

Zadania domowe, Fizyka 1 (Mechanika), Seria 9
(Dynamika bryły sztywnej)

Przygotował Lech Krysiński (25.11.2009)

Zadanie 1

Kulka o promieniu r stacza się bez poślizgu z półkuli o promieniu R , leżącej nieruchomo na stole, zaczynając ruch na szczycie półkuli z pomijalnie małą prędkością początkową. Znaleźć miejsce oderwania się kulki od półkuli mierzone kątem α , jaki tworzy promień wywiedziony z centrum półkuli w kierunku środka kulki, z płaszczyzną stołu.

Zadanie 2 (Jojo)

Na obu końcach, poziomego, jednorodnego, masywnego walca o promieniu R przymocowano nieważkie krążki o promieniu $r < R$ tak, że ich osie pokrywają się z osią walca. Na każdy z krążków nawinięto nieważką nić w taki sposób, że obie nici mogą się swobodnie odwijać, gdy walec został na nich zawieszony w polu siły ciężkości o natężeniu g . Znaleźć przyspieszenie z jakim zawieszony walec opuszcza się w trakcie odwijania nici. Znaleźć prędkość kątową do jakiej rozpędzi się nieruchomy początkowo walec opuszczając się z wysokości H oraz prędkość środka masy, jaką wtedy uzyska. Jak zmaksymalizować tę prędkość kątową i jak zachowa się przy tym prędkość liniowa środka masy?

Zadanie 3

Klocek o masie m przywiązany jest do wiotkiej, nierozciągłej i nieważkiej nici, którą przewieszono przez krążek zamocowanego pod sufitem bloczka o masie M , promieniu R , a dalej przeciągnięto pod drugim, ale niezamocowanym bloczkiem o masie M i promieniu R , i dalej nić poprowadzono w górę i przyczepiono do sufitu. Oba bloczki są jednorodnymi walcami mogącymi się swobodnie obracać wokół swych poziomych osi symetrii, zaś względna pozycja zaczepień jest taka, że wszystkie odcinki nici pomiędzy elementami układu zachowują kierunek pionowy. Układ znajduje się w jednorodnym polu siły ciężkości o natężeniu g . Policzyć przyspieszenia z jakimi poruszają się środki masy klocka i niezamocowanego bloczka oraz określić, w którą stronę (zależnie od proporcji ich mas) następuje ten ruch, jeśli układ początkowo spoczywał.

Zadanie 4

Klocek o masie m_1 leży na stole i jest przywiązany giętką, nierozciągłą nitką do drugiego klocka o masie m_2 . Nitkę przewieszono przez bloczek zamocowany u krawędzi stołu tak, że drugi klocek wisi obok stołu na nitce. Krążek ma postać pełnego jednorodnego walca o masie M i promieniu R i może się bez tarcia obracać wokół swej poziomej osi. Odcinki nitki łączące elementy układu są prostopadłe do osi krążka, przy czym pierwszy odcinek jest poziomy, a drugi pionowy. Początkowo nieruchome bloczki zaczęły się poruszać. Policzyć przyspieszenie z jakim klocek na stole będzie się poruszał w stronę krawędzi stołu, jeśli współczynnik tarcia ma wartość μ , a natężenie pola siły ciężkości ma wartość g .

Zadanie 5

Karuzela z krzeselkami ma masę 50 kg, przy czym krzeselka znajdują się na poziomym okręgu o promieniu 1 m, a karuzela (wraz z krzeselkami) ma moment bezwładności taki jak jednorodny krążek o tej samej masie i może wirować jedynie wokół osi pionowej przechodzącej przez środek tego okręgu. Karuzelę rozkręcono tak, że zaczęła ona wykonywać jeden obrót na sekundę, po czym na jedno z krzesłek zrzuciono pionowo worek z piaskiem o masie 20 kg. Policzyć ile obrotów na sekundę wykonuje karuzela po zrzuceniu worka.

Zadanie 6

Jaką wartość powinien mieć współczynnik tarcia statycznego μ_s pełnego, jednorodnego walca o równię nachyloną pod kątem α , aby mógł on staczać się z niej bez poślizgu?

Zadanie 7

Policzyć moment bezwładności jednorodnej obręczy o masie m , promieniu R , względem osi przechodzącej przez środek masy

- wzdłuż osi symetrii obrotowej
- prostopadle do osi symetrii

Zadanie 8

Policzyć momenty bezwładności układu złożonego z trzech punktów o masie m każdy umieszczonych w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a , względem osi symetrii odbiciowej trójkąta oraz względem osi prostopadłej do płaszczyzny trójkąta, przechodzącej przez jego środek.

Zadanie 9

Policzyć momenty bezwładności jednorodnego pręta o masie m i długości a , względem jego osi oraz względem osi prostopadłej do pręta, przechodzącej przez jego środek.

Zadanie 10 (nieobowiązkowe dla kierunków fizyka medyczna i neuroinformatyka)

Bryła sztywna składa się z czterech punktów, z których każdy ma masę m , umieszczonych w rogach kwadratu o boku $2b$, w następujących pozycjach: $(b, b, 0)$, $(-b, b, 0)$, $(b, -b, 0)$, $(-b, -b, 0)$. Policzyć momenty bezwładności I_x , I_y , I_z bryły względem osi e_x , e_y , e_z oraz policzyć moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, pokazując, że można go zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$.

Zadanie 11 (nieobowiązkowe dla kierunków fizyka medyczna i neuroinformatyka)

- Bryła sztywna składa się z dwóch punktów o masie m każdy, które są zakotwiczone tak, że ich odległości od punktu \mathbf{P} nie zmieniają się. W układzie związanym z bryłą pozycje punktów materialnych mają postać $(R/2^{1/2}, R/2^{1/2}, 0)$ oraz $(-R/2^{1/2}, -R/2^{1/2}, 0)$. Policzyć momenty bezwładności I_x , I_y , I_z bryły względem osi e_x , e_y , e_z oraz policzyć moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, pokazując, że nie można go zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$.
- Przy innym wyborze kierunków osi układu współrzędnych związanych z bryłą, te same dwa punkty mają położenia $(R, 0, 0)$ oraz $(-R, 0, 0)$. Policzyć momenty bezwładności I_x , I_y , I_z bryły względem nowych osi e_x , e_y , e_z oraz policzyć moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, pokazując, że można go zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$, czyli w formie diagonalnej.

Zadanie 12 (nieobowiązkowe dla kierunków fizyka medyczna i neuroinformatyka)

- Bryła sztywna składa się z dwóch punktów o masie m , które są zakotwiczone tak, że ich odległości od punktu \mathbf{P} nie zmieniają się. W układzie związanym z bryłą pozycje punktów materialnych mają postać $(R, 0, 0)$ oraz $(0, R, 0)$. Policzyć momenty bezwładności I_x , I_y , I_z bryły względem osi e_x , e_y , e_z oraz policzyć moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, pokazując, że nie można go zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$.
- Przy innym wyborze kierunków osi układu współrzędnych związanych z bryłą, te same dwa punkty mają położenia $(R/2^{1/2}, R/2^{1/2}, 0)$ oraz $(-R/2^{1/2}, R/2^{1/2}, 0)$. Policzyć momenty bezwładności I_x , I_y , I_z bryły względem nowych osi e_x , e_y , e_z oraz policzyć moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, pokazując, że można go zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$, czyli w formie diagonalnej.