

Zderzenia relatywistyczne

Wstęp do Fizyki I (B+C)

Wykład XVII:

- Energia progowa
- Rozpady cząstek
- Neutrino
- Fotony

Energia progowa

Masa niezmiennicza

Niezmiennik transformacji Lorentza, (nie zależy od wyboru układu odniesienia)

$$M^2 c^4 = s = E^2 - p^2 c^2$$

Dla dowolnego izolowanego układu fizycznego masa niezmiennicza jest zachowana (nie zmienia się w czasie). Wynika to z zasady zachowania energii i pędu.

Energia dostępna

Masa niezmiennicza jest tożsama z energią układu w układzie środka masy ($P^* = 0$). Dla zderzających się cząstek mówimy o energii dostępnej w układzie środka masy.

\sqrt{s} mówi nam jaka część energii kinetycznej, która może zostać zamieniona na masę (energię spoczynkową) nowych cząstek.

Warunek :

$$\sqrt{s} \geq \sum_i m_i \quad \text{suma po wszystkich cząstkach końcowych}$$

Energia progowa

Energia dostępna

W zderzeniach cząstek z nieruchomą tarczą:

$$s = 2 E_1 m_2 + m_1^2 + m_2^2 \approx 2 E_1 m_2 \quad E_1 \gg m_1 \sim m_2$$

Zderzenia przeciwbieżnych wiązek:

$$s = 2 E_1 E_2 + 2 p_1 p_2 + m_1^2 + m_2^2 \approx 4 E_1 E_2 \quad E_1 \sim E_2 \gg m_1 \sim m_2$$

Energia progowa

Minimalna energia wiązki E_{min} przy której możliwa jest dana reakcja.

Minimalna masa niezmiennicza:

$$s_{min} = \left(\sum_i m_i \right)^2$$

W zderzeniach z nieruchomą tarczą:

$$s_{min} = 2 E_{min} m_2 + m_1^2 + m_2^2$$

Energia progowa

Energia progowa

Otrzymujemy dla zderzeń z nieruchomą tarczą minimalną energią całkowitą pocisku:

$$E_{min} = \frac{s_{min} - (m_1^2 + m_2^2)}{2 m_2} = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1^2 + m_2^2)}{2 m_2}$$

minimalną energią kinetyczną pocisku:

$$E_{k,min} = E_{min} - E_0 = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1 + m_2)^2}{2 m_2}$$

Przykład 1

Produkcja anty-protonów w reakcji $pp \rightarrow ppp\bar{p}$

$$\sum_i m_i = 4m_p$$

$$\Delta M = 2m_p$$

$$E_{min} = \frac{(4 m_p)^2 - (m_p^2 + m_p^2)}{2 m_p} = 7 m_p$$

$$E_{k,min} = E_{min} - m_p = 6 m_p \approx 5.63 \text{ GeV}$$

Energia progowa

Przykład 2

Produkcja par bozonów W^+W^- w zderzeniach elektron-pozyton: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Gdybyśmy chcieli użyć pojedynczej wiązki pozytonów i tarczy $\sum_i m_i = 2 m_W$

$$E_{min} = \frac{(2 m_W)^2 - (m_e^2 + m_e^2)}{2 m_e} \approx \frac{2 m_W^2}{m_e} \approx 25\,300\,000 \text{ GeV}$$

$$m_W = 80.4 \text{ GeV} \quad m_e = 0.000511 \text{ GeV}$$

Tak ogromnych energii nie jesteśmy w stanie wytworzyć !

Dotychczas wiązki pozytonów $E \approx 100 \text{ GeV}$, projektowane $E \approx 1000 - 5000 \text{ GeV} \dots$

Dla przeciwbieżnych wiązek elektron-pozyton: $s \approx 4 E^2$

$$E_{min} = \frac{1}{2} \sqrt{s_{min}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sum_i m_i\right)^2} = \frac{1}{2} \sum_i m_i = m_W \approx 80 \text{ GeV}$$

Takie energie to już nie problem...

Rozpady cząstek

Rozważmy rozpad cząstki o masie M na n cząstek o masach m_i ($i = 1 \dots n$).

Masa niezmiennicza przed rozpadem: $\mathcal{M}_i = M$. Masa niezmiennicza po rozpadzie:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_f^2 &= \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i \right)^2 \\ &= \sum_i E_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j>i} E_i E_j - \sum_i p_i^2 - 2 \sum_i \sum_{j>i} \vec{p}_i \vec{p}_j\end{aligned}$$

Dla dowolnej pary cząstek i, j mamy: $E_i^2 = p_i^2 + m_i^2$

$$\begin{aligned}E_i E_j &= \sqrt{(p_i^2 + m_i^2)(p_j^2 + m_j^2)} = \sqrt{(p_i p_j + m_i m_j)^2 + (p_i m_j - p_j m_i)^2} \\ &\geq p_i p_j + m_i m_j \\ \Rightarrow E_i E_j - \vec{p}_i \vec{p}_j &\geq E_i E_j - p_i p_j \geq m_i m_j\end{aligned}$$

$$\text{Ostatecznie: } \mathcal{M}_f^2 \geq \sum_i m_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j>i} m_i m_j = \left(\sum_i m_i \right)^2 = s_{min}$$

Rozpady cząstek

Warunek konieczny, aby mógł mieć miejsce rozpad:

$$M \geq \sum_i m_i = \sqrt{s_{min}}$$

Dla rozpadu dwuciałowego, w układzie cząstki: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

Jaka będzie wartość pędu produktów rozpadu: $p = |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$?

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 - p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2)} + 2p^2$$

$$(M^2 - m_1^2 - m_2^2 - 2p^2)^2 = 4(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2)$$

$$\Rightarrow 4M^2 p^2 = (M^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2$$

$$p = \frac{\sqrt{(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)}}{2M}$$

Rozpady cząstek

Przypadek równych mas: $m_1 = m_2 = m$

$$p = \frac{\sqrt{(M^2 - 4m^2)M^2}}{2M} = \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 - m^2} \quad E = \frac{M}{2}$$

W granicy, gdy jeden z produktów rozpadu jest bardzo lekki: $m_1 \ll m_2 \sim M$

$$p \approx \frac{\sqrt{(M^2 - m_2^2)^2}}{2M} = \frac{M}{2} - \frac{m_2^2}{2M} \approx E_1$$

$\frac{m_2^2}{2M}$ - energia “tracona” na odrzut drugiego ciała

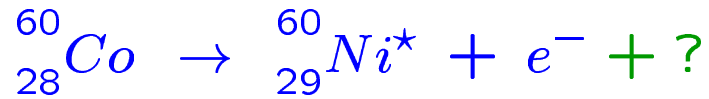
Energie cząstek po rozpadzie **nie są równe !**

Mierząc pęd (lub energię) jednego z produktów rozpadu, możemy wnioskować o **masach** pozostałych cząstek.

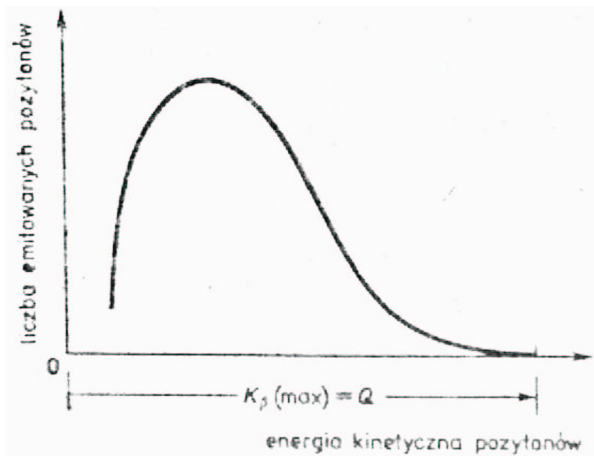
Neutrino

Rozpad β

W rozpadach β , np.

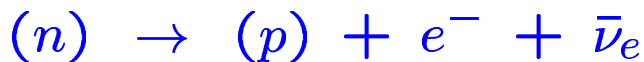


obserwujemy ciągłe widmo energii e^- :



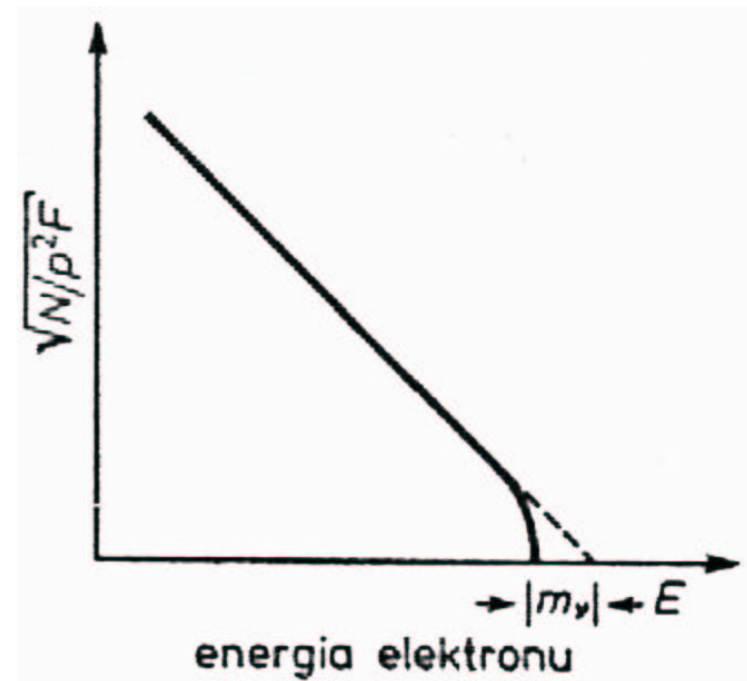
⇒ nie może to być rozpad dwuciałowy !

Hipoteza Pauliego: istnienie niezwykle słabo oddziałującej cząstki - **neutrino**.



Wykres Kurie

Dla masy neutrino $m_\nu=0$ oczekujemy liniowej zależności skalowanej liczby przypadków od energii elektronu E

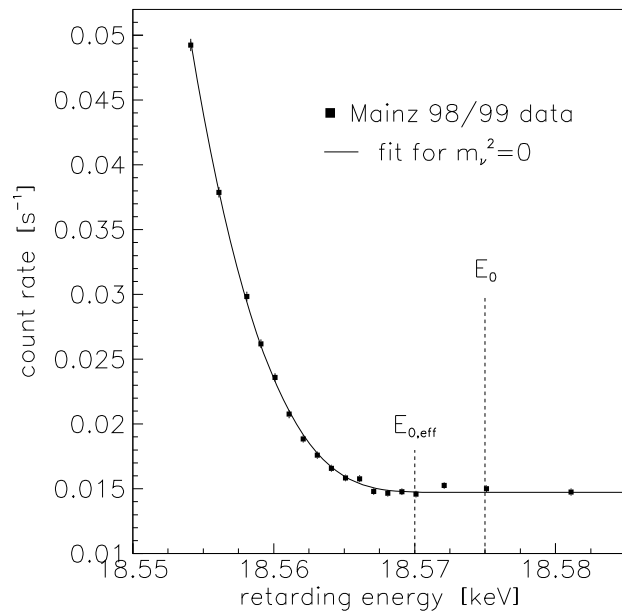


Ewentualne odstępstwa ⇒ pomiar $m_\nu=0$

Neutrino

Masa neutrino

Najnowsze wyniki pomiarów widma elektronów z rozpadu trytu (Mainz, 2001):



Supernowa SN 1987A

W roku 1987 zaobserwowano krótki “błysk” neutronów z wybuchu odległej o ok. **170 000 lat świetlnych** supernowej ($\Delta t < 10$ s).

Gdyby neutrino miały masę $m_\nu \neq 0$, poruszałyby się z różną prędkością, zależnie od energii.

Jednoczesna rejestracja neutronów o różnych energiach ($10 < E_\nu < 40$ MeV)

⇒ ograniczenie na masę ν_e

$$\Rightarrow m_\nu < 20 \text{ eV}$$

$$m_\nu < 2.2 \text{ eV (95\% CL)}$$

Supernowa 1987A

Pierwsza supernowa zarejestrowana na Ziemi od 1604 roku !

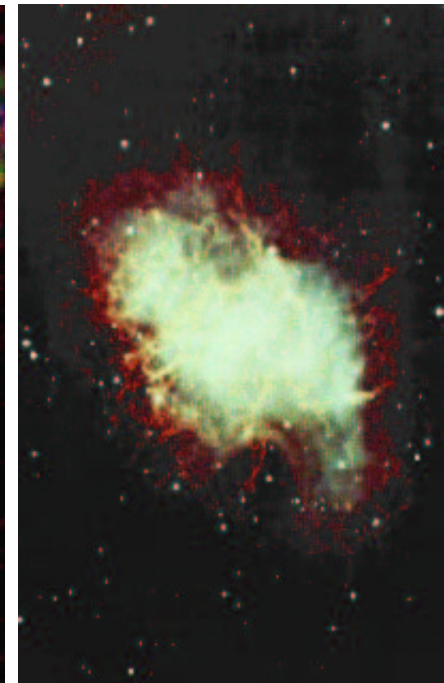
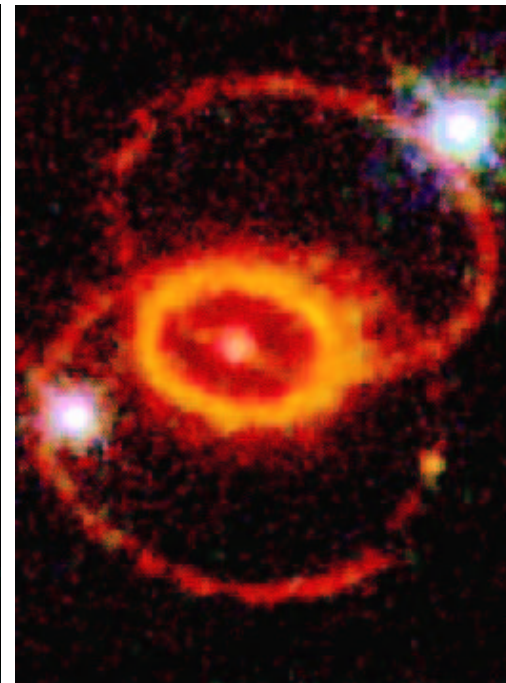
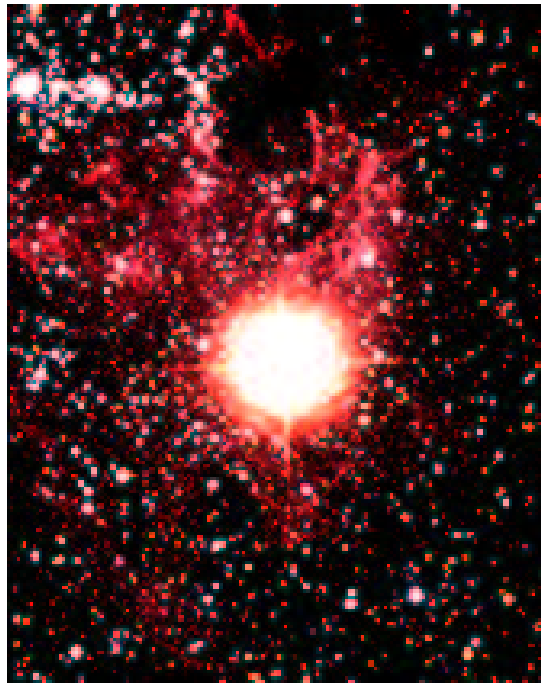
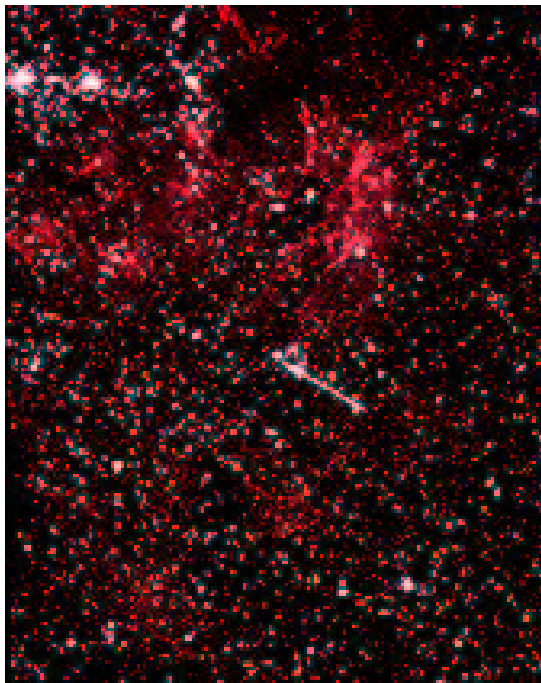
Wybuch gwiazdy (błękitnego olbrzyma) SK-69202 w Wielkim Obłoku Magellana
(niewielka galaktyka, około 196 000 lat świetlnych od Słońca)

SK-69202

23 lutego 1987

SN1987A dziś

za tysiąc lat ?



Mgławica Kraba
pozostałość po supernowej z 1054 r,

Fotony

Natura światła

Fotony to **kwanty** promieniowania elektromagnetycznego.
Przenoszą **oddziaływania** między cząstkami naładowanymi.

Mają naturę **korpuskularno-falową**:

- **fala** elektromagnetyczna, opisana równaniami Maxwella
podlega interferencji, dyfrakcji, załamaniu

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

- **cząstka** o ustalonej energii i pędzie, ale zerowej masie
może zderzać się z innymi cząstkami, być pochłaniana lub rozpraszana

$$m_\gamma \equiv 0 \Leftrightarrow \beta \equiv 1$$

Im **wyższa częstość** (mniejsza długość fali) promieniowania,
tym **wyższa energia** pojedynczego fotonu \Rightarrow **wyraźniejsze efekty korpuskularne**

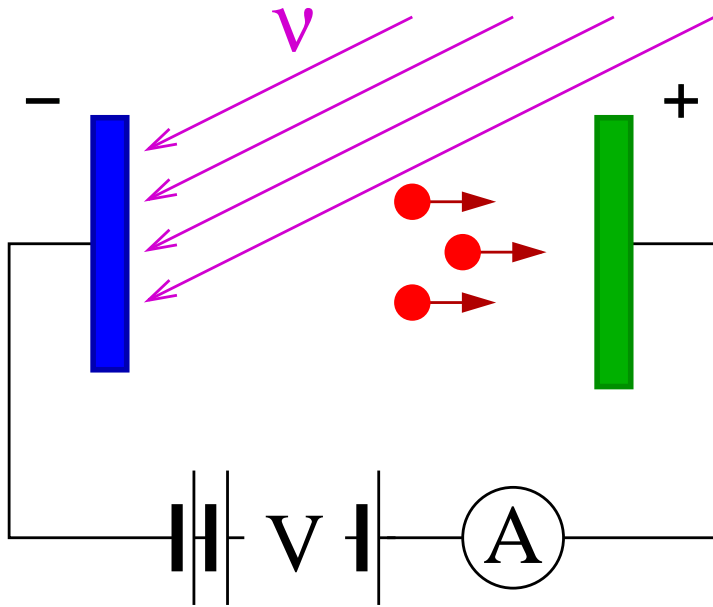
$$E_\gamma = p_\gamma c = h \nu = \frac{h}{\lambda}$$

Fotony

Zjawisko fotoelektryczne

Odkryte przypadkowo przez Hertza w 1887 r.

Światło padając na metalową płytkę powoduje uwalnianie elektronów \Rightarrow przepływ prądu.



Doświadczenia wskazały, że energia uwolnionych elektronów zależy wyłącznie od częstotliwości światła (długości fali) i materiału katody.

Prąd nie zależy od natężenia światła!
(jak przewidywał opis falowy)

Zjawisko fotoelektryczne wyjaśnił Einstein wprowadzając kwanty światła.

Energia foto-elektronów:

$$E_e = E_\gamma - W = h\nu - W$$

W - “praca wyjścia”,
minimalna energia potrzebna do uwolnienia elektronu z metalu.

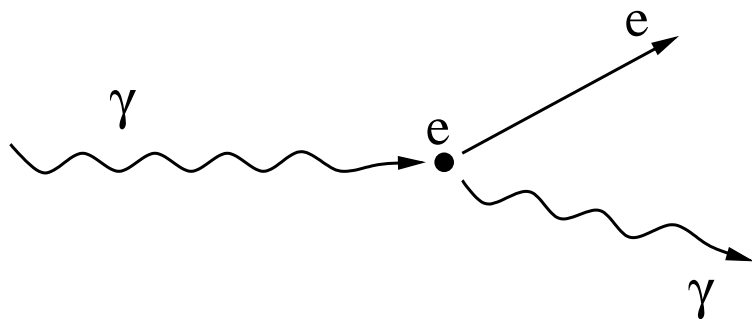
Fotony

Efekt Comptona

W wyniku rozpraszania w materii, promieniowanie X stawało się mniej przenikliwe \Rightarrow zmieniało długości fali

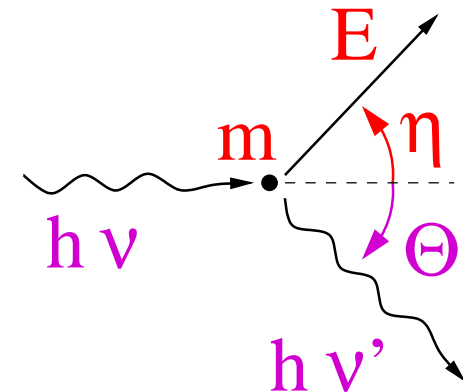
Opis tego zjawiska zaproponował w 1923 roku A.H.Compton.

Fotony promieniowania X rozpraszają się na elektronach w atomie



oddając im część swojej energii.

Relatywistyczne zderzenie dwóch ciał
tak samo jak w przypadku cząstek



Zasady zachowania:

$$E : h\nu + m = h\nu' + E$$

$$p_{||} : h\nu = h\nu' \cos \theta + p \cos \eta$$

$$p_{\perp} : 0 = h\nu' \sin \theta - p \sin \eta$$

Fotony

Efekt Comptona

Przekształcając otrzymujemy:

$$\begin{aligned}E &= h(\nu - \nu') + m \\ p \cos \eta &= h(\nu - \nu' \cos \theta) \\ p \sin \eta &= h\nu' \sin \theta\end{aligned}$$

Podnosząc stronami do kwadratu i zestawiając do masy elektronu:

$$\begin{aligned}m^2 &= E^2 - p^2 \\ &= (h(\nu - \nu') + m)^2 - h^2 (\nu - \nu' \cos \theta)^2 - (h\nu' \sin \theta)^2 \\ &= m^2 + h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + 2mh(\nu - \nu') \\ &\quad - h^2\nu^2 + 2h^2\nu\nu' \cos \theta - h^2\nu'^2 \cos^2 \theta - h^2\nu'^2 \sin^2 \theta\end{aligned}$$

$$\Rightarrow m h \nu = h \nu' (m + h \nu (1 - \cos \theta))$$

$$h \nu' = \frac{h \nu}{1 + \frac{h \nu}{m} (1 - \cos \theta)} \quad \lambda' = \lambda + \frac{h}{m c} (1 - \cos \theta)$$

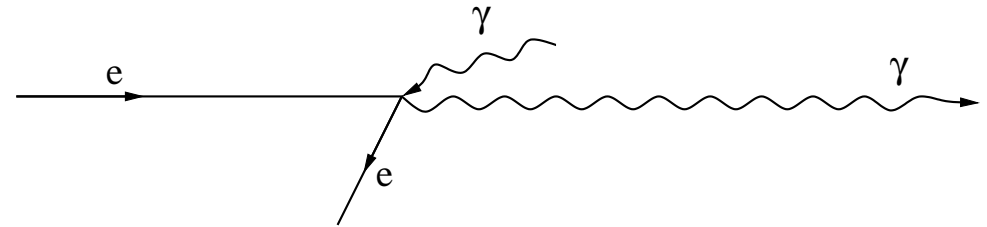
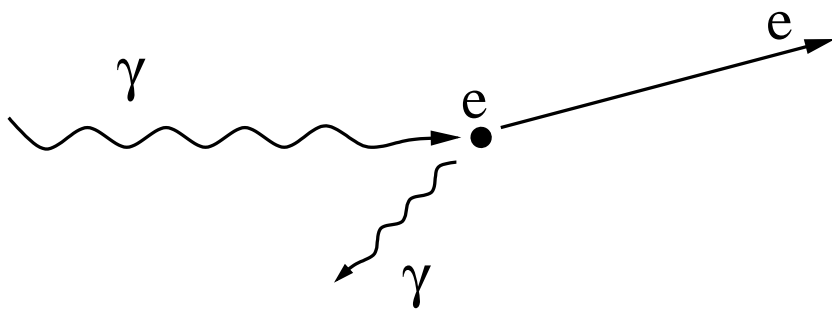
Fotony

Efekt Comptona

W granicy dużych energii fotonu $h\nu \gg m$ Możemy przejść do układu odniesienia, w którym $E_e \gg E_\gamma = h\nu$

$$h\nu' \approx \frac{m}{1 - \cos \theta}$$

⇒ foton przekazuje **spoczywającemu** elektronowi praktycznie całą swoją energię (przyjmując $\theta \sim 1$)



⇒ elektron może przekazać fotonowi **większość swojej energii.**

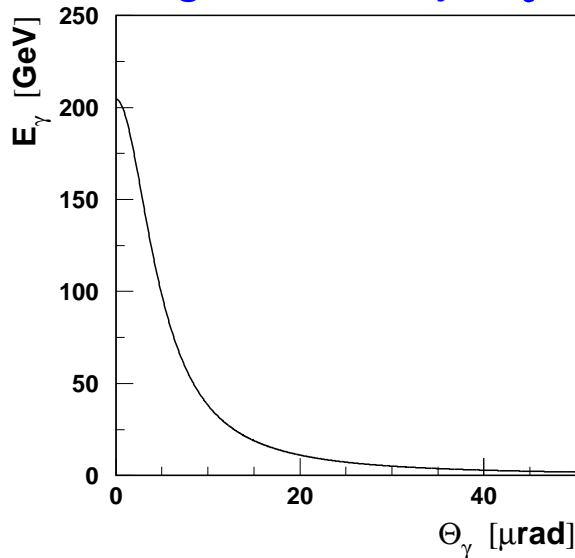
To, że foton zawsze traci energię związane jest jednak z wyborem układu odniesienia!

Fotony

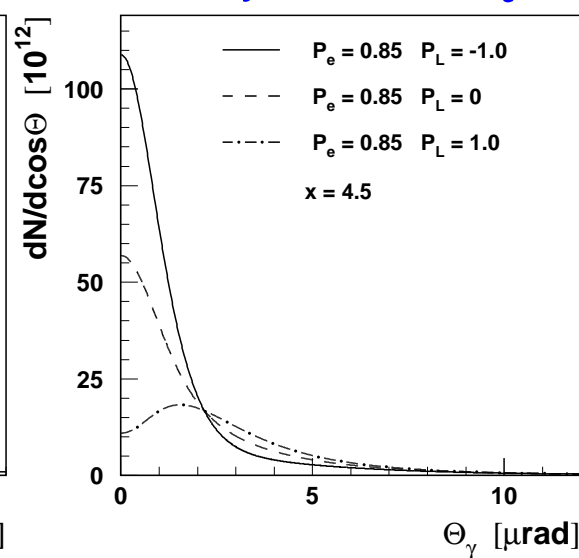
“Akcelerator” fotonów

Rozpraszając intensywną wiązkę światła laserowego ($\lambda \approx 1 \mu m$ - podczerwień) na wiązce elektronów ($E_e = 250 \text{ GeV}$) możemy otrzymać silnie **skolimowaną wiązkę fotonów** o energiach sięgających **200 GeV** !

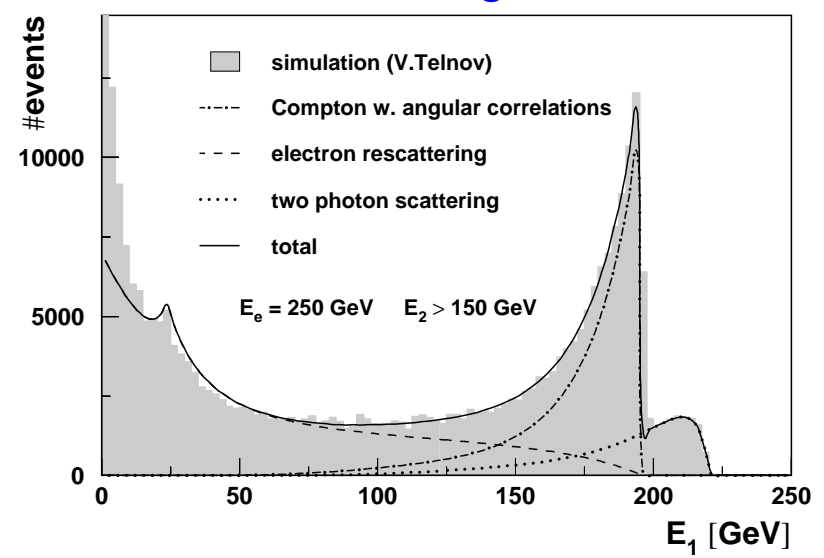
Energia w funkcji kąta



Intensywność wiązki



Rozkład energii



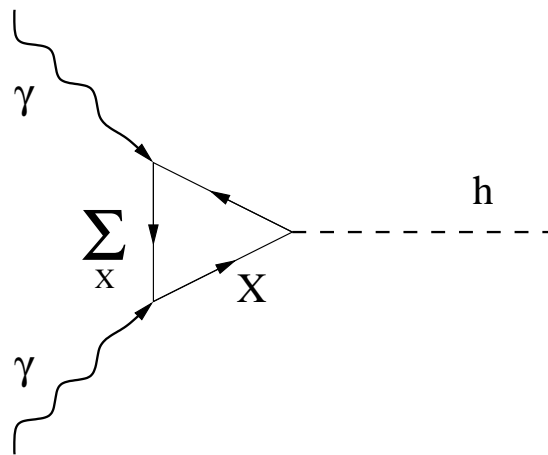
$$1 \mu\text{rad} = 0.00006^\circ$$

Fotony

Zderzanie fotonów

Możliwość uzyskiwania **przeciwbieżnych wiązek fotonów** o bardzo wysokich energiach (do 400 GeV) i bardzo wysokiej intensywności, jest poważnie dyskutowaną opcją w projekcie akceleratora liniowego e^+e^- **TESLA**.

W zderzeniach $\gamma\gamma$ możemy produkować rezonansowo cząstki bezspinowe, np. bozon **Higgsa**, co nie jest możliwe w zderzeniach fermionów !

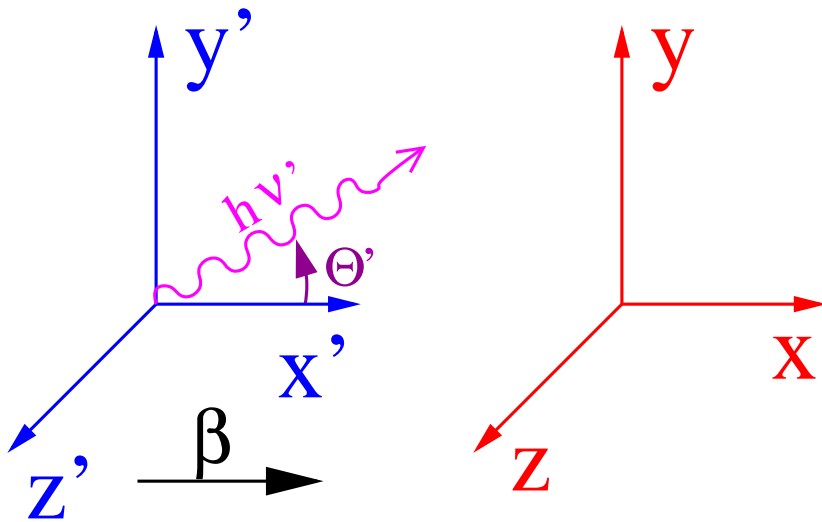


Do tego procesu dają wkład **WSZYSTKIE** cząstki naładowane, niezależnie od ich masy
 \Rightarrow możemy odkryć nowe cząstki nawet jeśli są dużo cięższe niż energie naszych wiązek!

Fotony

Efekt Dopplera

Wyrażenia na **relatywistyczny efekt Dopplera** (dla światła) wynikają wprost z **transformacji Lorentza** !



Foton o energii $E' = h\nu'$ emitowany jest pod kątem θ' w układzie O' .

$$p'_x = E' \cos \theta' \quad p'_y = E' \sin \theta'$$

W układzie O z transformacji Lorentza:

$$\begin{aligned} h\nu = E &= \gamma E' + \beta \gamma p'_x \\ &= h\nu' \gamma (1 + \beta \cos \theta') \end{aligned}$$

Dla $\theta' = 0$ mamy:

$$\nu = \nu' \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \nu' \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

częstość (energia) rośnie

Dla $\theta' = \pi$ mamy:

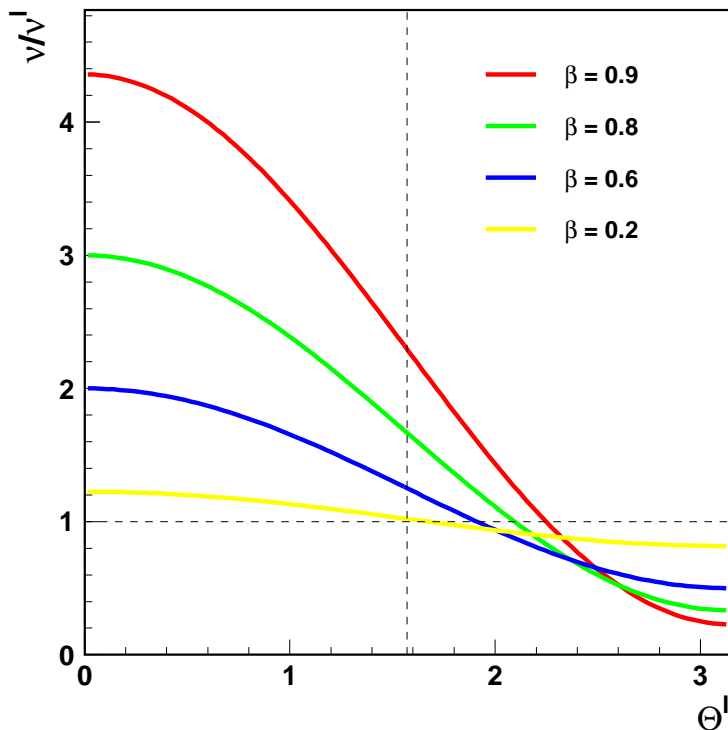
$$\nu = \nu' \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \nu' \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

częstość (energia) maleje

Fotony

Efekt Dopplera

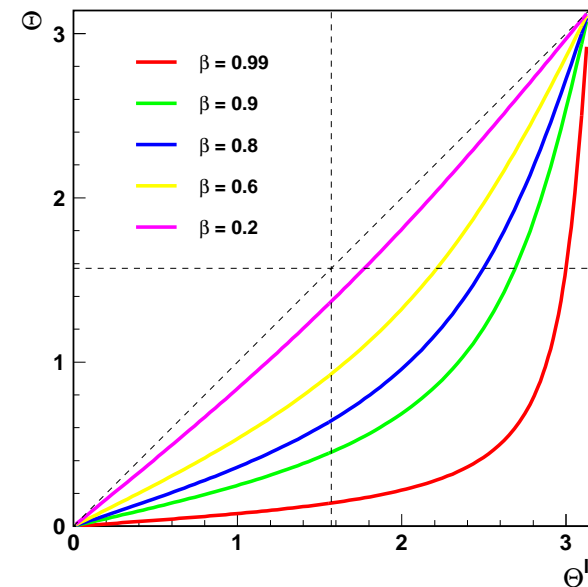
Zależność częstości od kąta **emisji**



Dla $\theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \nu = \gamma \nu' > \nu'$
 poprzeczny efekt Dopplera

Obserwowany kąt lotu fotonu (kąt detekcji):

$$\cos \theta = \frac{p_x}{E} = \frac{\beta + \cos \theta'}{1 + \beta \cos \theta'}$$



Dla $\theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \theta = \beta \Rightarrow \theta < \frac{\pi}{2}$

Izotropowe promieniowanie szybko poruszającego się ciała jest skolimowane w kierunku ruchu...

Fotony

Efekt Dopplera

Mamy:

$$\nu = \nu' \gamma (1 + \beta \cos \theta')$$

Możemy jednak zastosować odwrotną transformację Lorentza ($\beta \Leftrightarrow -\beta$)

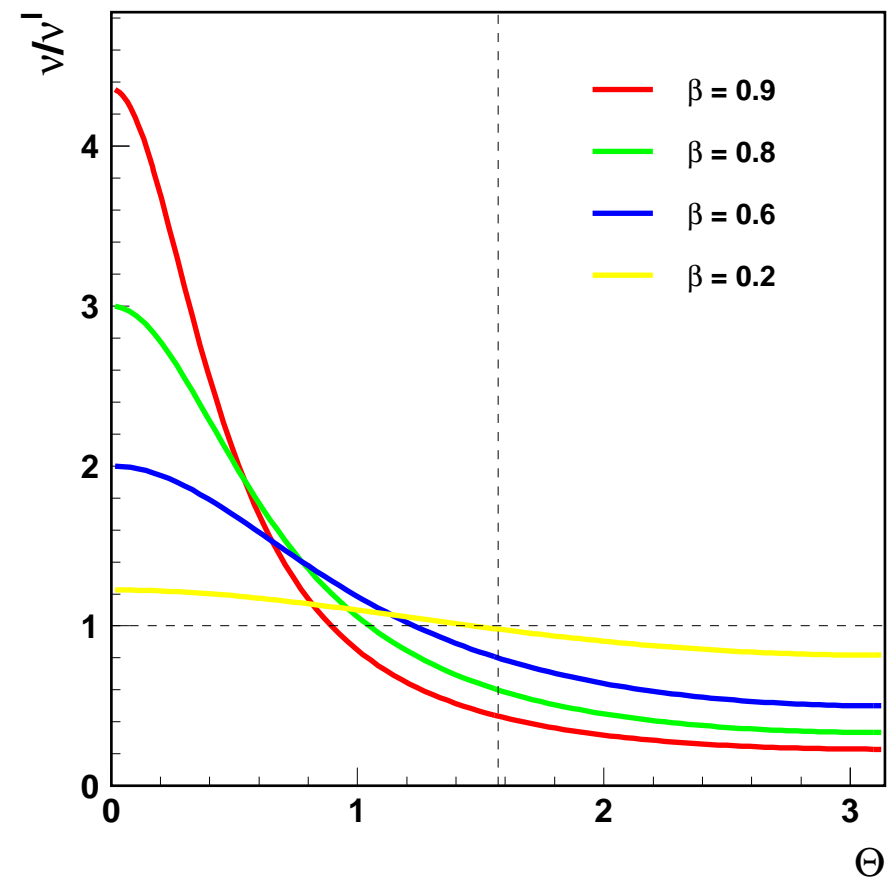
⇒ energia w funkcji kąta **detekcji**:

$$\nu = \frac{\nu'}{\gamma (1 - \beta \cos \theta)}$$

Fotony rejestrowane pod kątem $\theta = \frac{\pi}{2}$ mają

częstość: $\nu = \frac{\nu'}{\gamma} < \nu'$!!!

Zależność częstości od kąta **detekcji**



Fotony

Oddziaływania grawitacyjne

Foton nie ma masy spoczynkowej, ale mimo to podlega oddziaływaniom grawitacyjnym.

Ogólna teoria względności

⇒ oddziaływania grawitacyjne zależą od energii

Dla fotonu:

$$m_{gr} = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$$

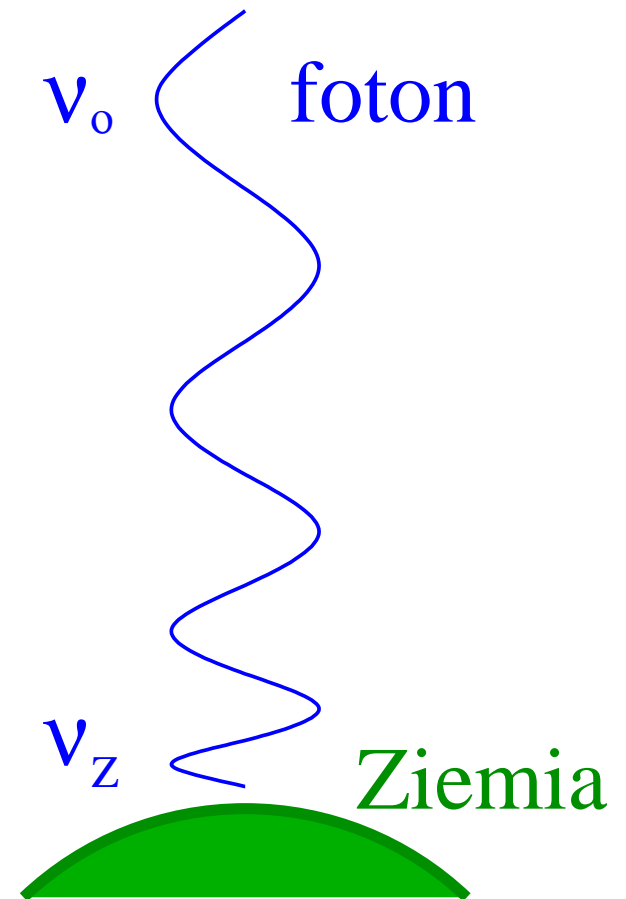
Foton “spadający” z wysokości h w polu \vec{g} :

$$h\nu_Z = h\nu_0 + m_{gr} g h$$

$$\nu_Z = \nu_0 \left(1 + \frac{g h}{c^2} \right)$$

Dla $h = 20 \text{ m}$ mamy $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 2 \cdot 10^{-15}$

zmierzone po raz pierwszy w 1960 r.

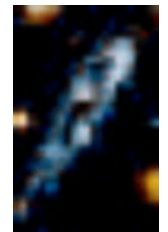
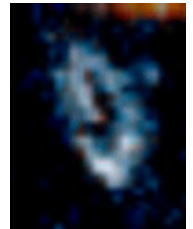


Fotony

Soczewkowanie grawitacyjne



Kilka obrazów tej samej galaktyki:



Fotony

Soczewkowanie grawitacyjne

Odległą gwiazdę (galaktykę, ...) możemy zobaczyć w kilku kierunkach, jeśli pomiędzy nami znajduje się bardzo **masywny** obiekt (np. gromada galaktyk)

Mikro-soczewkowanie

Pojaśnienie gwiazdy w wyniku ogniskowania światła w polu grawitacyjnym poruszających się masywnych obiektów

