Zadanie 3 A i B

Dane: p_π= 200 GeV/c, m_π= 140 MeV/c^2, m_ν=0, m_μ=105 MeV/c^2. Przyjmuję c=1.

Metoda rozwiązania: należy rozważyć rozpad mezonu π w jego układzie spoczynkowym, a następnie przetransformować do układu LAB, w którym pion ma pęd p_π. Czynniki Lorentza dla tej transformacji:

$$\gamma = \frac{E_\pi}{m_\pi} = \frac{\sqrt{m_\pi{}^2 + p_\pi{}^2}}{m_\pi} = 1428.6$$

$$\beta = \frac{p_\pi}{E_\pi} = 0.999999755 = \left(1 - 2.45\times10^{-7}\right)$$

a) Minimalny pęd mionu / maksymalny pęd neutrina

Rozpad mezonu π: Będzie nas interesować konfiguracja, w której mion porusza się w kierunku przeciwnym do ruchu pionu **(A)** lub neutrino porusza się zgodnie z kierunkiem pionu **(B).** W obu przypadkach trzeba policzyć wartość pędu mionu/ neutrina w układzie własnym pionu a następnie przetransformować do LAB. Ponieważ rozpad pionu jest dwuciałowy pędy mionu i neutrina będą równe co do wartości. Oznaczmy tą wartość przez p.

Można skorzystać z ogólnego wzoru $p = \frac{1}{2M}\sqrt{\left(M^2 - (m_1 - m_2)^2\right)\left(M^2 - (m_1 + m_2)^2\right)}$ dla dwuciałowego rozpadu cząstki o masie M na cząstki o masach m_1 i m_2 (wyprowadzenie poniżej) W naszym przypadku wyrażenie to sprowadza się do:

$$p = \frac{1}{2m_\pi}\left(m_\pi{}^2 - m_\mu{}^2\right) = 30.6\,\mathrm{MeV/c}$$

Inną możliwością jest skorzystanie z prawa zachowania energii w układzie pionu pamiętając, że energia neutrina jako cząstki bezmasowej jest równa jego pędowi (c=1), który przyjmuje wartość p:

$$m_\pi = \sqrt{m_\mu{}^2 + p^2} + p$$

$$m_\pi - p = \sqrt{m_\mu{}^2 + p^2}$$

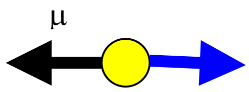
$$m_\pi{}^2 + p^2 - 2m_\pi p = p^2 + m_\mu{}^2$$

$$p = \frac{m_\pi{}^2 - m_\mu{}^2}{2m_\pi}$$

Potrzebna nam będzie także energia mionu w układzie własnym pionu **(A)**:

$$E_\mu{}^* = \sqrt{m_\mu{}^2 + p^2} = 109.4\,\mathrm{MeV}$$

Minimalny pęd mionu (A):



Transformacja pędu mionu

do LAB:

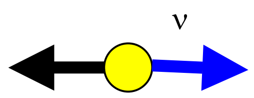
$$p_\mu{}^{min} = \gamma\left(-p + \beta E_\mu{}^*\right) = -\frac{E_\pi}{m_\pi}p + \frac{p_\pi}{m_\pi}E_\mu{}^*$$

$$\approx\sim 1428.6\times(109.4 - 30.6) = 112574\,\mathrm{MeV} = 112.6\,\mathrm{GeV}$$

Maksymalny pęd neutrina (B):

Transformacja pędu neutrina

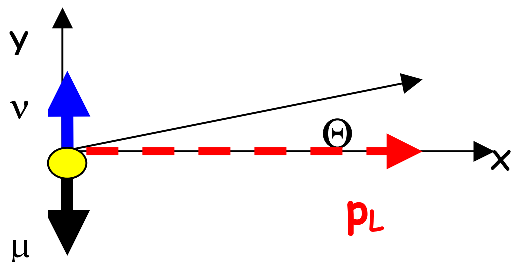
Do LAB:



$$p_\nu^{max} = \gamma\left(p+\beta p\right) = \frac{E_\pi}{m_\pi}p + \frac{p_\pi}{m_\pi}p \approx$$

$$\approx\sim 2\gamma p =\sim 2\times 1428.6\times 30.6\,\mathrm{MeV} = 87430\,\mathrm{MeV} = 87.4\,\mathrm{GeV}$$

b) Transformacja kąta



Trzeba policzyć pęd podłużny p_L mionu lub neutrina w LAB (górne wyniki dla mionów, dolne dla neutrin):

$$p_L = \gamma\left(\beta E_{\mu,\nu}\right) = \frac{E_\pi}{m_\pi}\frac{p_\pi}{E_\pi}E_{\mu,\nu} = \frac{p_\pi}{m_\pi}\times\begin{Bmatrix}\sqrt{m_\mu{}^2+p^2}\\ p\end{Bmatrix} =$$

$$\approx\sim 1428.6\times\begin{Bmatrix}109.4\\ 30.6\end{Bmatrix} = \begin{matrix}156.3\,\mathrm{GeV/c}\\ 43.7\,\mathrm{GeV/c}\end{matrix}$$

$$\mathrm{tg}\Theta = \frac{p}{p_L} = \begin{matrix}0.0306/156.3\\ 0.0306/\ \ 43.7\end{matrix} = \begin{matrix}1.9\times 10^{-4}\\ 7\times 10^{-4}\end{matrix}$$ co daje bardzo małe kąty (w stopniach): $\begin{matrix}0.011^\circ\\ 0.040^\circ\end{matrix}$

Dodatek: rozpad dwuciałowy $M \to m_1 + m_2$

Symbole oznaczają także masy cząstek.

W układzie spoczynkowym M piszemy prawo zachowania energii i przekształcamy;

$$M^2 = \left(E_1 + E_2\right)^2$$

$$\Delta^2 = M^2 - m_2{}^2 - m_1{}^2 = 2p^2 + 2E_1E_2$$

$$\Delta^2 - 2p^2 = 2E_1E_2$$

$$\left(\Delta^2 - 2p^2\right)^2 = 4\left(m_1{}^2 + p^2\right)\left(m_1{}^2 + p^2\right)$$

$$p^2 = \frac{1}{4M^2}\left(\Delta^4 - 4m_1{}^2m_2{}^2\right) =$$

$$= \frac{1}{4M^2}\left\{M^4 - 2M^2\left(m_1{}^2 + m_2{}^2\right) + m_1{}^4 + m_2{}^4 - 2m_1{}^2m_2{}^2\right\} =$$

$$= \frac{1}{4M^2}\left\{M^4 - 2M^2\left(m_1{}^2 + m_2{}^2\right) + \left(m_1{}^2 - m_2{}^2\right)^2\right\} =$$

$$= \frac{1}{4M^2}\left\{\left(M^2 - \left(m_1{}^2 - m_2{}^2\right)^2\right)\left(M^2 - \left(m_1{}^2 + m_2{}^2\right)^2\right)\right\}$$

$$p = \frac{1}{2M}\sqrt{\left(M^2 - \left(m_1{}^2 - m_2{}^2\right)^2\right)\left(M^2 - \left(m_1{}^2 + m_2{}^2\right)^2\right)}$$