

Zadania domowe seria VIII rok 2011/2012

Przygotował: Jacek Ciborowski

1. Dane są dwa zegary, A i B , identycznie odmierzające czas tzn. jednostki czasu (sekundy) na obu zegarach trwają tyle samo. Zegary można resetować, tzn. ustawiać na zero, przy pomocy sygnału świetlnego. Niech będzie dany układ współrzędnych, w którym zegar A umieszczony jest w punkcie $x = 0$ a zegar B w punkcie $x = L$. Pomiedzy nimi, pośrodku, w punkcie O , ustawiono laser z systemem zwierciadeł emitujący w przeciwnych kierunkach dwie wiązki światła, docierające do obu zegarów. W pewnej chwili zegary zsynchronizowano w taki sposób, że wysłano jednocześnie do obu wiązki światła, które po dotarciu do zegarów, spowodowały ustawienie ich wskazań na zero. Przypuśćmy, że prędkość światła zależy od kierunku jego rozchodzenia się to znaczy, że światło rozchodzi się z różnymi prędkościami w kierunku dodatnim i ujemnym osi X . Oznaczmy te prędkości odpowiednio c_+ i c_- (są one oczywiście nieznane). Pokaż, że przy powyższej metodzie synchronizacji pomiar prędkości światła między punktami A i B metodą czasu przelotu - jak by się wydawało, w jednym kierunku - daje w rzeczywistości średnią wartość prędkości światła w obu kierunkach, czyli że pomiar prędkości światła w jedną stronę, c_+ lub c_- , jest niemożliwy.
2. Kiedyś po moim referacie na temat hipotezy istnienia cząstek ponadświetlnych, pewien fizyk (który przedstawił się jako relatywista) stwierdził, że oczywiście można bardzo prosto w sposób absolutny zsynchronizować zegary oddalone od siebie lecz pozostające w spoczynku względem siebie. Jako przykład podał następującą procedurę. Bierzymy walec o długości odpowiadającej odległości między zegarami i zaczynamy go obracać w jakiś sposób odpowiadający "chodzeniu" pierwszego zegara (np. jeden obrót na jednostkę czasu). Tym samym drugi będzie zsynchronizowany z pierwszym ponieważ z kąta obrotu walca odczyta się czas tego pierwszego. Wykaż oczywisty fałsz takiej konstrukcji.
3. Składanie transformacji Lorentza.
Oto jak łatwo i zgrabnie można pokazać składanie transformacji Lorentza. Trzeba jednak znać funkcje hiperboliczne.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt Fizyka wobec wyzwań XXI wieku współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

W ogólności pokażemy, że transformacje Lorentza tworzą grupę. Wprowadzamy bardzo pomocną zmienną θ , zdefiniowaną następująco:

$$\exp(\theta) = \gamma(1 + \beta) = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

i można łatwo pokazać, że:

$$\exp(-\theta) = \gamma(1 - \beta) = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}.$$

Dodając lub odejmując stronami powyższe równania otrzymujemy:

$$\gamma = \cosh \theta \quad \beta\gamma = \sinh \theta.$$

Zachodzi ponadto: $\beta = \tanh \theta$ lub $\theta = \operatorname{ar} \tanh \beta$. Pokaż, jak można zapisać transformację Lorentza przy pomocy macierzy, której elementami są funkcje hiperboliczne, pokaż, że transformacje te tworzą grupę i wyprowadź wzór na składanie prędkości.

4. Porównaj transformację obrotu, R , i transformację Lorentza, Λ . Wyprowadź wyrażenia na niezmienniki tych transformacji.