

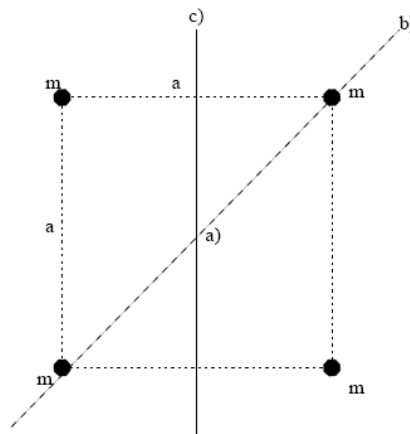
**Fizyka I (mechanika), rok akademicki 2011/2012**  
**Seria VII (2 tygodnie)**

**Zadania wstępne**

**Zadanie 1.**

Cztery punkty materialne o masie  $m$  każdy znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku  $a$ . Wyznacz położenie środka masy tego układu. Wyznacz jego momenty bezwładności względem osi przechodzących przez środek masy układu i

- a) prostopadłej do płaszczyzny układu,
- b) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez dwa wierzchołki,
- c) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez środki boków kwadratu.



**Zadanie 2.**

Na krześle obrotowym siedzi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach odważniki o masach 10 kg każdy. Odległość od każdego odważnika do osi obrotu ławki wynosi  $l_1=75$  cm. Krzesło obraca się z częstotliwością 1 Hz. Jak zmieni się prędkość kątową krzesła, jeśli człowiek zegnije ręce tak, aby odległość każdego odważnika do osi obrotu zmniejszyła się do 20 cm? Moment bezwładności człowieka i krzesła względem osi obrotu jest równy  $I_0=2.5$  kg·m<sup>2</sup>.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



**Projekt *Fizyka wobec wyzwań XXI w.* współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki**

## Zadania na ćwiczenia

### Zadanie 1 (Fizyka i FMiNI)

Wyznacz moment bezwładności cienkiego pręta o masie  $m$  i długości  $l$  względem:

- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez koniec pręta;
- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek masy.

### Zadanie 2 (Fizyka i FMiNI)

Oblicz moment bezwładności jednorodnego walca o masie  $M$  i promieniu podstawy  $R$  względem osi symetrii obrotowej.

### Zadanie 3 (Fizyka i FMiNI)

Wyznacz moment bezwładności grubej, jednorodnej rury o masie  $m$ , promieniu wewnętrznym  $r$  i promieniu zewnętrznym  $R$  względem osi symetrii obrotowej.

### Zadanie 4 (Fizyka)

Bryła sztywna składa się z jednego punktu o masie  $m$ , który jest zakotwiczony w punkcie  $\mathbf{P}$ , tzn. jego odległość od punktu  $\mathbf{P}$  nie może się zmieniać i wynosi  $R$ . Zaczepiając układ współrzędnych w punkcie  $\mathbf{P}$  i kierując oś  $z$  w stronę punktu materialnego (układ związany z bryłą), punkt materialny ma w nim pozycję  $(0, 0, R)$ .

a) Policz momenty bezwładności  $I_x, I_y, I_z$  bryły (czyli punktu) względem osi  $e_x, e_y, e_z$  oraz pokaż, że moment pędu  $\mathbf{J}$  odpowiadający wirowaniu z częstością  $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  można zapisać jako  $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z) = [\mathbf{I}] \boldsymbol{\omega}$ .

b) Policz jak wygląda postać momentu pędu odpowiadającego częstości  $\boldsymbol{\omega}$  w sytuacji dowolnie innego skierowania osi układu współrzędnych, czyli gdy położenie punktu materialnego w układzie bryły ma postać  $(R \sin\theta \cos\varphi, R \sin\theta \sin\varphi, R \cos\theta)$ . Zapisz tę postać w formie iloczynu macierzy  $[\mathbf{I}]$  oraz wektora  $\boldsymbol{\omega}$ .

c) Kiedy postać ta jest diagonalna, czyli analogiczna do przypadku a)?

### Zadanie 5 (Fizyka i FMiNI)

Karuzela o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  spoczywa. Do karuzeli podbiega dziecko o masie  $m$  i wskakuje na nią. Prędkość dziecka przed wskoczeniem wynosi  $v$  i jest styczna do obwodu karuzeli. Oblicz prędkość obrotową z jaką będzie się obracać karuzela po wskoczeniu na nią dziecka.

### Zadanie 6 (Fizyka i FMiNI)

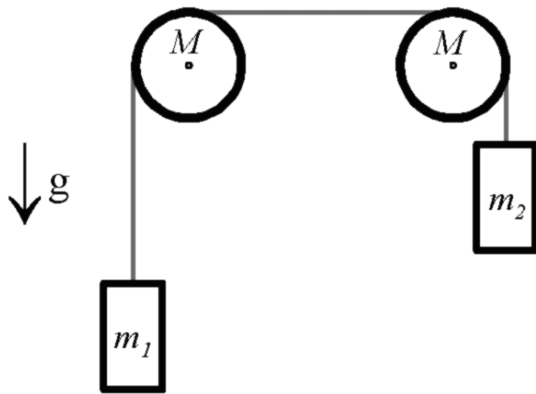
Klocek o masie  $m_1$  przywiązany jest do wiotkiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici, którą przewieszono przez krawężki dwóch zamocowanych pod sufitem bloczków, z których każdy ma masę  $M$  i promień  $R$ , a do drugiego końca nici przymocowano drugi klocek o masie  $m_2$ . Oba bloczki są jednorodnymi walcami mogącymi się swobodnie obracać wokół swych poziomych osi symetrii, a każdy z nich ma zatem moment bezwładności  $I = 0.5 \cdot M \cdot R^2$ . Układ znajduje się w jednorodnym polu siły ciężkości o natężeniu  $g$ . Policz przyspieszenie  $a$  z jakim poruszają się klocki, znaleźć jego wartość liczbową, gdy  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg,  $M = 1$  kg,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> oraz określić w którą stronę w takim przypadku następuje ten ruch, jeśli układ początkowo spoczywał.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

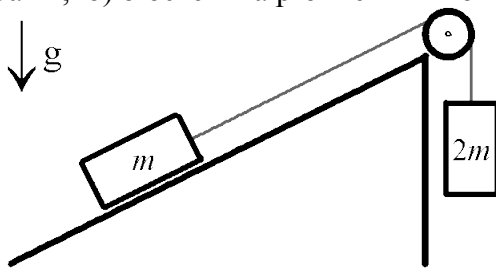
UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY





### Zadanie 7 (Fizyka i FMiNI)

Na równi o kącie nachylenia  $\alpha$ , znajduje się klocek o masie  $m$ , którego współczynnik tarcia poślizgowego o równię wynosi  $\mu$ . Do klocka jest przymocowana linka, którą przewieszono przez mogący się obracać bez tarcia bloczek u szczytu równi, zaś na drugim końcu linki zawieszono drugi klocek o masie  $2m$ . Początkowo nieruchome klocki spontanicznie zaczęły się poruszać tak, że klocek na równi jest podciągany do góry. Określ jakie są naprężenia liny oraz z jakim przyspieszeniem porusza się każdy z klocków w przypadku gdy a) klocek jest nieważki; b) klocek ma promień  $R$  i moment bezwładności  $I$ .

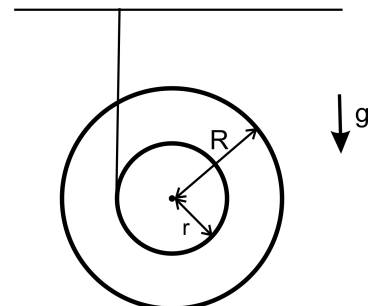


### Zadanie 8 (Fizyka i FMiNI)

Z równi pochyłej stacza się bez poślizgu jednorodny walec o masie  $m$ . Znajdź przyspieszenie krążka, jeżeli kąt nachylenia równi do poziomu wynosi  $\alpha$ . Zadanie rozwiąż dwiema drogami: za pomocą bilansu sił i ich momentów oraz poprzez bilans energii. Uzyskaj wyniki liczbowe dla  $\alpha = \pi/6$  i  $m = 500\text{g}$ .

### Zadanie 9 (Fizyka)

Na szpulkę złożoną z dwóch krążków o promieniu  $R$  i masie  $M$  oraz mniejszego krążka o promieniu  $r$  i masie  $m$  nawinięto nieważką i nieskończenie cienką nitkę. Wolny koniec nitki jest zamocowany do sufitu. Puszczamy szpulkę w polu ciężkości Ziemi. Znajdź przyspieszenie środka ciężkości szpulki. Jaką



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



**Projekt Fizyka wobec wyzwań XXI w. współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki**

prędkość kątową będzie miała szpulka w chwili gdy jej środek ciężkości opuści się na odległość  $H$ ?

### Zadanie 10 (Fizyka i FMiNI)

Ciężka szpulka z nawiniętą nicią, do której przyłożono siłę  $F$  leży na stole. W którą stronę i z jakim przyspieszeniem liniowym będzie poruszać się środek szpuli w zależności od kąta między kierunkiem działania siły a stołem. Masa szpuli wynosi  $m$ , zewnętrzny i wewnętrzny promień odpowiednio  $R$  i  $r$ , moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek  $I_0$ .

### Zadanie 11 (Fizyka i FMiNI)

Obręcz o masie  $m$  i promieniu  $R$  zawieszona jest na stałej osi prostopadłej do jej powierzchni, zaczepionej na jej obwodzie w jednorodnym polu grawitacyjnym. Znajdź częstość wahań obręczy zakładając, że amplituda tych wahań jest mała  $\alpha \ll 1$ . Wyznacz długość zredukowaną takiego wahadła. Moment bezwładności obręczy względem osi obrotu przechodzącej przez jej środek wynosi  $mR^2$ .

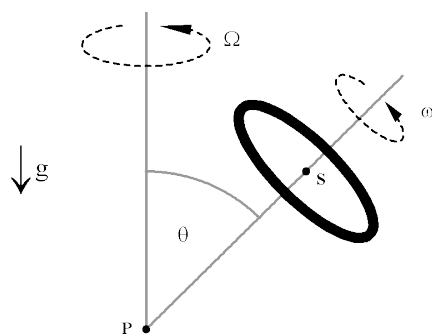
### Zadanie 12 (Fizyka)

Jednorodnemu walcowi o promieniu  $r$  i masie  $m$  nadano początkową prędkość kątową  $\omega_0$  i opuszczono na płaską poziomą powierzchnię. Kinetyczny współczynnik tarcia między walcem a tą powierzchnią wynosi  $\mu$ . Po jakim czasie  $t$  walec przestanie się ślizgać i zacznie się wyłącznie toczyć? Jaka jest wtedy prędkość  $v$  jego środka masy?

### Zadanie 13 (Fizyka)

Żyroskop ma postać osiowosymetrycznej bryły sztywnej zamocowanej w punkcie  $P$ , leżącym na osi symetrii w odległości  $L$  od środka masy bryły  $S$  w ten sposób, że bryła może wirować wokół swojej osi, a oś może swobodnie zmieniać kierunek w przestrzeni, przy czym odległość środka masy bryły od punktu zaczepienia nie zmienia się. Moment bezwładności tak zamocowanej bryły względem jej osi symetrii wynosi  $I_C$ , zaś momenty względem osi prostopadłych do osi symetrii i przechodzących przez punkt zaczepienia wynoszą  $I_A$ .

Szczególne rozwiązanie równań ruchu (*precesja regularna*) ma postać taką, że bryła szybko wiruje wokół osi symetrii, a oś wykonuje relatywnie powolny, jednostajny obrót wokół pionu, zachowując przy tym stały kąt odchylenia od pionu. Znaleźć częstość  $\Omega$  precesyjnego ruchu osi, jeśli częstość wirowania wokół osi ma wartość  $\omega$ , odchylenie osi od pionu wynosi  $\theta$ , pole ma natężenie  $g$ , a masa bryły wynosi  $m$ . Jaka jest częstość precesji w granicy szybkiego wirowania bryły  $\omega \gg \Omega$ ?



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY

