Zadania domowe ze Wstępu do Fizyki BC dla I-go roku

seria VI 2003/ 2004 **15 grudnia 2003**

Oddajemy do 10 stycznia 2004

1) Ciało o masie m porusza się w polu pewnej siły centralnej po torze danym równaniem: $r^2(\varphi) = A\cos 2\varphi$. Znajdź postać zależności siły od odległości F(r), przyjmując warunek początkowy na kąt między wektorem położenia r_0 i prędkości v_0: $\measuredangle(\vec{v}_0, \vec{r}_0) = \alpha_0$.
2) Znajdź równanie toru ciała o masie m i momencie pędu L poruszającego się w polu siły centralnej $f(r)=f/r^3$. Wynik przedyskutuj ze względu na znak i wartość stałej f (przyciąganie i odpychanie) oraz wartość L.
3) Posługując się III prawem Keplera oblicz wysokość nad Ziemią orbity geostacjonarnej. Potrzebne dane liczbowe wyszukaj sam.
4) Dwie kule o masach 1 kg umieszczono w odległości 1 metra i puszczono swobodnie. Oblicz czas spadania tych kul na siebie, przyjmując, że stanowią one układ izolowany.
5) Zmierzono następujące parametry pewnego układu podwójnego gwiazd:
   a) Maksymalną i minimalną odległość kątową gwiazd: α_{maks} =26.75'', α_{min} = 8.45'',
   b) Paralaksę kątową p = 0.76'',
   c) Okres obiegu T = 80.1 lat,
   d) Stosunek odległości składników od ich środka masy R = 5:4.

   Zakładając, że płaszczyzna orbity gwiazd jest prostopadła do kierunku obserwacji z Ziemi oblicz:
   e) Masy składników m_1 i m_2 w jednostkach masy Słońca,
   f) Duża półoś a w jednostkach astronomicznych,
   g) Mimośród orbity ε,
   h) Odległość układu od Słońca.
6) Oblicz masę Neptuna (w jedn. Masy Ziemi) wiedząc, że jego satelita Tryton odległy jest o a=354000 km, a jego okres obiegu wynosi T=5 dni i 21 godz. Dane są ponadto masa Księżyca m_K= 1/81 m_Z, okres obiegu Księżyca dookoła Ziemi T_K= 27.32 dnia, odległość od Ziemi a_K = 384000 km.
7) Planowana jest podróż sondy kosmicznej z Ziemi na Marsa. Dla zminimalizowania masy niezbędnego paliwa postanowiono, że sonda pokona trasę po orbicie eliptycznej, stycznej w perihelium do orbity Ziemi, a w aphehium do orbity Marsa. Przyjmując, że orbity Ziemi i Marsa leżą w płaszczyźnie ekliptyki, zaś okres obiegu Marsa wokół Słońca wynosi 1.88 roku :
   a) Oblicz czas trwania podróży , zaniedbując wpływ grawitacji planet.
   b) Jakie musi być położenie Marsa względem Ziemi w chwili rozpoczęcia podróży?
   c) Powrót planowany jest po analogicznej orbicie. Znajdź minimalny całkowity czas trwania misji od startu z Ziemi do lądowania na niej.

8) Satelita krąży po orbicie kołowej w odległości r_1 od środka Ziemi. W celu zwiększenia promienia orbity kołowej w pewnej chwili satelicie zwiększono prędkość o $\Delta\vec{v}_A$ tak, że zaczął poruszać się po orbicie eliptycznej o wielkiej osi $2a=r_1+r_2$. Następnie, gdy satelita znajdował się w apogeum orbity eliptycznej zmieniono prędkość o $\Delta\vec{v}_B$ w taki sposób, że satelita zaczął poruszać się po orbicie kołowej o promieniu r_2. Znaleźć $\Delta\vec{v}_A$ i $\Delta\vec{v}_B$, jeżeli dane są przyspieszenie ziemskie na jej powierzchni g oraz promień Ziemi R.

9) Policzyć sumę mas układu Pluton – Charon z okresu wzajemnego biegu T = 551855.5 s i odległości między środkami mas r = 19310 km. Stała grawitacji $G = 6.67\ 10^{-11}$ N m^2/kg^2.