Zderzenia relatywistyczne

Fizyka I (B+C)

Wykład XVIII:

- Zderzenia nieelastyczne
- Energia progowa
- Rozpady cząstek
- Neutrina

Zderzenia relatywistyczne

Zderzenia nieelastyczne

Zderzenia elastyczne - cząstki rozproszone takie same jak cząstki zderzające się

Jest to jednak bardzo szczególny przypadek

W oddziaływaniach cząstek elementarnych, zwłaszcza przy wysokiej energii, obserwujemy bardzo wiele reakcji, w których powstają nowe cząstki:

- Produkcja pojedyńczej cząstki (tzw. “rezonansu”): $a + b \to c$
- Produkcja dwóch cząstek: $a + b \to c + d$
  jedna z nich może być cząstką stanu początkowego
- Produkcja wielu cząstek: $a + b \to X$
  gdzie X oznacza dowolny stan wielocząstkowy

Zderzenia relatywistyczne

Masa niezmiennicza

Niezmiennik transformacji Lorenza, (nie zależy od wyboru układu odniesienia)

$$M^2c^4 = s = E^2 - p^2c^2$$

Dla dowolnego izolowanego układu fizycznego masa niezmiennicza jest zachowana (nie zmienia się w czasie). Wynika to z zasady zachowania energii i pędu.

⇒ podstawowe pojęcie w analizie zderzeń relatywistycznych,
zwłaszcza w procesach nieelastycznych (produkcja nowych cząstek)

Masa niezmiennicza jest tożsama z energią układu w układzie środka masy $(P^\star = 0)$.
Dla zderzających się cząstek mówimy o energii dostępnej w układzie środka masy.

Zderzenia relatywistyczne

Produkcja rezonansów

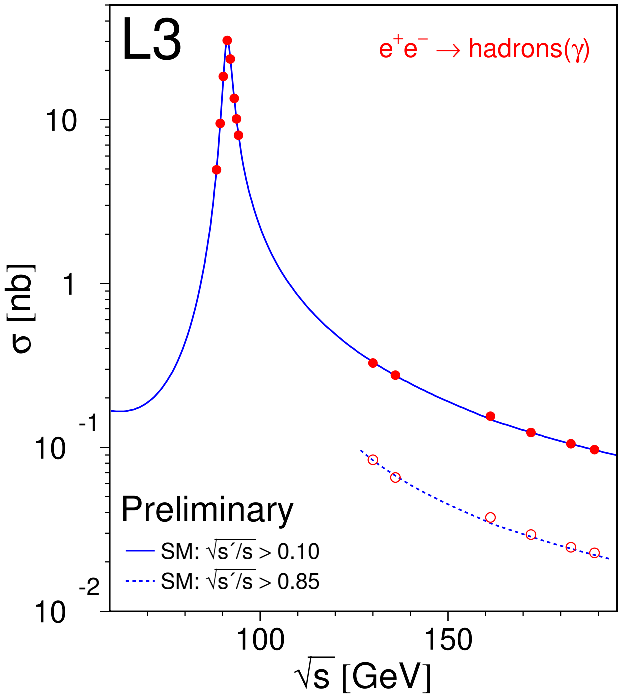
Aby w zderzeniu dwóch cząstek powstała jedna, np: $e^+e^- \to Z^\circ \to q\bar{q}$

masa niezmiennicza zderzających się cząstek musi być równa masie cząstki którą chcemy wyprodukować:

$$\sqrt{s} = m_Z$$

Mierzony przekrój czynny w funkcji masy niezmienniczej zderzających się cząstek ⇒

wyniki eksperymentu L3 przy LEP



Zderzenia relatywistyczne

Produkcja wielu cząstek

Aby w zderzeniu dwóch cząstek powstały dwie lub więcej nowych cząstek, np:

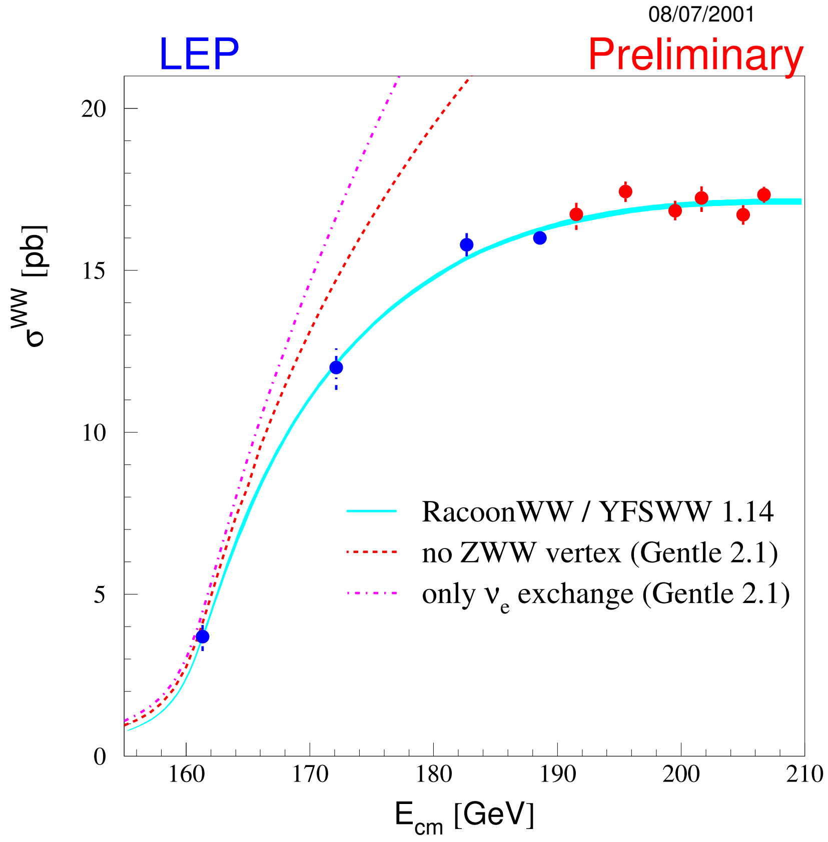
$$e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$$

masa niezmiennicza zderzających się cząstek musi być większa lub równa sumie mas produkowanych cząstek:

$$\sqrt{s} \geq \sum_i m_i$$

Mierzony przekrój czynny $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \Rightarrow$

$$\sqrt{s} \geq 2\,m_W \approx 160 \text{ GeV}$$



Zderzenia relatywistyczne

Energia dostępna

Mase niezmienniczą zderzających się cząstek $\sqrt{s}$ określamy też jako energię dostępną w układzie środka masy.

Energia dostępna jest to część energii kinetycznej, która może zostać zamieniona na masę (energię spoczynkową) nowych cząstek.

$\sqrt{s}$ mówi nam ile energii możemy zużyć na wyprodukowanie nowych cząstek.

Przykład

Aby wyprodukować antyproton w reakcji

$$p\,p \rightarrow p\,p\,p\,\bar{p}$$

musimy mieć

$$\sqrt{s} \geq 4\,m_p$$

⇐ liczymy wszystkie cząstki w stanie końcowym, także cząstki pierwotne

Zderzenia relatywistyczne

Określoną wartość energii dostępnej możemy uzyskać na rózne sposoby:

Zderzenia z tarczą

Cząstka “pocisk” o energii E uderza
w nieruchomą tarczę:

$$s = 2\,E_1\,m_2 + m_1^2 + m_2^2$$

w granicy $E_1 \gg m_1 \sim m_2$

$$s \approx 2\,E_1\,m_2$$

Wiązki przeciwbieżne

Zderzenia wiązek o energiach E_1 i E_2:

$$s = 2\,E_1\,E_2 + 2\,p_1\,p_2 + m_1^2 + m_2^2$$

w granicy $E_1 \sim E_2 \gg m_1 \sim m_2$

$$s \approx 4\,E_1\,E_2$$

Dużo wyższe wartości !!!

Przykład

Wiązka protonów o energii 50 GeV ($\approx 50\ m_p$)

- na tarczy wodorowej (protony): $\sqrt{s} \approx \sqrt{2Em_p} \approx 10 GeV \approx 10\ m_p$
- dwie wiązki przeciwbieżne: $\sqrt{s} \approx \sqrt{4E \cdot E} = 2\,E = 100 GeV \approx 100\ m_p$

Energia progowa

Zderzenia z tarczą

Minimalna energia wiązki E_{min} przy której możliwa jest dana reakcja.

Minimalna masa niezmiennicza:

$$s_{min} = \left(\sum_i m_i \right)^2$$

W zderzeniach z nieruchomą tarczą:

$$s_{min} = 2\, E_{min}\, m_2 + m_1^2 + m_2^2$$

⇒ minimalna energia całkowita pocisku:

$$E_{min} = \frac{s_{min} - (m_1^2 + m_2^2)}{2\, m_2} = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1^2 + m_2^2)}{2\, m_2}$$

⇒ minimalna energia kinetyczna pocisku:

$$E_{k,min} = E_{min} - E_\circ = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1 + m_2)^2}{2\, m_2}$$

Energia progowa

Zderzenia z tarczą

Związek minimalnej energii kinetycznej pocisku z przyrostem masy:

$$2\,m_2\,E_{k,min} \;=\; \left(\sum_i m_i\right)^2_{\text{końcowe}} - \left(\sum_i m_i\right)^2_{\text{początkowe}}$$

$\Rightarrow$ energia kinetyczna pocisku jest “zużywana” na zwiększenie masy układu...

Przykład 1

Produkcja anty-protonów w reakcji $pp \rightarrow ppp\bar{p}$ $\sum_i m_i = 4m_p$ $\Delta M = 2m_p$

$$E_{min} \;=\; \frac{(4\,m_p)^2 - (m_p^2 + m_p^2)}{2\,m_p} \;=\; 7\,m_p$$

$$E_{k,min} \;=\; E_{min} - m_p \;=\; 6\,m_p \qquad \approx 5.63\,GeV$$

Energia progowa

Wiązki przeciwbieżne

Dla wiązek przeciwbieżnych: dla uproszczenia przyjmujemy $E_1 = E_2, m_1 = m_2$

$$\begin{aligned} s_{min} &\approx 4\, E_1\, E_2 = 4\, E^2_{min} \\ E_{min} &= \frac{1}{2}\sqrt{s_{min}} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sum_i m_i)^2} = \frac{1}{2}\sum_i m_i \\ E_{k,min} &= \frac{1}{2}\left[\left(\sum_i m_i\right)_{\text{końcowe}} - \left(\sum_i m_i\right)_{\text{początkowe}}\right] \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ energia rośnie liniowo z masą produkowanego stanu (na tarczy: kwadratowo)

$\Rightarrow$ dużo niższe energie potrzebne do wytworzenia tego samego stanu

Przykład 1 (c.d.)

Produkcja anty-protonów w reakcji $p\,p \rightarrow p\,p\,p\,\bar{p}$ $\quad \sum_i m_i = 4\, m_p$

$$E_{k,min} = \frac{1}{2}[4m_p - 2m_p] = m_p \qquad \approx 0.94\; GeV \qquad \text{na tarczy: } 5.63\; GeV$$

Energia progowa

Wiązki przeciwbieżne

Przykład 2

Produkcja par bozonów W^+W^- w zderzeniach elektron-pozyton: $e^+ \, e^- \rightarrow W^+ \, W^-$

Gdybyśmy chcieli użyć pojedyńczej wiązki pozytonów i tarczy $\sum_i m_i = 2\, m_W$

$$E_{min} = \frac{(2\, m_W)^2 - (m_e^2 + m_e^2)}{2\, m_e} \approx \frac{2\, m_W^2}{m_e} \approx 25\,300\,000\ GeV$$

$$m_W = 80.4\ GeV \qquad m_e = 0.000511\ GeV$$

Tak ogromnych energii nie jesteśmy w stanie wytworzyć !
Dotychczas wiązki pozytonów $E \approx 100\ GeV$, projektowane $E \approx 1000 - 5000\ GeV$...

Dla przeciwbieżnych wiązek elektron-pozyton: $s \approx 4\, E^2$

$$E_{min} = \frac{1}{2}\sqrt{s_{min}} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sum_i m_i\right)^2} = \frac{1}{2}\sum_i m_i = m_W \approx 80\ GeV$$

Takie energie to już nie problem...

Rozpady cząstek

Rozawżmy rozpad cząstki o masie M na n cząstek o masach m_i $(i = 1 \ldots n)$.

Masa niezmiennicza przed rozpadem: $\mathcal{M}_i = M$. Masa niezmiennicza po rozpadzie:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_f^2 &= \left(\sum_i E_i\right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i\right)^2 \\ &= \sum_i E_i^2 + 2\sum_i \sum_{j>i} E_i\,E_j - \sum_i p_i^2 - 2\sum_i \sum_{j>i} \vec{p}_i\,\vec{p}_j \end{aligned}$$

Dla dowolnej pary cząsteh i, j mamy: $E_i^2 = p_i^2 + m_i^2$

$$\begin{aligned} E_i\,E_j = \sqrt{(p_i^2 + m_i^2)(p_j^2 + m_j^2)} &= \sqrt{(p_i p_j + m_i m_j)^2 + (p_i m_j - p_j m_i)^2} \\ &\geq p_i\,p_j + m_i\,m_j \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad E_i\,E_j - \vec{p}_i \vec{p}_j \geq E_i\,E_j - p_i p_j \geq m_i\,m_j$$

Ostatecznie: $\mathcal{M}_f^2 \geq \sum_i m_i^2 + 2\sum_i \sum_{j>i} m_i\,m_j = \left(\sum_i m_i\right)^2 = s_{min}$

Rozpady cząstek

Warunek konieczny, aby mógł mieć miejsce rozpad:

$$M \geq \sum_i m_i \qquad = \sqrt{s_{min}}$$

Dla rozpadu dwuciałowego, w układzie cząstki: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

Jaka będzie wartość pędu produktów rozpadu: $p = |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$?

$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 - p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2)} + 2p^2$$

$$(M^2 - m_1^2 - m_2^2 - 2p^2)^2 = 4(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2)$$

$$\Rightarrow \quad 4M^2p^2 = (M^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2m_2^2$$

$$p = \frac{\sqrt{(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)}}{2\,M}$$

Rozpady cząstek

Przypadek równych mas: $m_1 = m_2 = m$

$$p \;=\; \frac{\sqrt{(M^2 - 4m^2)M^2}}{2\;M} = \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 - m^2} \qquad E = \frac{M}{2}$$

W granicy, gdy jeden z produktów rozpadu jest bardzo lekki: $m_1 \ll m_2 \sim M$

$$p \;\approx\; \frac{\sqrt{(M^2 - m_2^2)^2}}{2\;M} = \frac{M}{2} - \frac{m_2^2}{2M} \qquad \approx E_1$$

$\frac{m_2^2}{2M}$ - energia “tracona” na odrzut drugiego ciała

Energie cząstek po rozpadzie **nie są równe** !

Mierząc pęd (lub energię) jednego z produktów rozpadu,
możemy wnioskować o masach pozostałych cząstek.

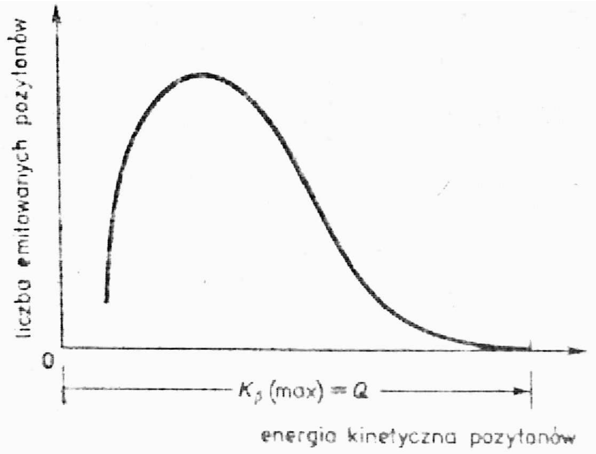
Neutrina

Rozpad β

W rozpadach β, np.

$$^{60}_{28}Co \rightarrow {}^{60}_{29}Ni^{\star} + e^{-} + ?$$

obserwujemy ciągłe widmo energii e^{-}:



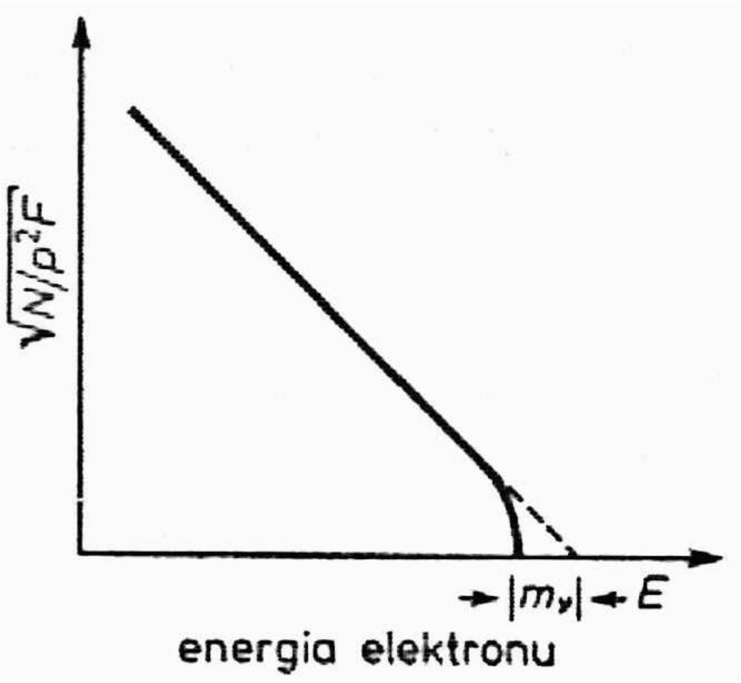
$\Rightarrow$ nie może to być rozpad dwuciałowy !

Hipoteza Pauliego: istnienie niezwykle słabo oddziałującej cząstki - neutrina.

$$(n) \rightarrow (p) + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

Wykres Kurie

Dla masy neutrina m_ν=0 oczekujemy liniowej zależności skalowanej liczby przypadków od energii elektronu E



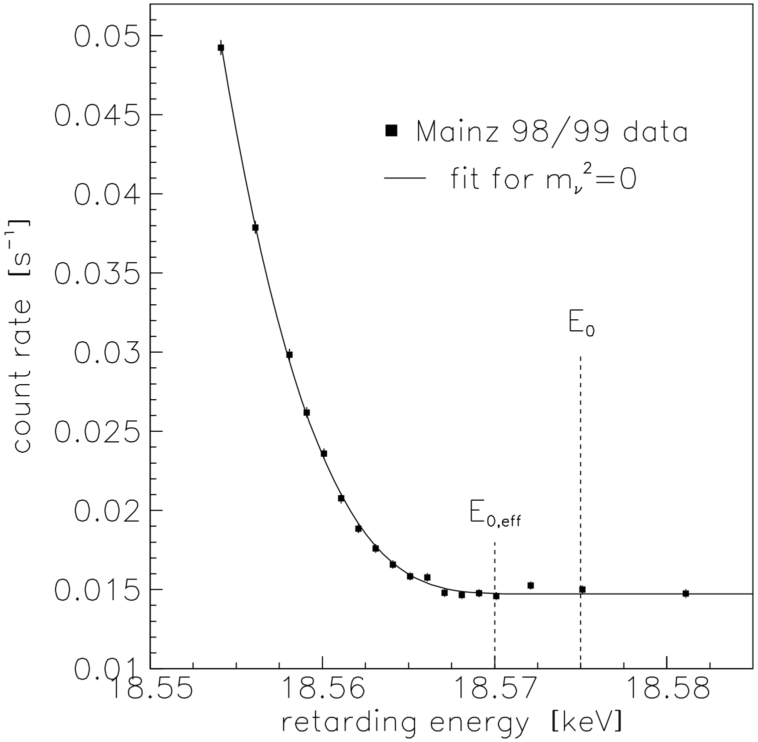
Ewentualne odstępstwa $\Rightarrow$ pomiar m_ν=0

Neutrina

Masa neutrina

Najnowsze wyniki pomiarów widma elektronów z rozpadu trytu (Mainz, 2001):

$$T \rightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e$$



$\Rightarrow$ ograniczenie na masę ν_e

$$m_\nu < 2.2\,eV \;\; (95\%\,CL)$$
$$\approx 4.3 \cdot 10^{-6}\,m_e$$

Dla pozostałych neutrin:

$$m_{\nu_\mu} < 170\,keV \approx 0.0018\,m_\mu$$
$$m_{\nu_\tau} < 15.5\,MeV \approx 0.01\,m_\tau$$

z bezpośredniego pomiaru

Do niedawna zakładalismy,
że neutrina są bezmasowe...

Neutrina

Na masy neutrin istnieją też liczne ograniczenia astrofizyczne i kosomologiczne

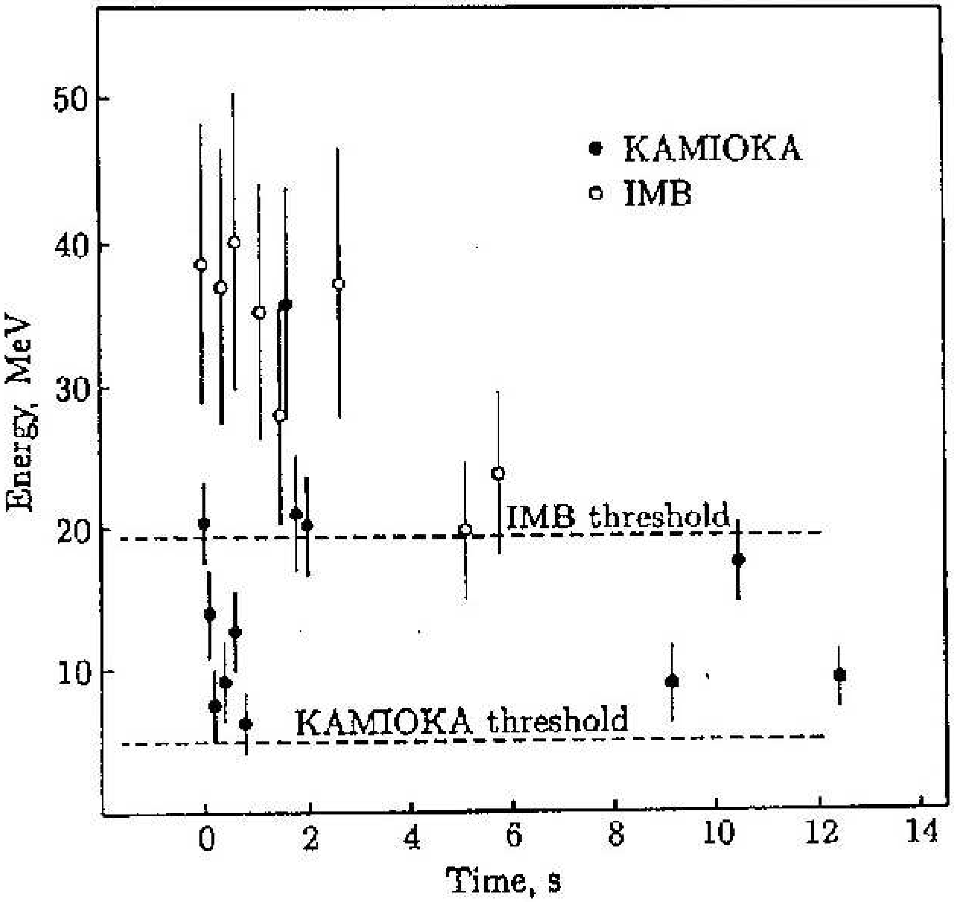
Supernowa SN 1987A

W roku 1987 zaobserwowano krótki “błysk” neutrin z wybuchu odległej o ok. 170 000 lat świetlnych supernowej ($\Delta t <$10 s).

Gdyby neutrina miały masę $m_\nu \neq 0$, poruszałyby się z różną prędkością, zależnie od energii.

Jednoczesna rejestracja neutrin o różnych energiach $(10 < E_\nu < 40\ MeV)$

$$\Rightarrow \quad m_\nu \; < \; 20\ eV$$

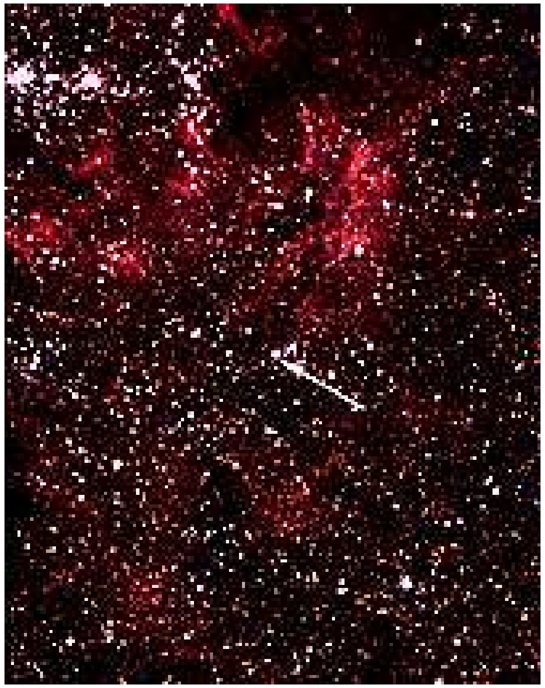


Supernowa 1987A

Pierwsza supernowa zarejestrowana na Ziemi od 1604 roku !

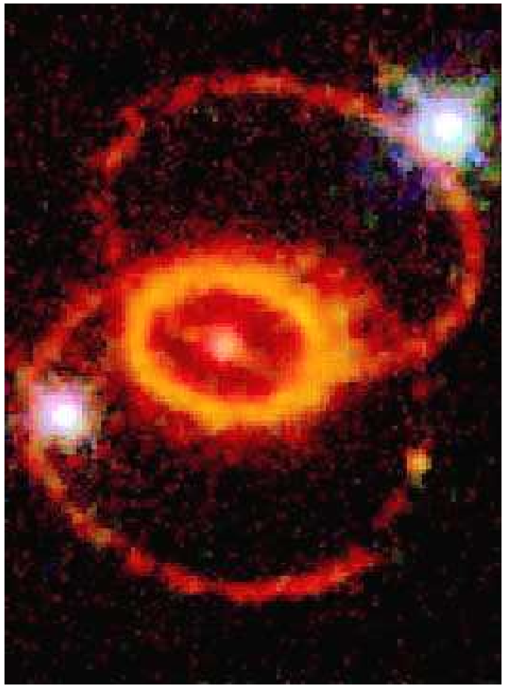
Wybuch gwiazdy (błękitnego olbrzyma) SK-69202 w Wielkim Obłoku Magellana
(niewielka galaktyka, około 196 000 lat świetlnych od Słońca)

SK-69202



23 lutego 1987

SN1987A dziś



za tysiąc lat ?

Mgławica Kraba
pozostałość po supernowej z 1054 r,

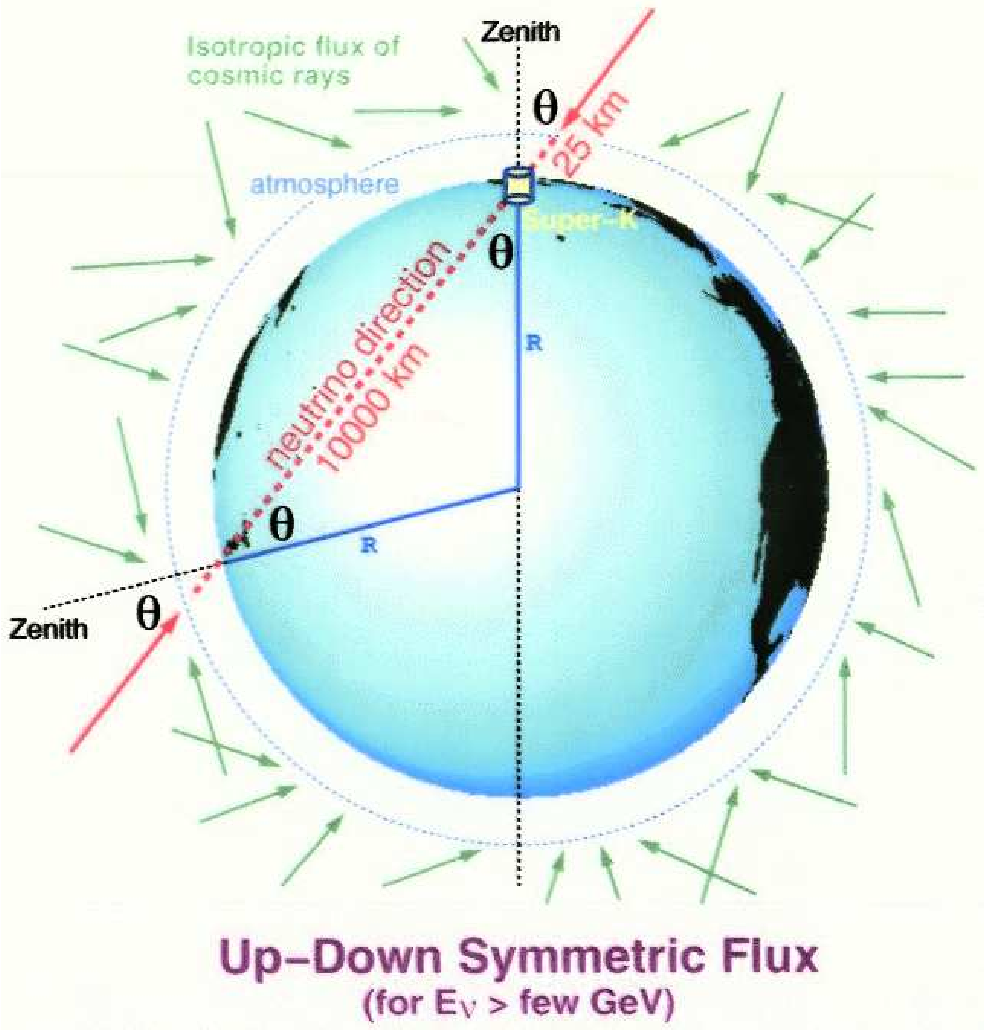
Masy neutrin

Neutrina atmosferyczne

Pierwotne promieniowanie kosmiczne jest izotropowe.

W wyniku jego oddziaływania z atmosferą produkują się liczne neutrina.

Ponieważ neutrina praktycznie nie oddziałują z Ziemią, strumienie neutrin "do dołu" i "do góry" powinny być sobie równe.



Wyniki pomiarów wskazują, że przy przechodzeniu przez Ziemię ubywa neutrin mionowych: zamieniają się w neutrina taonowe (oscylacje neutrin)

⇒ neutrina muszą mieć masę !...