

## Fizyka I (mechanika), ćwiczenia tydzień II i III

### Zadanie 1

Odcinek o stałej długości porusza się tak, że jego punkty końcowe  $A$  i  $B$  ślizgają się p osiach  $x$  i  $y$  pewnego prostokątnego układu współrzędnych. Jaki tor zakreśla punkt  $M$  dzielący odcinek  $AB$  w stosunku  $a:b$ ? jaki kształt ma tor dla  $a=b$ ?

\*\*\*\*\*

### Zadania z rachunku całkowego – do wyboru

#### Zadanie 1.

Obliczyć całki nieoznaczone:

a)  $\int dx$

g)  $\int (2 \sin x + 3 \cos x) dx$

b)  $\int x dx$

h)  $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$

c)  $\int 4x^3 dx$

d)  $\int x^5 dx$

e)  $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$

i)  $\int 2^x 3^{2x} 5^{3x} dx$

f)  $\int \frac{x^2}{x^2 + 1} dx$

#### Zadanie 2.

Stosując metodę podstawienia obliczyć całki:

a)  $\int e^{ax} dx$

c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}}$

b)  $\int \sin(ax+b) dx$

d)  $\int x^2 \sqrt{2x^2 - 3} dx$

\*\*\*\*\*

#### Zadanie 2

Samochód przebywa połowę drogi z prędkością  $v_1=40\text{m/s}$  i drugą połowę drogi z prędkością  $v_2=60\text{m/s}$ . Wyznacz średnią prędkość na całej drodze.

#### Zadanie 3

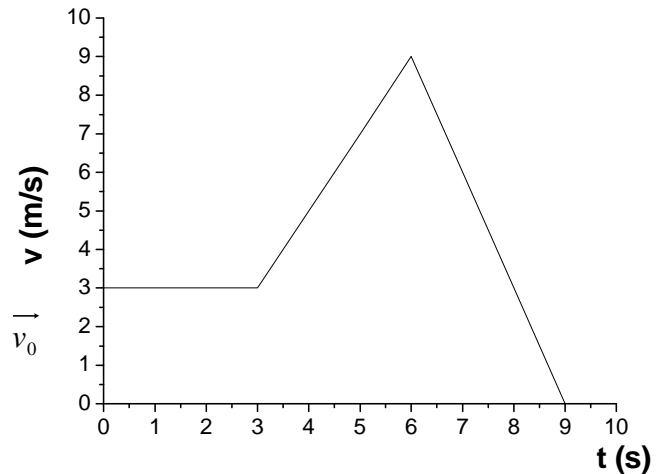
Odległość między punktami  $A$  i  $B$  wynosi  $x_0=80\text{km}$ . Z punktu  $A$  w kierunku  $AB$  wyjeżdża motocyklista z prędkością  $v_1=50\text{km/h}$ . Równocześnie z punktu  $B$  wyjeżdża w tym samym kierunku samochód z prędkością  $v_2=30\text{km/h}$ . Kiedy i w jakiej odległości od punktu  $A$  motocyklista dogoni samochód? Przedstaw ruch pojazdów na wykresie.

#### Zadanie 4

Rowerzysta jadący z prędkością  $v_1=15\text{km/h}$  spotyka na swojej drodze pieszego. Po  $t_1=5\text{min.}$  Od spotkania rowerzysta dojeżdża do biblioteki, w której przebywa  $t_2=1\text{h}$  i  $10\text{min.}$ , po czym z prędkością  $15\text{km/h}$  jedzie powrotem i po  $t_3=30\text{min.}$  dogania pieszego. Pieszy idzie cały czas ze stałą prędkością  $v_2$ . Określić tę prędkość i przedstawić ruch rowerzysty i pieszego graficznie.

#### Zadanie 5

Na rysunku przedstawiono wykres prędkości ciała w funkcji czasu  $v(t)$ . Znajdź zależność  $a(t)$  i  $x(t)$ .



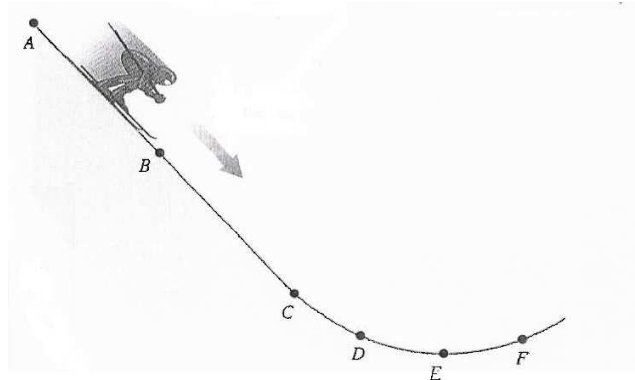
#### Zadanie 6

Piłkę nadano na progu równi prędkość  $v_0$ , której wektor skierowany był pod kątem  $\varphi$  do powierzchni równi. Nachylenie równi do poziomu wynosi  $\theta$ .

Wyznaczyć odległość, mierzoną wzdłuż równi, na jaką przemieści się piłka do momentu zderzenia z równią. Dla jakiego kąta  $\varphi$  przy zadanym kącie  $\theta$  zasięg mierzony wzdłuż równi jest maksymalny?

#### Zadanie 7

Rozważyc ruch narciarza na torze przedstawionym na rysunku. Narysować wektory przyspieszenia w punktach toru B, D, E i F.



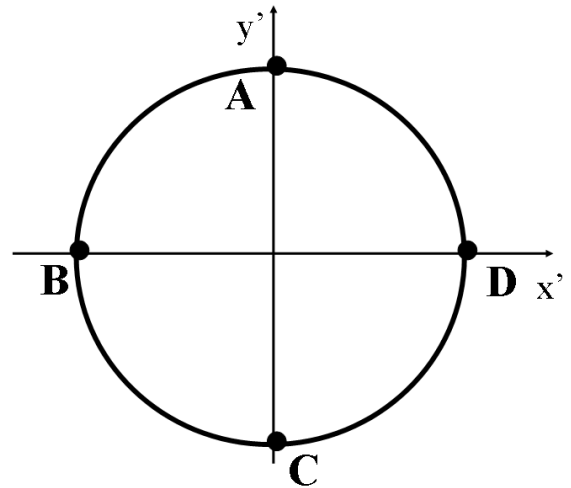
#### Zadanie 8

Człowiek porusza się na dreźnie za stałą prędkością  $v_0=9.1\text{m/s}$ . Chce przerzucić piłkę przez obręcz umocowaną do pręta przy torach i będącą  $H=4.9\text{m}$  powyżej wysokości jego reki, w taki sposób, aby piłka poruszała się z prędkością poziomą w momencie przechodzenia przez obręcz. Rzuca piłkę z prędkością  $v'=10.8\text{m/s}$  w stosunku do własnego układu odniesienia.

- Jaka powinna być składowa pionowa prędkości początkowej piłki?
- Po jakim czasie piłka przejdzie przez obręcz?
- W jakiej odległości od obręczy liczonej poziomo, człowiek musi wykonać rzut?
- Jaki jest kierunek prędkości początkowej piłki w układzie odniesienia człowieka?
- Jaki jest kierunek prędkości początkowej piłki w układzie obserwatora stojącego przy torach?

### Zadanie 9

Koło wagonu kolejowego toczy się bez poślizgu po prostej szynie tak, że prędkość jego środka względem spoczywającego obserwatora (układ  $U$ ) wynosi  $v$ . Oblicz prędkości chwilowe punktów  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  w układzie  $U$  i w układzie  $U'$  o środku w środku koła. Wyznacz równanie ruchu, toru,  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{a}_s$ ,  $\vec{a}_n$ .



### Zadanie 10 (\*\*\*\*trudniejsze)

Wioślarz wiosłujący ze stałą prędkością  $v$  przepływa przez rzekę o szerokości  $l$  z punktu  $A$  do leżącego naprzeciw niego punktu  $B$ . Wioślarz kieruje się cały czas na punkt  $B$ , ale znosi go prąd rzeki o prędkości  $u$ . znaleźć tor wioślarza oraz czas przeprawy dla przypadku  $v=2u$ .

### Zadanie 11

- Samochód policyjny emituje sinusoidalną falę akustyczną o częstotliwości  $f_Z=300\text{Hz}$ . Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $340\text{m/s}$ .
  - Znajdź długość fali w sytuacji, kiedy samochód jest w spoczynku.
  - Znajdź długość fali w sytuacji, kiedy samochód porusza się z prędkością  $v_Z=30\text{m/s}$  (czyli  $108\text{km/h}$ ), znajdź długość fali przed i za samochodem.
- Jaką częstotliwość odbiera stojący człowiek, jeśli samochód policyjny oddala się od niego z prędkością  $v_Z=30\text{m/s}$ ?
- Jaką częstotliwość odbiera oddalający się od spoczywającego samochodu policyjnego człowiek, będący w innym samochodzie poruszającym się z prędkością  $v_S=30\text{km/h}$ ?
- Jaką częstotliwość odbiera człowiek, jeśli samochód policyjny porusza się z prędkością  $v_Z=45\text{m/s}$ , a człowiek w swoim samochodzie podąża za nim z prędkością  $v_S=15\text{km/h}$ ?

### Zadanie 12

Samochód policyjny emituje sinusoidalną falę akustyczną o częstotliwości  $f_Z=300\text{Hz}$ . Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $340\text{m/s}$ . Samochód porusza się w kierunku dużej płaskiej ściany z prędkością  $v_Z=30\text{m/s}$ . jaką częstotliwość fali odbitej słyszy kierowca?