

## Fizyka I (mechanika), ćwiczenia tydzień I

### Zadanie 1

Dane są wektory  $\vec{A} = (1,2,3)$ ,  $\vec{B} = (0,2,-1)$ ,  $\vec{C} = (1,1,2)$ .

Obliczyć  $\vec{A} + \vec{B}$ ,  $\vec{A} - \vec{B}$ ,  $3\vec{A} - 5\vec{B} + \vec{C}$ .

### Zadanie 2

Dane są wektory w układzie kartezjańskim XYZ:  $\vec{A} = (1,2,3)$ ,  $\vec{B} = (0,2,-1)$ ,  $\vec{C} = (1,1,2)$ .

Obliczyć:

- $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- $\vec{A} \times \vec{B}$
- $\frac{1}{2}(\vec{B} \times \vec{C})$
- $|\vec{A}|, |\vec{B}|, |\vec{C}|$

### Zadanie 3 Kierunek Fizyka

Dla wektorów  $\vec{A} = (a_x, a_y, a_z)$ ,  $\vec{B} = (b_x, b_y, b_z)$ ,  $\vec{C} = (c_x, c_y, c_z)$  pokazać że zachodzą równości

- $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
- $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = \vec{A}^2 - \vec{B}^2$
- $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

### Zadanie 3 Kierunek Fizyka Medyczna, Neuroinformatyka

Dla wektorów  $\vec{A} = (1,2,3)$ ,  $\vec{B} = (0,2,-1)$ ,  $\vec{C} = (1,1,2)$  pokazać że zachodzą równości

- $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
- $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = \vec{A}^2 - \vec{B}^2$
- $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

### Zadanie 4

Sprawdź poniższe tożsamości

- $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{1}{2}$
- $\cos(2\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}$
- $\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = \frac{2}{\sin(2\alpha)}$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowięzkowe)
- $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowięzkowe)
- $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha + \sin(2\alpha)}{1 + \cos\alpha + \cos(2\alpha)}$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowięzkowe)

### Zadanie 5

Sprawdź równości, zakładając przedział argumentów taki, że odwrotne funkcje trygonometryczne są jednoznaczne.

a)  $\sin(2\arcsin(x)) = 2x\sqrt{1-x^2}$

b)  $\cos(2\arccos(x)) = 2x^2 - 1$

c)  $\operatorname{tg}(2\operatorname{artg}(x)) = \frac{2x}{1-x^2}$

### Zadanie 6

Oblicz pochodne funkcji

a)  $f(x) = x^6 + 1$

b)  $f(x) = \sin^2 x$

c)  $f(x) = \sin^2(2x)$

d)  $f(x) = \frac{x^3+2}{x}$

e)  $f(x) = x^3 \cos(2x + 1)$

f)  $f(x) = 4^x$

g)  $f(x) = (2x^3 + 5)^3$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowiązkowe)

h)  $f(x) = x^x$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowiązkowe)

i)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^4 \sqrt{x^3}}}$  (Fiz. Med., Neuroinf. Zadanie nadobowiązkowe)

### Zadanie 7

Dane są następujące funkcje:

$$y = f_1(x) = x^2 \quad x \geq 0$$

$$y = f_2(x) = \operatorname{tg}(x) \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

Oblicz pochodne funkcji odwrotnych:

$$x = g_1(y) = f_1^{-1}(y) = \sqrt{y}$$

$$x = g_2(y) = f_2^{-1}(y) = \operatorname{artg}(y)$$