Zadania domowe z Fizyki 1 BC 14.10.2003

SERIA 1

ZAD. 1.

Dla trójkąta utworzonego z wektorów $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ zachodzi oczywista relacja $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$. Stosując własności iloczynu wektorowego udowodnij twierdzenie sinusów: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$, gdzie α, β i γ są odpowiednimi kątami tego trójkąta. Korzystając z własności iloczynu skalarnego udowodnij tw. cosinusów: $a^2+b^2-2ab\cos\gamma=c^2$.

ZAD. 2.

Korzystając z rachunku wektorów wykazać, że ze środkowych danego trójkąta można zbudować trójkąt.

ZAD. 3.

Wektor $\vec{a}=[1,2]$ podany w układzie kartezjańskim (wersory $\vec{e}_x,\vec{e}_y$) jest zaczepiony w punkcie (1, 1) układu współrzędnych. Znajdź składowe wektora $\vec{a}$ w układzie współrzędnych biegunowych (wersory $\vec{e}_r,\vec{e}_\varphi$).

ZAD. 4.

Bazą pewnego (nieortogonalnego) układu współrzędnych jest trójka następujących wektorów: $\vec{e}_1=[1,1,0]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\vec{e}_2=[1,-1,0]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\vec{e}_3=[0,1,1]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$. Podać współrzędne wektora $\vec{a}=[1,1,1]\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$ w bazie $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$.

ZAD. 5.

Znaleźć macierz transformacji układu współrzędnych XYZ polegającej na odbiciu lustrzanym względem płaszczyzny zawierającej oś OZ oraz tworzącej kąt α z osią OX. Sprawdź czy otrzymana macierz transformacji ma własności macierzy ortogonalnej (znane z ćwiczeń).

ZAD. 6.

Obliczyć następujące całki nieoznaczone (np. stosując metodę podstawienia lub całkowania przez części):

$$\int\frac{x}{1+x^2}dx,\quad \int\frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}},$$

$$\int x^2e^{-x}dx,\quad \int x^2\ln x\,dx,\quad \int\frac{x^4-1}{x-1}dx,\quad \int\frac{x^2-1}{x^2+1}dx.$$

Termin przyjmownaia rozwiązań do sprawdzenia: 31.10.2003