

Fizyka I (mechanika), rok akademicki 2010/2011
Seria XII, zadania domowe

Zadanie 1.

Policz momenty bezwładności układu złożonego z trzech punktów o masie m każdy umieszczonych w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku a , względem osi symetrii odbiciowej trójkąta oraz względem osi prostopadłej do płaszczyzny trójkąta, przechodzącej przez jego środek.

Zadanie 2.

Wyznacz moment bezwładności cienkiego pręta o masie m i długości l względem:

- a) osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez koniec pręta.
- b) osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek masy.

Zadanie 3.

Policz moment bezwładności jednorodnego krążka o masie m , promieniu R , względem osi przechodzącej przez środek masy

- a) wzdłuż osi symetrii obrotowej
- b) prostopadle do osi symetrii

Zadanie 4.

Bryła sztywna składa się z jednego punktu o masie m , który jest zakotwiczony w punkcie \mathbf{P} , tzn. jego odległość od punktu \mathbf{P} nie może się zmieniać i wynosi R . Zaczepiając układ współrzędnych w punkcie \mathbf{P} i kierując oś z w stronę punktu materialnego (układ związany z bryłą), punkt materialny ma w nim pozycję $(0, 0, R)$.

a) Policz momenty bezwładności I_x, I_y, I_z bryły (czyli punktu) względem osi $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ oraz pokaż, że moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ można zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z) = [\mathbf{I}] \boldsymbol{\omega}$.

b) Policz jak wygląda postać momentu pędu odpowiadającego częstości $\boldsymbol{\omega}$ w sytuacji dowolnie innego skierowania osi układu współrzędnych, czyli gdy położenie punktu materialnego w układzie bryły ma postać $(R \sin\theta \cos\varphi, R \sin\theta \sin\varphi, R \cos\theta)$. Zapisz tę postać w formie iloczynu macierzy $[\mathbf{I}]$ oraz wektora $\boldsymbol{\omega}$.

c) Kiedy postać ta jest diagonalna, czyli analogiczna do przypadku a).

Zadanie 5.

Napisz równania ruchu dla układu przedstawionego na rysunku, uwzględniając siłę tarcia działającą na masę m_2 (współczynnik tarcia kinetycznego wynosi μ), oraz moment bezwładności I bloczka, który ma promień R . Łączące linki są nieważkie i nierozciągliwe. Znajdź przyspieszenia mas.

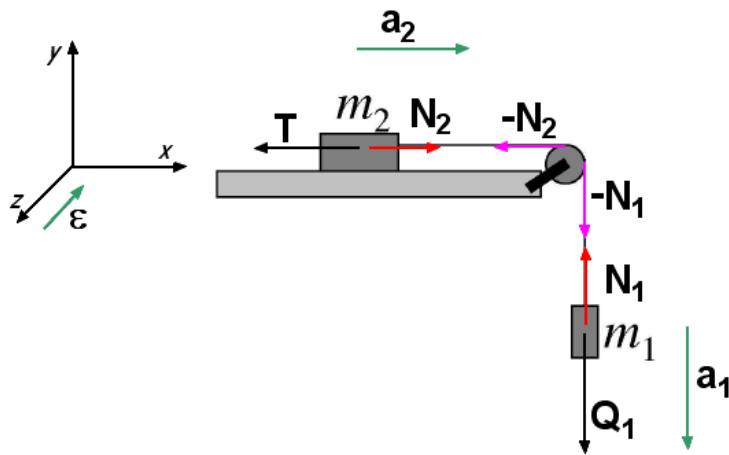


KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt *Fizyka wobec wyzwań XXI w.* współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki



Zadanie 6 (Jojo)

Na obu końcach, poziomego, jednorodnego, masywnego walca o promieniu R przymocowano nieważkie krążki o promieniu $r < R$ tak, że ich osie pokrywają się z osią walca. Na każdy z krążków nawinięto nieważką nici w taki sposób, że obie nici mogą się swobodnie odwijać, gdy walec został na nich zawieszony w polu siły ciężkości o natężeniu g . Znaleźć przyspieszenie z jakim zawieszony walec opuszcza się w trakcie odwijania nici. Znaleźć prędkość kątową do jakiej rozpędzi się nieruchomo początkowo walec opuszczając się z wysokości H oraz prędkość środka masy, jaką wtedy uzyska.

Zadanie 7

Klocek o masie m_1 przywiązany jest do wiotkiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici, którą przewieszono przez krążki dwóch zamocowanych pod sufitem bloczków, z których każdy ma masę M i promień R , a do drugiego końca nici przymocowano drugi klocek o masie m_2 . Oba bloczki są jednorodnymi walcami mogącymi się swobodnie obracać wokół swych poziomych osi symetrii, a każdy z nich ma zatem moment bezwładności $I = 0.5 \cdot M \cdot R^2$. Układ znajduje się w jednorodnym polu siły ciężkości o natężeniu g . Policzyc przyspieszenie a z jakim poruszają się klocki, znaleźć jego wartość liczbową, gdy $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $M = 1$ kg, $g = 10 \text{ m/s}^2$ oraz określić w którą stronę w takim przypadku następuje ten ruch, jeśli układ początkowo spoczywał.

Zadanie 8.

Jednorodny krążek o masie M leży płasko na gładkiej poziomej płaszczyźnie, po której może się poruszać bez tarcia. Na brzegu krążka zamocowana jest punktowa masa m . Punktowy pocisk o masie m nadlatuje z prędkością V styczną do obwodu krążka i zatrzymuje się tuż pod jego powierzchnią (patrz rysunek). Oblicz:

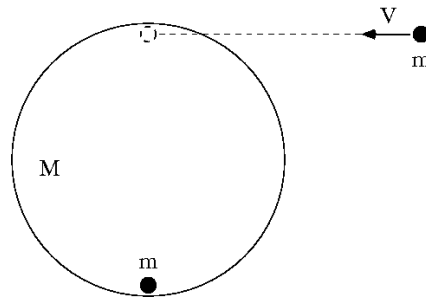
- z jaką prędkością liniową i jaką prędkością kątową zaczną poruszać się krążek po zderzeniu?
- jaka część energii kinetycznej pocisku zamienia się na energię kinetyczną ruchu postępowego krążka, a jaka obrotowego?



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





Zadanie 9.

Płaski krążek o masie m i promieniu R zawieszony jest na stałej osi prostopadłej do jego powierzchni w jednorodnym polu grawitacyjnym. Jak będzie zależała częstość drgań własnych Ω tego krążka od odległości zawieszenia od środka jego masy? W jakim punkcie należy zawiesić wahadło, aby częstość drgań własnych krążka była największa? Jaka jest długość zredukowana tego wahadła?



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt *Fizyka wobec wyzwań XXI w.* współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki