Zad 3A

1° Z zasady: prędkość w dowolnym punkcie orbity:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \qquad g = \frac{GM}{R_z^2} \Rightarrow GM = gR^2$$

$R = R_z$

2° Na niskiej orbicie kołowej:

$$v_1^2 = gR^2\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{gR^2}{r_1}$$

3° Na orbicie eliptycznej w perygeum:

$$v_A^2 = gR^2\left(\frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_1+r_2}\right) = \frac{2gR^2 r_2}{r_1(r_1+r_2)}$$

4° $v_1 + \Delta v_A = v_A \Rightarrow \Delta v_A = v_A - v_1$

$$\Delta v_A = \sqrt{\frac{gR^2}{r_1}}\left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1+r_2}} - 1\right) \qquad \sqrt{\frac{m}{s^2}\cdot m} = \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_A = \sqrt{\frac{9.81\cdot(6370\cdot10^3)^2}{6370\cdot10^3\cdot6.6}}\left(\sqrt{\frac{2\cdot1.05}{1.05+6.6}} - 1\right) \approx \boxed{2419{,}1\ \frac{m}{s}}$$

5° Z eliptycznej na kołową o promieniu r_2

$$v_B^2 = \frac{2gR^2 r_1}{r_2(r_1+r_2)} \qquad v_2^2 = \frac{gR^2}{r_2}$$

$v_B + \Delta v_B = v_2 \Rightarrow \Delta v_B = v_2 - v_B$

$$\Delta v_B = \sqrt{\frac{gR^2}{r_2}}\left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_2}}\right)$$

$$\Delta v_B = \sqrt{\frac{9.81\cdot(6370\cdot10^3)^2}{6370\cdot10^3\cdot1.05}}\left(1 - \sqrt{\frac{2\cdot6.6}{1.05+6.6}}\right) \approx \boxed{1464.8\ \frac{m}{s}}$$

6° Okres na

III p. Keplera:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{4\pi^2}{gR^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{gR^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{6.6^3 R}{g}} \approx 24\,\text{h} = 85848\,\text{s}$$

Zad. 3B

1° Z zasady: prędkość w dowolnym punkcie orbity:

$$v^2 = GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = gR^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right); \quad g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = gR^2 \qquad R = R_z$$

2° Na wysokiej orbicie kołowej

$$v_1 = \sqrt{gR^2\left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{r_1}\right)} = \sqrt{\frac{gR^2}{r_1}}$$

3° W apogeum orbity eliptycznej:

$$v_A = \sqrt{2gR^2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1+r_2}\right)} = \sqrt{\frac{2gR^2 r_2}{r_1(r_1+r_2)}}$$

4° $v_1 + \Delta v_A = v_A \Rightarrow \Delta v_A = v_A - v_1$

$$\Delta v_A = \sqrt{\frac{gR^2}{r_1}}\left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1+r_2}} - 1\right) = \sqrt{\frac{9.81\,(6370\cdot10^3)^2}{6.6\,6370\cdot10^3}}\left(\sqrt{\frac{2\cdot1.07}{1.07+6.6}} - 1\right)$$

$$\boxed{\Delta \approx -1451{,}7\ \frac{m}{s}}$$

5° Z perygeum orbity eliptycznej na kołową o promieniu r_2

$$v_B = \sqrt{\frac{2gR^2 r_1}{r_2(r_1+r_2)}} \qquad v_2 = \sqrt{\frac{gR^2}{r_2}}$$

$v_B + \Delta v_B = v_2 \Rightarrow \Delta v_B = v_2 - v_B$

$$\Delta v_B = \sqrt{\frac{gR^2}{r_2}}\left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1+r_2}}\right) = \sqrt{\frac{9.81\,(6370\cdot10^3)^2}{1.07\cdot6370\,10^3}}\left(1 - \sqrt{\frac{2\cdot6.6}{1.07+6.6}}\right)$$

$$\boxed{\Delta \approx -2383{,}4\ \frac{m}{s}}$$

5° Okres na niskiej orbicie kołowej

III p. Keplera:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM} = \frac{4\pi^2 r_2^3}{gR^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_2^3}{gR^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{gR^2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1.07^3\cdot6370\cdot10^3}{9.81}} \approx \boxed{5604\,\text{s} \approx 1.56\,\text{h}}$$