

# Prawa ruchu: dynamika

Fizyka I (B+C)

## Wykład VIII:

- Bezwładność
- I zasada dynamiki, układ inercjalny
- II zasada dynamiki
- Równania ruchu

# Bezwładność

## Bezwładność (inercja)

**PWN 1998:**

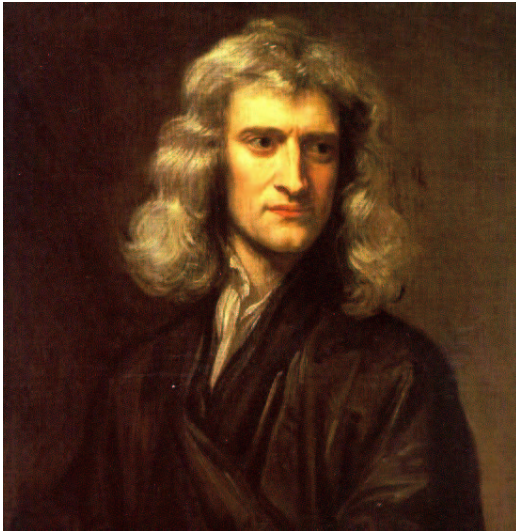
właściwość układu fizycznego (ciała) charakteryzująca jego podatność na zmiany stanu (ruchu)



- ⇒ dążenie układu do zachowania w stanie, w którym się znajduje
- dążenie ciał do pozostawania w spoczynku lub w ruchu
- ⇒ “opór” stawiany przez układ, gdy próbujemy zmienić jego stan
- np. gdy próbujemy wprowadzić w ruch lub zatrzymać ciało

# I zasada dynamiki

Isaac Newton



## Zasada bezwładności

Zawarta w dziele:

“Zasady matematyczne filozofii naturalnej” (1687)

*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

“Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.”

# I zasada dynamiki

Zasada bezwładności w ujęciu Newtona ma dwie “wady”:

- przyjmuje, że można zdefiniować bezwzględny spoczynek i ruch
- zakłada, że na ciało mogą nie działać żadne siły

## Układ odniesienia

Newton zakładał istnienie “przestrzeń absolutna”,  
która “pozostaje zawsze taka sama i nieruchoma”

⇒ “absolutnego” układu odniesienia

Dziś wiemy, że taki układ nie istnieje.

Względem jakiego układu spełniona jest I zasada dynamiki ?

Jeśli dwa układy poruszają się względem siebie z przyspieszeniem,  
I zasada dynamiki nie może być spełniona w obu z nich...

# I zasada dynamiki

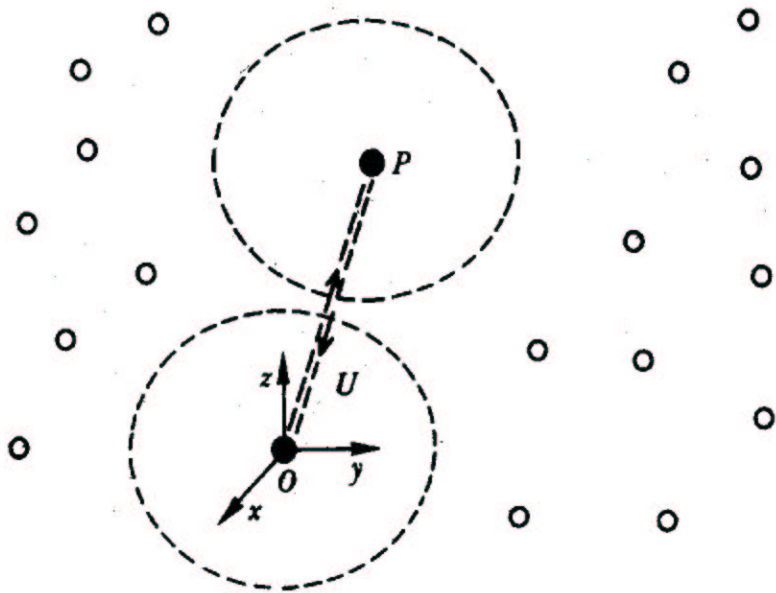
## Ciało izolowane

Aby na ciało nie działały żadne siły musi być odizolowane od wpływu innych ciał.

Bardzo trudno o “doskonałą” izolację.

Wszystkie znane nam siły maleją z odległością

⇒ ciało uznamy za izolowane jeśli będzie dostatecznie daleko od innych ciał.



Aby zweryfikować zasadę bezwładności musimy mieć **dwa** ciała izolowane:  
ciało obserwowane i układ odniesienia.

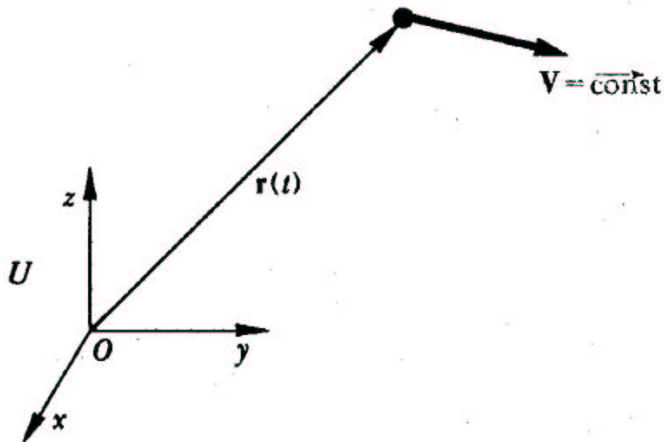
Ale każda obserwacja jest związana z jakimś **oddziaływaniem !...**

Nigdy nie spełnimy idealnych warunków...

# I zasada dynamiki

## Układ inercjalny

Układ w którym obowiązuje I zasada dynamiki nazywamy **układem inercjalnym**.



Jeśli istnieje **jeden** układ inercjalny to istnieje **nieskończenie wiele** układów inercjalnych.

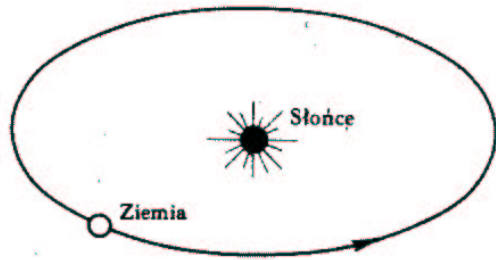
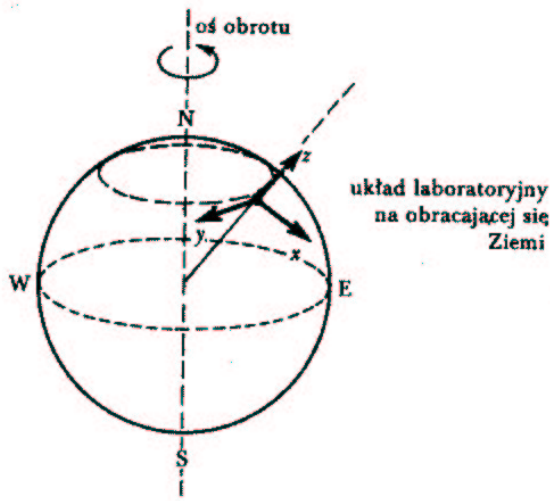
**każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością  $\vec{V} = const$**

Zasada bezwładności jest równoważna z postulatem:

**Istnieje układ inercjalny**

# I zasada dynamiki

## Układ inercjalny



Jaki układ możemy uznać za inercjalny ?

Wszystko zależy od zagadnienia i dokładności pomiaru

Rotacja Ziemi:  $a_Z \approx 0.03 \frac{m}{s^2}$

Obieg wokół słońca:  $a_S \approx 0.006 \frac{m}{s^2}$

Rotacja Galaktyki:  $a_G \approx 0.000\ 000\ 000\ 3 \frac{m}{s^2}$

Na ogół wystarczy układ laboratoryjny (związany z Ziemią)

## II zasada dynamiki

### II prawo Newtona

“Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona”

Zmiana ruchu ciała (w układzie inercyjnym) jest zawsze wynikiem oddziaływania otoczenia (innych ciał).

Oddziaływanie to opisujemy ilościowo wprowadzając pojęcie **siły**

**Siła jest wielkością wektorową** (kierunek zmiany ruchu)

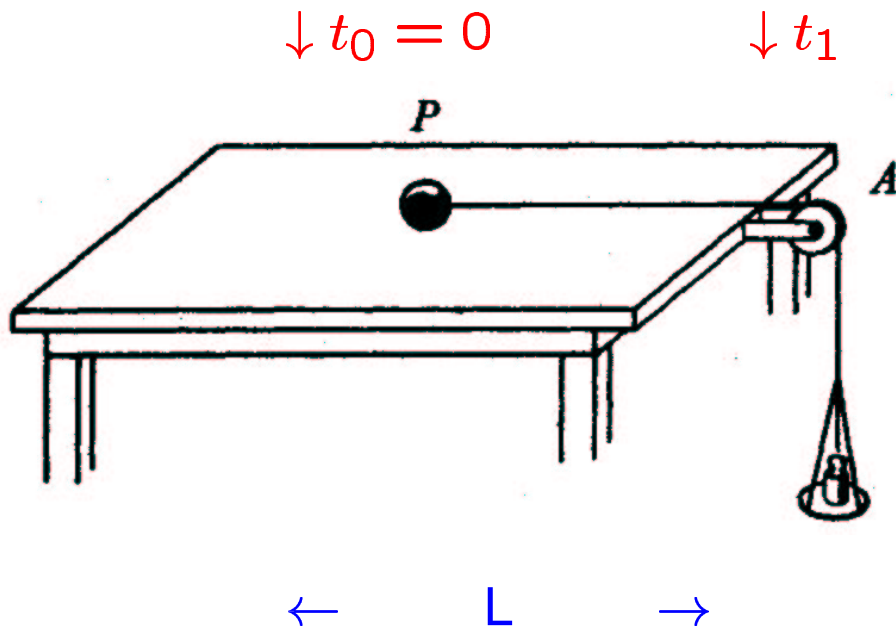
Siły możemy porównywać ilościowo niezależnie od ruchu ciał  
naogół wykorzystujemy przy tym I zasadę dynamiki (równowaga sił)  
np. porównywanie ciężaru poprzez ważenie ciał, pomiar siły dynamometrem...



## II zasada dynamiki

### Ruch pod wpływem stałej siły

Pokaz



Na dane ciało **P** działają **różne** siły  $\vec{F}$   
nadając mu **różne** przyspieszenia  $\vec{a}$

Przyjmijmy:  $\vec{r}(0) = \vec{v}(0) = 0$

$\Rightarrow$  ruch **prostoliniowy**  
**jednostajnie przyspieszony**

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \sim F$$

Czas na pokonanie odległości L:

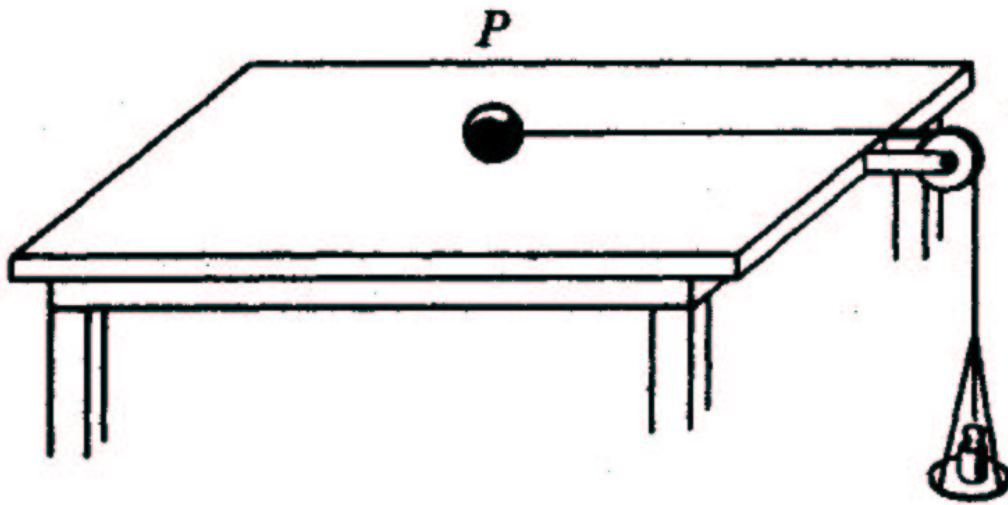
$$x = \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow a = \frac{2L}{t_1^2}$$

$$a \sim \frac{1}{t_1^2}$$

## II zasada dynamiki

### Masa bezwładna

“akcelerator”



Ustalona siła  $\vec{F}$  działając na różne ciała **P** nadaje im różne przyspieszenia  $\vec{a}$

Możemy wprowadzić współczynniki **m**,  
**A** które określają **stosunki przyspieszeń** różnych ciał

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots = \frac{1}{m_1} : \frac{1}{m_2} : \frac{1}{m_3} : \dots$$

Lub też:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 = m_3 a_3 = \dots$$

Stosunki przyspieszeń zależą od badanych ciał ale **nie zależą** od przyłożonej **siły**

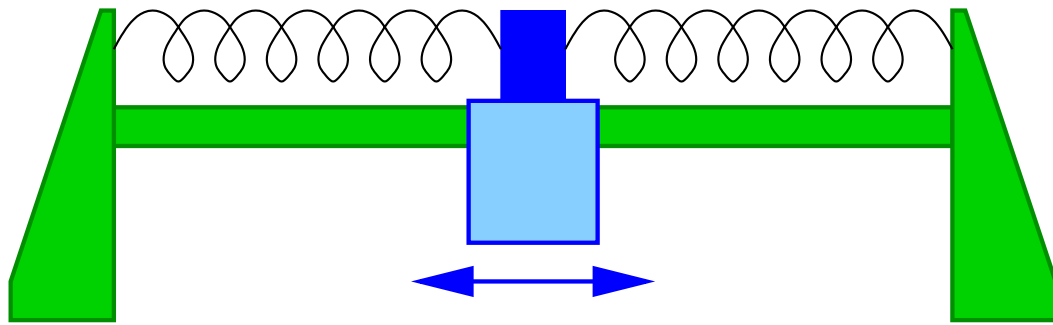
Możemy wybrać jakieś ciało i uznać je za “jednostkowe”

**m - masa bezwładna**

## II zasada dynamiki

### Ruch harmoniczny

Pokaz



Siła z jaką działa sprężyna zależy wyłącznie od położenia wózka

$$F_x = -k \cdot x$$

### Pomiar przyspieszenia:

Położeniem równowagi jest  $x = 0$

Przyjmijmy, że  $x(0) = R$  i  $v_x(0) = 0$

run harmoniczny:

$$x(t) = R \cdot \cos(\omega t)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow a \sim T^{-2}$$

Druga zasada dynamiki:

$$a \sim \frac{1}{m} \Rightarrow T^2 \sim m$$

## II zasada dynamiki

### Siła

Jednostką masy bezwładnej jest kilogram, 1 kg

Druga zasada dynamiki Newtona:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

klasyczna definicja siły

Jednostka siły: 1 niuton  $1 N = 1 kg \cdot 1 \frac{m}{s^2}$

Druga zasada dynamiki jest:

- wnioskiem z doświadczeń
- definicją nowych wielkości (siły)

## II zasada dynamiki

### Zasada niezależności działania sił

Jeśli na ciało o masie  $m$  działają dwie niezależne siły  $F_1$  i  $F_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \\ \vec{F}_2 = m\vec{a}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m(\vec{a}_1 + \vec{a}_2)$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

⇒ przyspieszenie wywołane przez siłę wypadkową jest równe sumie przyspieszeń

### Zasada addytywności masy

Dwie siły działając na dwie masy wywołują równe przyspieszenie:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 = m_1\vec{a} \\ \vec{F}_2 = m_2\vec{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

⇒ siła wypadkowa w działaniu na całkowitą masę daje takie samo przyspieszenie

## II zasada dynamiki

### Uogólnienie

Druga zasada dynamiki Newtona w postaci “klasycznej”

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

ważna jest tylko dla ciał których masa jest stała  $m = \text{const}$

Możemy jednak uogólnić:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \stackrel{m=\text{const}}{=} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

gdzie  $\vec{p} = m\vec{v}$  - pęd cząstki

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Jest słuszne także dla ciał o zmieniającej się masie (np. rakietę)  
oraz w przypadku relatywistycznym (choć zmieni się definicja pędu).

$$\Delta\vec{p} = \int_{\Delta t} \vec{F} dt = I - \text{popęd siły}$$

# Równania ruchu

Podstawowym zagadnieniem dynamiki jest rozwiązywanie równań ruchu, czyli określanie ruchu ciała ze znajomości działających na nie sił.

## Postać ogólna

Siła działająca na ciało może zależeć od położenia i prędkości cząstki oraz czasu

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

⇒ równanie ruchu:

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

Układ trzech równań różniczkowych drugiego rzędu  $m \left( \frac{d^2 x}{dt^2}, \frac{d^2 y}{dt^2}, \frac{d^2 z}{dt^2} \right) = (F_x, F_y, F_z)$

Ogólne rozwiązanie ma sześć stałych całkowania:

$$\vec{r} = \vec{r}(t, C_1, C_2, \dots, C_6)$$

# Równania ruchu

## Warunki początkowe

Aby ściśle określić ruch ciała musimy poza rozwiązaniem równań ruchu wyznaczyć wartości wolnych parametrów (w ogólnym przypadku sześciu)

Najczęściej dokonujemy tego określając warunki początkowe:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0)$$

$$\vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$

$t_0$  - wybrana “chwila początkowa”

**W mechanice klasycznej obowiązuje “zasada przyczynowości”**

Jeśli znamy **równania ruchu** oraz dokładnie poznamy **warunki początkowe** możemy jednoznacznie określić stan układu w **przeszłości** i w **przyszłości**.

Zachowanie obiektów mikroświata (np. cząstek elementarnych) nie jest deterministyczne.

Granice stosowalności mechaniki klasycznej określa wartość stałej Plancka  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$