Prawa ruchu: dynamika

Fizyka I (B+C)

Wykład VIII:

- Bezwładność
- I zasada dynamiki, układ inercjalny
- II zasada dynamiki
- Równania ruchu

Bezwładność

Bezwładność (inercja)

PWN 1998:

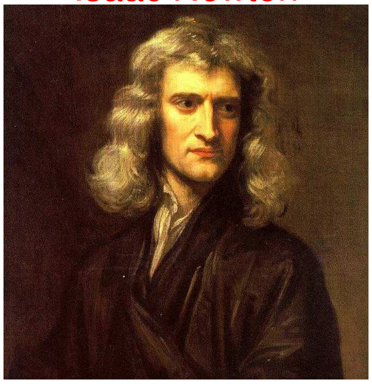
właściwość układu fizycznego (ciała) charakteryzująca jego podatność na zmiany stanu (ruchu)

⇒ dążenie układu do zachowania w stanu, w którym się znajduje
dążenie ciał do pozostawania w spoczynku lub w ruchu

⇒ “opór” stawiany przez układ, gdy próbujemy zmienić jego stan
np. gdy próbujemy wprawić w ruch lub zatrzymać ciało

I zasada dynamiki

Isaac Newton



Zasada bezwładności

Zawarta w dziele:
"Zasady matematyczne filozofii naturalnej" (1687)
Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

"Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu."

I zasada dynamiki

Zasada bezwładności w ujęciu Newtona ma dwie "wady":

- przyjmuje, że można zdefiniować bezwzględny spoczynek i ruch
- zakłada, że na ciało mogą nie działać żadne siły

Układ odniesienia

Newton zakładał istnienie "przestrzeń absolutna",
która "pozostaje zawsza taka sama i nieruchoma"
$\Rightarrow$ "absolutnego" układu odniesienia

Dziś wiemy, że taki układ nie istnieje.

Względem jakiego układu spełniona jest I zasada dynamiki ?

Jeśli dwa układy poruszają się względem siebie z przyspieszeniem,
I zasada dynamiki nie może być spełniona w obu z nich...

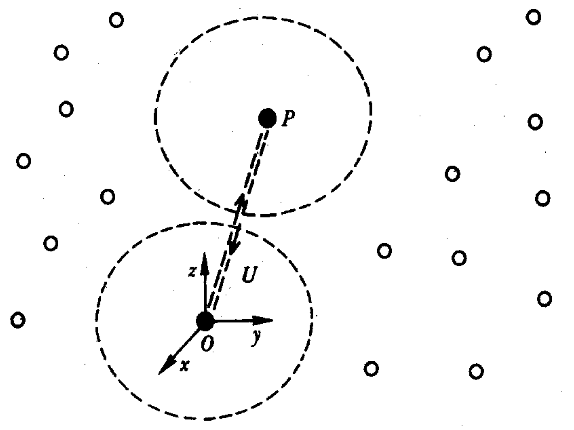
I zasada dynamiki

Ciało izolowane

Aby na ciało nie działały żadne siły musi być odizolowane od wpływu innych ciał.

Bardzo trudno o "doskonałą" izolację.

Wszystkie znane nam siły maleją z odległością
$\Rightarrow$ ciało uznamy za izolowane jeśli będzie dostatecznie daleko od innych ciał.



Aby zweryfikować zasadę bezwładności musimy mieć **dwa** ciała izolowane:
ciało obserwowane i układ odniesienia.

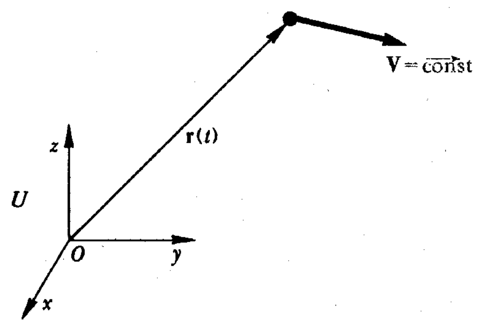
Ale każda obserwacja jest związana z jakimś **oddziaływaniem** !...

Nigdy nie spełnimy idealnych warunków...

I zasada dynamiki

Układ inercjalny

Układ w którym obowiązuje I zasada dynamiki nazywamy **układem inercjalnym**.



Jeśli istnieje jeden układ inercjalny to istnieje nieskończenie wiele układów inercjalnych.

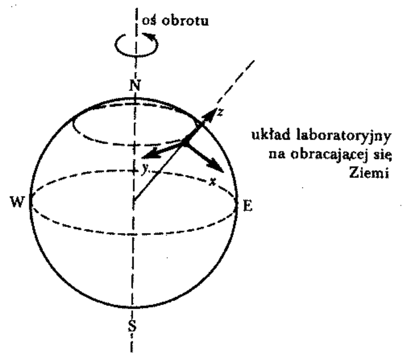
każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością $\vec{V} = const$

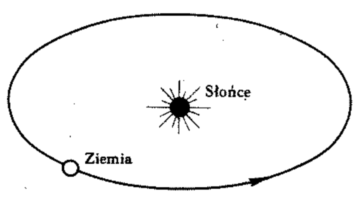
Zasada bezwładności jest równoważna z postulatem:

Istnieje układ inercjalny

I zasada dynamiki

Układ inercjalny





Jaki układ możemy uznać za inercjalny ?

Wszystko zależy od zagadnienia i dokładności pomiaru

Rotacja Ziemi: $a_Z \approx 0.03 \frac{m}{s^2}$

Obieg wokół słońca: $a_S \approx 0.006 \frac{m}{s^2}$

Rotacja Galaktyki: $a_G \approx 0.000\,000\,000\,3 \frac{m}{s^2}$

Na ogół wystarcza układ laboratoryjny
(zwiazany z Ziemią)

II zasada dynamiki

II prawo Newtona

“Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona”

Zmiana ruchu ciała (w układzie inercjalnym) jest zawsze wynikiem oddziaływania otoczenia (innych ciał).

Oddziaływanie to opisujemy ilościowo wprowadzając pojęcie **siły**

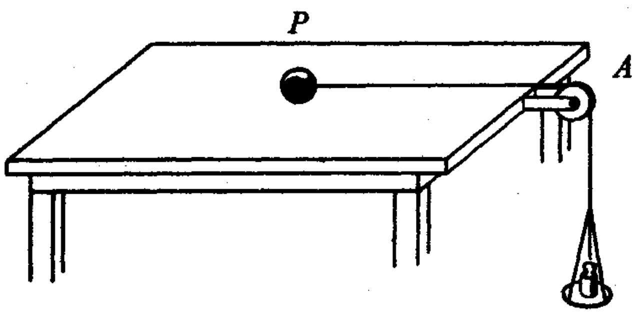
Siła jest wielkością wektorową (kierunek zmiany ruchu)

Siły możemy porównywać ilościowo niezależnie od ruchu ciał
naogół wykorzystujemy przy tym I zasadę dynamiki (równowaga sił)
np. porównywanie ciężaru poprzez ważenie ciał, pomiar siły dynamometrem...

II zasada dynamiki

Ruch pod wpływem stałej siły

Pokaz



Na dane ciało **P** działają różne siły $\vec{F}$ nadając mu różne przyspieszenia $\vec{a}$

Przyjmijmy: $\vec{r}(0) = \vec{v}(0) = 0$

$\Rightarrow$ ruch prostoliniowy jednostajnie przyspieszony

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \sim F$$

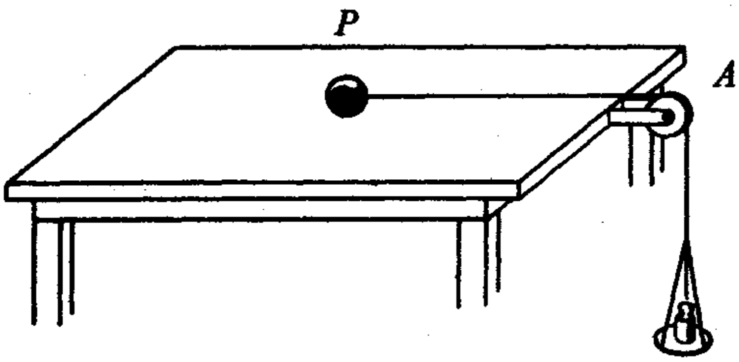
Czas na pokonanie odległości L:

$$x = \frac{a}{2}\,t^2 \Rightarrow a = \frac{2L}{t_1^2}$$

$$a \sim \frac{1}{t_1^2}$$

II zasada dynamiki

Masa bezwładna



Ustalona siła $\vec{F}$ działając na różne ciała **P** nadaje im różne przyspieszenia $\vec{a}$

Możemy wprowadzić współczynniki **m**, które określają stosunki przyspieszeń różnych ciał

$$a_1 : a_2 : a_3 : \ldots = \frac{1}{m_1} : \frac{1}{m_2} : \frac{1}{m_3} : \ldots$$

Lub też:

$$m_1\,a_1 = m_2\,a_2 = m_3\,a_3 = \ldots$$

Stosunki przyspieszeń zależą od badanych ciał ale nie zależą od przyłożonej siły

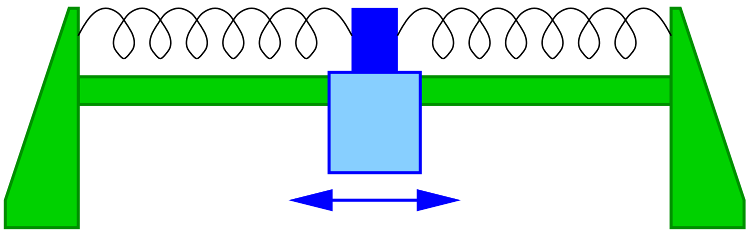
Możemy wybrać jakieś ciało i uznać je za "jednostkowe"

$\boxed{\text{m - masa bezwładna}}$

II zasada dynamiki

Ruch harmoniczny

Pokaz



Siła z jaką działa sprężyna zależy wyłącznie od położenia wózka

$$\boxed{F_x = -k \cdot x}$$

Pomiar przyspieszenia:

Położeniem równowagi jest $x = 0$

Przyjmijmy, że $x(0) = R$ i $v_x(0) = 0$

run harmoniczny:

$$x(t) = R \cdot \cos(\omega t)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t) \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \quad a \sim T^{-2}$$

Druga zasada dynamiki:

$$a \sim \frac{1}{m} \Rightarrow T^2 \sim m$$

II zasada dynamiki

Siła

Jednostką masy bezwładnej jest kilogram, 1 kg

Druga zasada dynamiki Newtona:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

klasyczna definicja siły

Jednostka siły: 1 niuton $\qquad 1\ N = 1\ kg \cdot 1\ \frac{m}{s^2}$

Druga zasada dynamiki jest:

- wnioskiem z doświadczeń
- definicją nowych wielkości (siły)

II zasada dynamiki

Zasada niezależności działania sił

Jeśli na ciało o masie m działają dwie niezależne siły F_1 i F_2:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \\ \vec{F}_2 = m\vec{a}_2\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m(\vec{a}_1 + \vec{a}_2)$$
$$\vec{F} \; = \; m\,\vec{a}$$

$\Rightarrow$ przyspieszenie wywołane przez siłę wypadkową jest równe sumie przyspieszeń

Zasada addytywności masy

Dwie siły działając na dwie masy wywołują równe przyspieszenie:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1 = m_1\vec{a} \\ \vec{F}_2 = m_2\vec{a}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}$$
$$\vec{F} \; = \; m\,\vec{a}$$

$\Rightarrow$ siła wypadkowa w działani na całkowitą masę daje takie samo przyspieszenie

II zasada dynamiki

Uogólnienie

Druga zasada dynamiki Newtona w postaci “klasycznej”

$$\boxed{\vec{F} \; = \; m\,\vec{a}}$$

ważna jest tylko dla ciał których masa jest stała $m \; = \; const$

Możemy jednak uogólnić:

$$\vec{F} \; = \; m\,\frac{d\vec{v}}{dt} \;\stackrel{m=const}{=}\; \frac{d(m\vec{v})}{dt} \; = \; \frac{d\vec{p}}{dt}$$

gdzie $\vec{p} = m\vec{v}$ - pęd cząstki

$$\boxed{\vec{F} \; = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Jest słuszne także dla ciał o zmieniającej się masie (np. rakieta)

oraz w przypadku relatywistycznym (choć zmieni się definicja pędu).

$$\Delta\vec{p} \; = \; \int_{\Delta t} \vec{F}\,dt \; = \; I \quad \text{- popęd siły}$$

Równania ruchu

Podstawowym zagadnieniem dynamiki jest rozwiązywanie równań ruchu, czyli określanie ruchu ciała ze znajomości działających na nie sił.

Postać ogólna

Siła działająca na ciało może zależeć od położenia i prędkości cząstki oraz czasu

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

⇒ równanie ruchu:

$$\boxed{m \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)}$$

Układ trzech równań różniczkowych drugiego rzędu $m(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}) = (F_x, F_y, F_z)$

Ogólne rozwiązanie ma sześć stałych całkowania:

$$\vec{r} = \vec{r}\,(t, C_1, C_2, \ldots, C_6)$$

Równania ruchu

Warunki początkowe

Aby ściśle określić ruch ciała musimy poza rozwiązaniem równań ruchu wyznaczyć wartości wolnych parametrów (w ogólnym przypadku sześciu)

Najczęściej dokonujemy tego określając warunki początkowe:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}\,(t_0)$$
$$\vec{v}_0 = \vec{v}\,(t_0) \qquad t_0 \text{ - wybrana “chwila początkowa”}$$

W mechanice klasycznej obowiązuje “zasada przyczynowości”

Jeśli znamy równania ruchu oraz dokładnie poznamy warunki początkowe możemy jednoznacznie określić stan układu w przeszłości i w przyszłości.

Zachowanie obiektów mikroświata (np. cząstek elementarnych) nie jest deterministyczne.
Granice stosowalności mechaniki klasycznej określa wartość stałej Plancka $h = 6.626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$