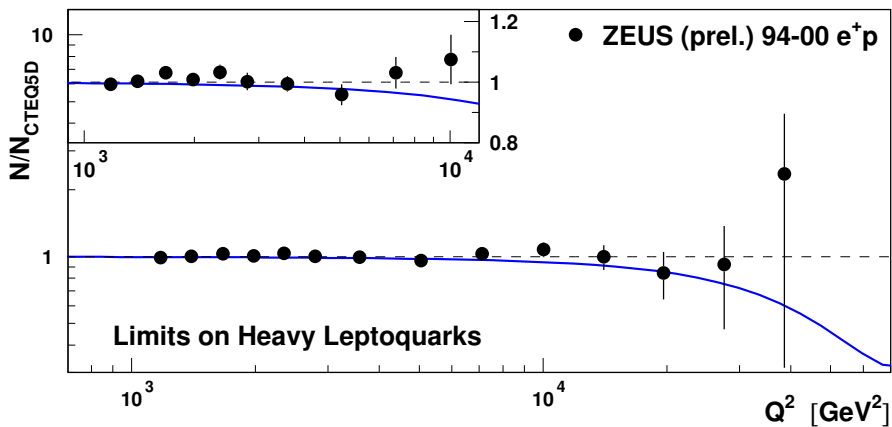
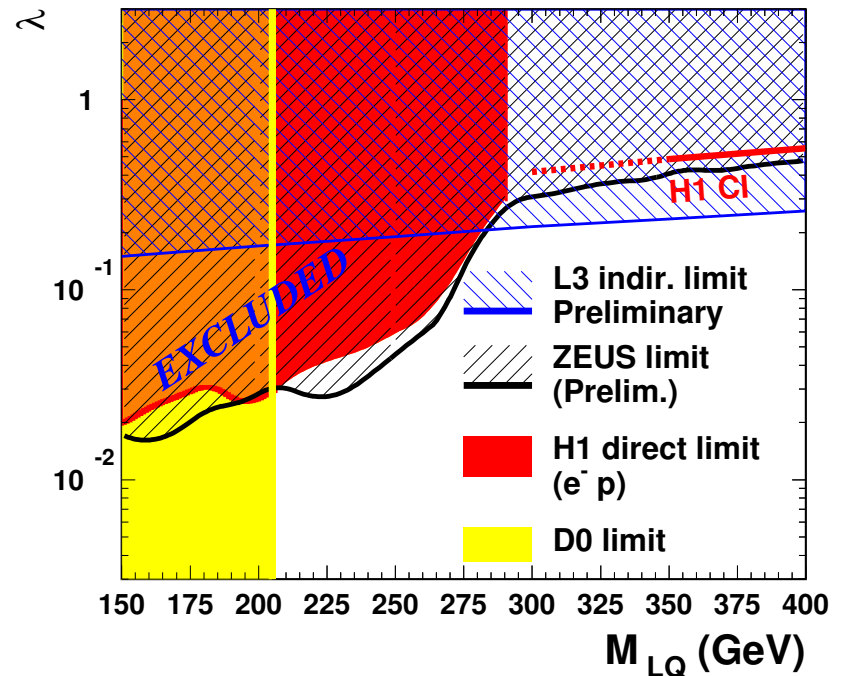
Wielka Unifikacja

Leptokwarki

W HERA i LEP poszukiwano także odchyień od przewidywań Modelu Standardowego spowodowanych przez obecność ciężkich LQ ($M_{LQ} \gg \sqrt{s}$)

W zebranych danych LEP, HERA i Tevatron nie znaleziono do tej pory żadnego sygnału produkcji (wymiany) LQ. Obecne ograniczenia na masy i sprzężenia leptokwarków:

SCALAR LEPTOQUARKS WITH F=2 ($S_{0,L}$)



Model Standardowy

Przypomnienie

Cząstki materii \Rightarrow **fermiony**

Lewoskrętne **duplety** (oddz. słabe)

i prawoskrętne **singlety**.

Pierwsza generacja:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad e_R^- \quad u_R \quad d_R$$

$\times 3$ generacje

$\times 2$ (antycząstki)

kwarki $\times 3$ (kolor)

Oddziaływania \Rightarrow **bozony** cechowania

Grupa cechowania $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$:

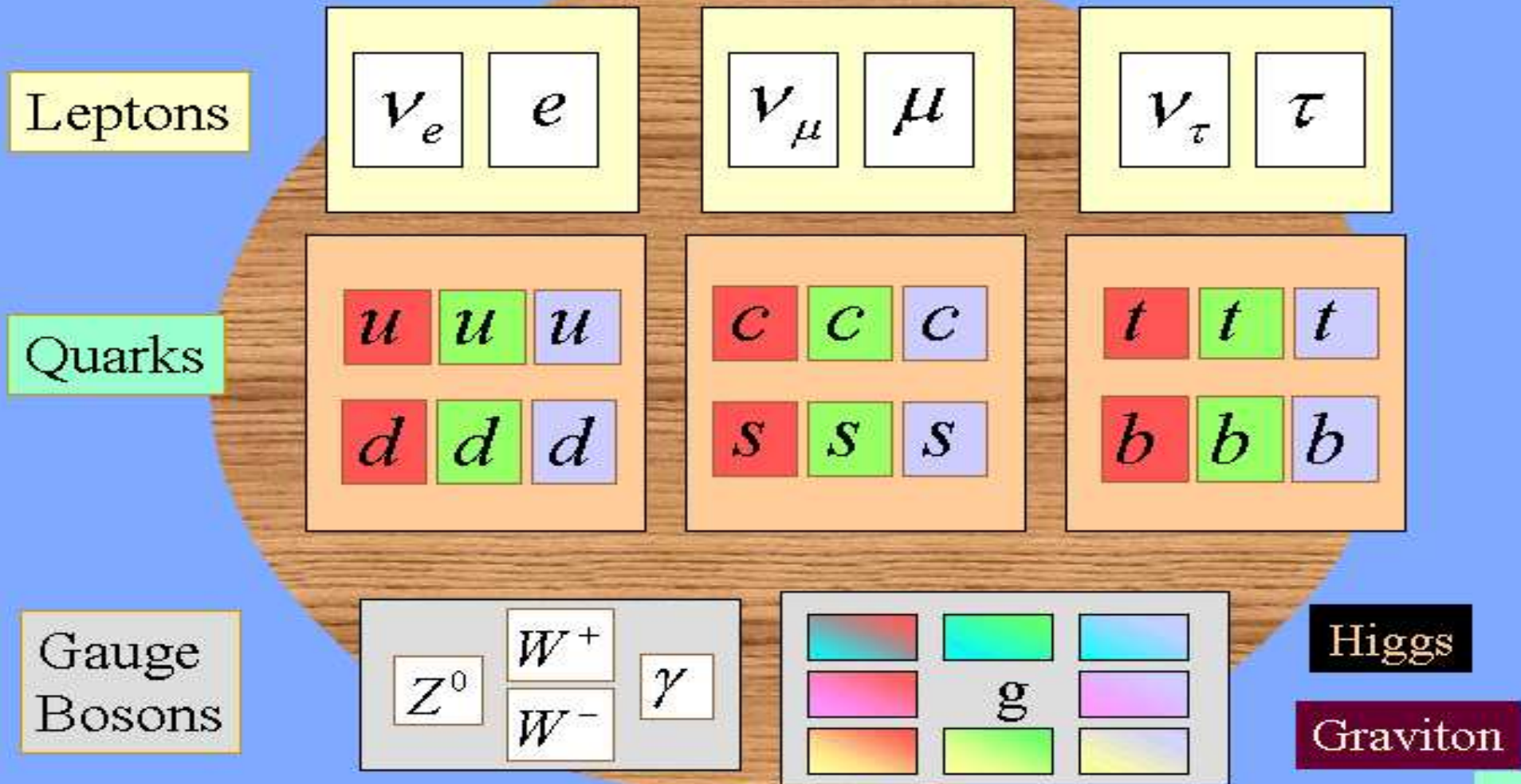
<i>oddziaływanie</i>	<i>symetria</i>	<i>nośniki</i>
elektro –	U(1)	γ
– słabe	SU(2)	W^+, W^-, Z^0
silne	SU(3)	8 gluonów

Spontaniczne łamanie symetrii \Rightarrow **masy** bozonów cechowania, **cząstka Higgsa**

Oddziaływanie z cząstką Higgsa \Rightarrow **masy** fermionów

The Standard Model

Generation I Generation II Generation III



Model Standardowy

Pytania i problemy

Wszystkie
obecnie
dostępne dane
zgodne są z
**Modelem
Standardowym**

ale...

- Dlaczego **materia** \equiv fermiony, **oddziaływania** \equiv bozony ?
- Dlaczego **3 pokolenia** kwarków i leptonów ?
- Dlaczego zachowane są **liczby leptonowe** i **barionowa**?
- Jaki jest powód **spontanicznego łamania symetrii** ?
- Gdzie jest **cząstka Higgsa** ?
- brak spójnego opisu **grawitacji**
- co to jest “**ciemna materia**” ?
- co to jest “**ciemna energia**” !?
- **dużo** wolnych **parametrów**, “ręcznie” dopasowywanych...
- ogromne różnice mas \Rightarrow “**problem hierarchii**”

Model Standardowy

Skale masowe

neutrino $\sim 10^{-11}$ GeV

elektron $\sim 10^{-3}$ GeV

W^\pm, Z^0, h (?) $\sim 10^{+2}$ GeV

top $\sim 2 \cdot 10^{+2}$ GeV

“pustynia” \updownarrow

GUT M_X $\sim 10^{+15}$ GeV

M_{Pl} $\sim 10^{+19}$ GeV

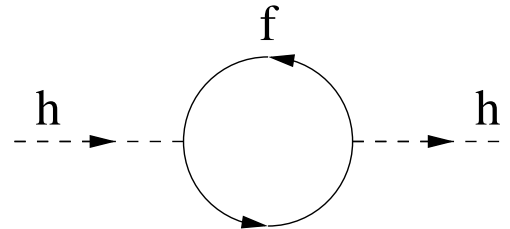
Masa Planka (M_{Pl}):

skala unifikacji dla grawitacji,

skala przy której grawitacja staje się “silna”

Czy Model Standardowy może pozostać słuszny aż do skali $\Lambda \sim M_X$?

Problem z masą Higgsa:



Poprawki związane z pętlami fermionowymi rosną jak Λ^2 ...

Aby uzyskać $m_h < 1$ TeV musimy niesłychanie precyzyjnie dobrać parametry ($\delta \sim 10^{-15}$)

\Rightarrow “problem hierarchii”

Rozszerzenia Modelu Standardowego

Problem hierarchii

Jak “ustabilizować” masę Higgsa (duże poprawki $\sim \Lambda^2$) ?

⇒ doprowadzić do “automatycznego” kasowania się poprawek

⇒ SUPERSYMETRIA

⇒ dodać nowe oddziaływania/cząstki przy skali $\Lambda' \ll \Lambda$

Wiele możliwości. Przykładowe

“MAŁY HIGGS” NOWE SPRZĘŻENIA W^\pm

⇒ obniżyć skalę Λ do ~ 1 TeV

⇒ DODATKOWE WYMIARY