

Zad. 3

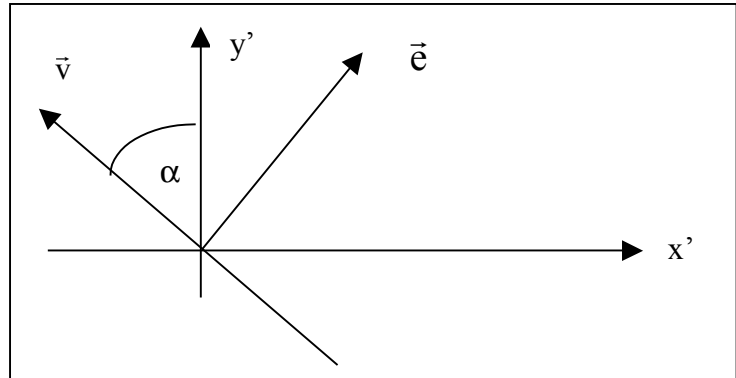
Na szerokości geograficznej południowej $\varphi = 30^\circ$, parowóz o masie 100 ton jedzie w kierunku północno zachodnim z prędkością 108 km/h. Znaleźć zwrot i wartość siły z jaką parowóz działa na boczną powierzchnię szyn.

Rozwiązanie:

Wybieramy oś y' wzdłuż lokalnego południka, ze zwrotem na północ. Oś x' skierowana jest wzdłuż równoleżnika na zachód.

Wektor prędkości \vec{v}' można wtedy zapisać jako:

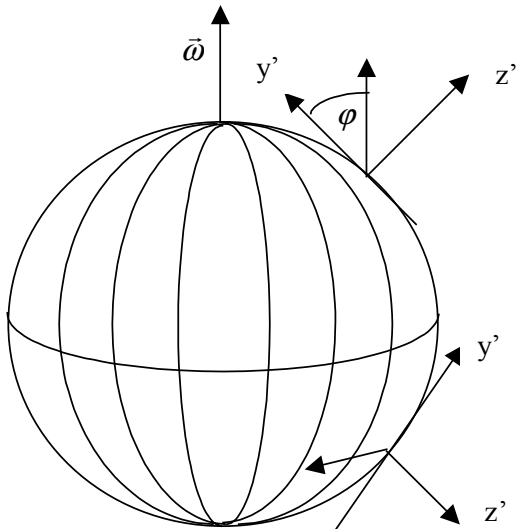
$$\vec{v}' = \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$



Wektor prostopadły \vec{e} to: $\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$.

Rys. 1

Kąt α oznacza kierunek wektora prędkości względem południka.



Rysunek 2 pokazuje usytuowanie naszych osi na kuli ziemskiej przy szerokości geograficznej φ . Wektor $\vec{\omega}$ ma składowe:

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

Wektor $\vec{\omega} \times \vec{v} = \omega \cdot v \cdot \det \begin{pmatrix} e_{x'} & e_{y'} & e_{z'} \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{a}_c = 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{v} = -\omega \cdot v \begin{pmatrix} \sin\varphi \cos\alpha \\ \sin\varphi \sin\alpha \\ -\cos\varphi \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Rysunek 2. Układ współrzędnych na kuli ziemskiej.

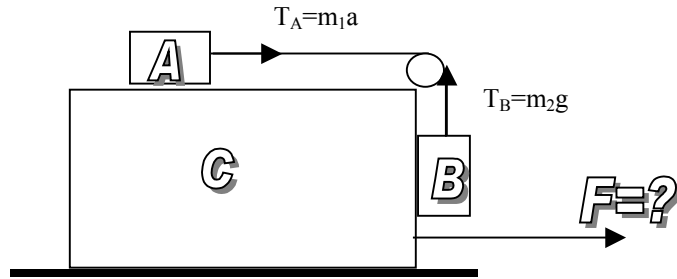
Rzut przyspieszenia Coriolisa na kierunek prostopadły do torów to $\vec{a}_c \cdot \vec{e} = -2 \cdot \omega \cdot v \sin\varphi$.

Wobec tego siła jaką pociąg działa na tory, to $\vec{F} = -m \cdot \vec{a}_c \cdot \vec{e} = 2m \cdot \omega \cdot v \cdot \sin\varphi \cdot \vec{e}$.

(na półkuli północnej zgodne z \vec{e} na południowej przeciwne)

Zad. 2A

Układ mechaniczny składa się z trzech prostopadłościennych klocków A ($m_1=5\text{kg}$), B ($m_2=3\text{kg}$) i C ($m_3=7\text{kg}$) połączonych nierozciągliwą i nieważką nicią przełożoną przez nieważki bloczek. Oblicz siłę jaką należy działać na klocek C, aby klocki A i B nie poruszały się względem niego. Pomiń tarcie.

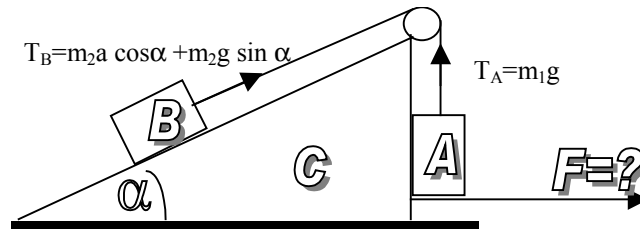


$$T_A = T_B \Rightarrow a = \frac{m_2}{m_1} g, \quad F = (m_1 + m_2 + m_3) a \Rightarrow F = (m_1 + m_2 + m_3) \frac{m_2}{m_1} g$$

Wartość liczbową: $F = (5 + 3 + 7) \frac{3}{5} g = 9 \text{kg} \cdot 9,81 \text{m/s}^2 \cong 90 \text{N}$

Zad. 2B

Układ mechaniczny składa się z dwóch prostopadłościennych klocków A ($m_1=2,5\text{ kg}$) i B ($m_2=2\text{kg}$) oraz klina C ($m_3=7\text{kg}$) połączonych nierozciągliwą i nieważką nicią przełożoną przez nieważki bloczek. Kąt nachylenia klina α , wynosi 30° . Oblicz siłę jaką należy działać na klocek C, aby klocki A i B nie poruszały się względem niego. Pomiń tarcie.



$$T_A = T_B \Rightarrow m_2 a \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha = m_1 g \Rightarrow a = \frac{m_1 g - m_2 g \sin \alpha}{m_2 \cos \alpha} = g \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_2 \cos \alpha},$$

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) a \Rightarrow F = (m_1 + m_2 + m_3) a = (m_1 + m_2 + m_3) \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_2 \cos \alpha} g$$

Wartość liczbową:

$$F = (2,5 + 2 + 7) \frac{2,5 - 2 \cdot 0,5}{2 \frac{\sqrt{3}}{2}} g = 11,5 \frac{1,5}{\sqrt{3}} \text{kg} \cdot 9,81 \text{m/s}^2 = \frac{17,25}{1,7} \cdot 9,81 \text{N} \cong 97,7 \text{N}$$