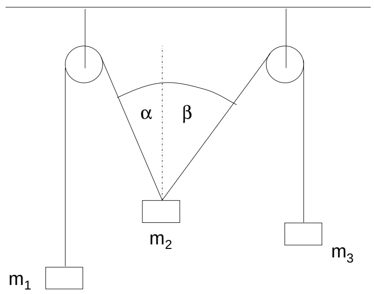
Fizyka I (mechanika), rok akad. 2011/2012
Zadania z kolokwium I

Zadanie 1 (zadanie domowe, seria II)

Masy m_1, m_2 i m_3, połączone linkami zawieszone są na 2 bloczkach jak na rysunku. Jakie muszą być spełnione warunki, aby możliwe było osiągnięcie stanu równowagi? Jakie będą kąty α i β pomiędzy linkami i pionem w sytuacji, kiedy układ będzie w równowadze?



Rozwiązanie:
W równowadze wypadkowe siły działające na każdą z 3 mas muszą znikać. Stąd wniosek, że siła naciągu lewej nici musi wynosić $N_1 = m_1 g$, zaś prawej $N_3 = m_3 g$. Równowaga masy środkowej wymaga znikania zarówno poziomej jak i pionowej składowej siły wypadkowej:

$$m_1 g \sin\alpha = m_3 g \sin\beta \qquad (1)$$

$$m_1 g \cos\alpha + m_3 g \cos\beta = m_2 g \qquad (2)$$

Upraszczając oba równania przez g i podnosząc (1) do kwadratu otrzymujemy:

$$m_1^2 \cos^2\alpha - m_3^2 \cos^2\beta = m_1^2 - m_3^2 \qquad (3)$$

$$m_1 \cos\alpha + m_3 \cos\beta = m_2 \qquad (4)$$

Lewa strona równania (3) jest różnicą kwadratów 2 wyrażeń, wobec tego równanie to można zapisać jako:

$$(m_1 \cos\alpha - m_3 \cos\beta)(m_1 \cos\alpha + m_3 \cos\beta) = (m_1 \cos\alpha - m_3 \cos\beta)\cdot m_2 = m_1^2 - m_3^2$$

Stąd łatwo już doprowadzić do rozwiązania:

$$\cos\alpha = \frac{m_2^2 + m_1^2 - m_3^2}{2 m_2 m_1} \qquad \cos\beta = \frac{m_2^2 - m_1^2 + m_3^2}{2 m_2 m_3} \qquad (5)$$

Pierwszy warunek umożliwiający wystąpienie równowagi wynika z równania (4). Ponieważ oba cosinusy muszą być nie większe od 1 (i nieujemne), to:

$$m_1 + m_3 \geq m_2 \qquad (6)$$

Poza tym, skoro oba cosinusy nie mogą być ujemne, to z (5) wynika, że żadna z mas m_1 i m_3 nie może być zbyt duża:

$$\begin{aligned} m_1^2 &\leq m_2^2 + m_3^2 \\ m_3^2 &\leq m_2^2 + m_1^2 \end{aligned} \qquad (7)$$

Maksymalna wartość masy m_2 może być równa $m_1 + m_3$. Łatwo pokazać, że wtedy $\cos\alpha = 1$ i $\cos\beta = 1$, a więc $\alpha = 0$ i $\beta = 0$. Z kolei nie ma ograniczenia od dołu na masę m_2. Wtedy jednak, dla $m_2 \to 0$ związki (7) prowadzą do $m_1 = m_3$.

Zadanie 2a

W polu grawitacyjnym o przyspieszeniu g wystrzelono z działa pod kątem α pocisk z prędkością początkową v_0. Po jakim czasie należy wystrzelić drugi pocisk w tych samych warunkach aby w pewnej chwili znalazły się jednocześnie na tej samej wysokości h (mniejszej niż wysokość maksymalna)? Jaka będzie wtedy odległość miedzy pociskami? Wykonaj obliczenia dla $\alpha=30^o$, $v_0=1000$m/s, h=8km.

Zadanie 2b

W polu grawitacyjnym o przyspieszeniu g wystrzelono z działa pod kątem α pocisk z prędkością początkową v_0. Po jakim czasie należy wystrzelić drugi pocisk w tych samych warunkach aby w pewnej chwili znalazły się jednocześnie na tej samej wysokości h (mniejszej niż wysokość maksymalna)? Jaka będzie wtedy odległość miedzy pociskami? Wykonaj obliczenia dla $\alpha=60^o$, $v_0=600$m/s, h=9km.

Rozwiązanie

Niech oś y będzie skierowana ku górze, mamy wówczas: $y(t)=v_0t-\frac{gt^2}{2}$

Równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania. Z żądania $y(t_1) = h$ wyznaczamy czas po jakim pierwszy pocisk znajdzie się na wysokości *h* - pierwszy raz wznosząc się (znak minus), drugi raz opadając (znak plus):

$t_1=\frac{1}{g}\left(v_0\sin\alpha\pm\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha-2gh}\right)$, Czas po jakim należy wystrzelić drugi pocisk to różnica czasów z plusem i minusem: $\Delta t=\frac{2}{g}\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha-2gh}$, a wartości liczbowe:

A: $\Delta t=\frac{2}{10}\sqrt{10^4\frac{100}{4}-20\cdot 8000}\ [s]=0{,}2\sqrt{25\cdot 10^4-16\cdot 10^4}\ [s]=0{,}2\cdot 300s=60s$

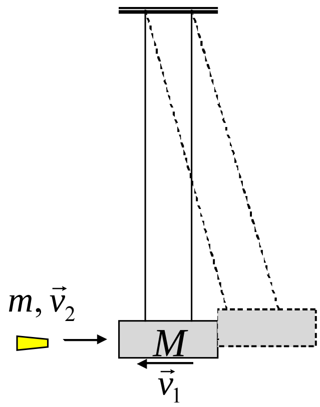
$\Delta x=v_0\cos\alpha\cdot\Delta t=10^3\cdot\sqrt{3}/2\cdot 60=52km$

B: $\Delta t=\frac{2}{10}\sqrt{10^4\frac{36\cdot 3}{4}-20\cdot 9000}\ [s]=0{,}2\sqrt{27\cdot 10^4-18\cdot 10^4}\ [s]=0{,}2\cdot 300s=60s$

$\Delta x=v_0\cos\alpha\cdot\Delta t=600\cdot 1/2\cdot 60=18km$

Zadanie 3 AB (FMiNI)

Wahadło balistyczne to drewniany klocek o masie M zawieszony na nieważkiej nici w ziemskim polu grawitacyjnym. Wahadło wychylono o pewien kąt a następnie puszczono. W chwili, gdy klocek znajdował się w położeniu minimum, w zaniedbywalnie krótkim czasie wbił się w niego pocisk o masie m, nadlatując z przeciwnego kierunku (zwroty prędkości klocka i pocisku były przeciwne). Ile razy większa była prędkość pocisku v_1 w stosunku do prędkości klocka v_2 w położeniu minimum, skoro całość powróciła do wyjściowego wychylenia? Wartości liczbowe: $m = 4$g, M=498g.
3B: $m = 2$g, M=399g.



Rozwiązanie:

Oznaczmy prędkość klocka w położeniu minimum przez v_1. Dygresja: oczywiście $v_1 =$ 2gh, gdzie h jest wysokością względem położenia minimum, na jaka podniósł sie klocek wskutek wychylenia ale to nie jest potrzebne do rozwiązania. Niech v_2 oznacza prędkość pocisku w chwili zderzenia a v_3 – prędkość całości po tym zderzeniu. Prawo zachowania pędu w przypadku zderzenia zachodzącego w punkcie minimum ma wiec postać:

$$mv_2 - Mv_1 = (m + M)v_3 ,$$

Skoro zadamy aby całość wróciła do położenia wyjściowego wahadła, czyli podniosła sie (na nici) na tę samą wysokość, to musi zachodzić: $v_3 = v_1$ i stad otrzymujemy wynik:

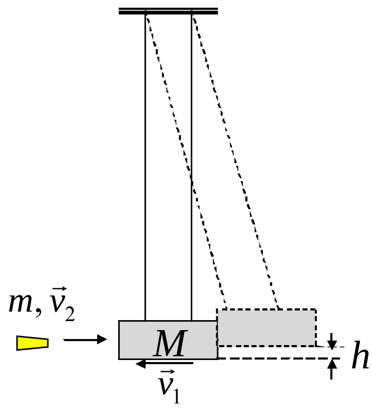
$$mv_2 - Mv_1 = (m + M)v_1$$

co daje $v_2 = \frac{2M + m}{m} v_1$ i odpowiednio wartości liczbowe:

A: $v_2 = \frac{1000\ v_1}{4} = 250 v_1$ i B: $v_2 = \frac{800}{2} v_1 = 400 v_1$

Zadanie 3 B (Fizyka)

Wahadło balistyczne to drewniany klocek o masie M zawieszony na nieważkiej nici w ziemskim polu grawitacyjnym. Wahadło wychylono o pewien kąt odpowiadający wzniesieniu się klocka na wysokość h względem położenia minimum, a następnie puszczono. W chwili, gdy klocek znajdował się w położeniu minimum, w zaniedbywalnie krótkim czasie wbił się w niego pocisk, nadlatując z przeciwnego kierunku (zwroty prędkości klocka i pocisku były przeciwne).
Stosunek masy klocka do masy pocisku wynosi γ. Ile wynosiła prędkość pocisku v_2, skoro całość wzniosła się na wysokość h_1? Wartości liczbowe: $h = 10$ cm, $h_1 = 20$cm, $\gamma = 5$, $g \approx 10\text{m/s}^2$.



Rozwiązanie Zad. 3A i 3B:

Oznaczmy prędkość klocka w położeniu minimum przez v_1. Oczywiście $v_1 =$ $2gh$, gdzie h jest wysokością względem położenia minimum, na jaka podniósł sie klocek wskutek wychylenia ale to nie jest potrzebne do rozwiązania. Niech v_2 oznacza prędkość pocisku w chwili zderzenia a v_3 – prędkość całości po tym zderzeniu. Prawo zachowania pędu w przypadku zderzenia zachodzącego w punkcie minimum ma wiec postać:

$$mv_2 - Mv_1 = (m+M)v_3,$$

Oczywiście $v_3 = \sqrt{2gh_1}$, więc

Skoro zadamy aby całość wróciła do położenia wyjściowego wahadła, czyli podniosła sie (na nici) na tę samą wysokość, to musi zachodzić: $v_3 = v_1$ i stad otrzymujemy wynik:

$mv_2 - M\sqrt{2gh} = (m+M)\sqrt{2gh_1}$, skąd otrzymujemy wynik

$mv_2 = M\sqrt{2gh} + (m+M)\sqrt{2gh_1}$, co daje wartości liczbowe $\rightarrow$

A: $v_2 = 5\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3{,}2/100} + 6\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5/100} = 5\sqrt{0{,}64} + 6\sqrt{1} = 10m/s$

B: $v_2 = 5\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20/100} + 6\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 45/100} = 5\sqrt{4} + 6\sqrt{9} = 28m/s$

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2011/2012)
Kolokwium 14.11.2011
Pytania testowe (A)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. Jaka jest liczba zarejestrowanych rozpadów potrzebna do wyznaczenia aktywności źródełka promieniotwórczego z błędem statystycznym 10%

   $\boxed{\text{A}}$ 10 $\boxed{\text{B}}$ 100 $\boxed{\text{C}}$ 50 $\boxed{\text{D}}$ 25

2. Samochód startujący ze stałym przyspieszeniem osiąga 25 m/s w ciągu 8 sekund. Jaką drogę pokonuje w tym czasie?

   $\boxed{\text{A}}$ 200 m $\boxed{\text{B}}$ 100 m $\boxed{\text{C}}$ 160 m $\boxed{\text{D}}$ 80 m

3. Jeśli masa ciała poruszającego się pod wpływem siły sprężystości wzrośnie czterokrotnie to okres drgań będzie

   $\boxed{\text{A}}$ cztery razy większe $\boxed{\text{B}}$ dwa razy większy $\boxed{\text{C}}$ nie zmieni się $\boxed{\text{D}}$ dwa razy mniejsze

4. Wahadło matematyczne o długości 1m ma okres drgań około 2s. Jaka jest długość wahadła o okresie 1s

   $\boxed{\text{A}}$ 25 cm $\boxed{\text{B}}$ 50 cm $\boxed{\text{C}}$ 140 cm $\boxed{\text{D}}$ 70 cm

5. Ciało spoczywa na równi nachylonej pod kątem α. Wypadkowa sił działających na ciało jest równa

   $\boxed{\text{A}}$ $Q\cos\alpha$ $\boxed{\text{B}}$ Q $\boxed{\text{C}}$ $Q\sin\alpha$ $\boxed{\text{D}}$ 0 557175

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2011/2012)
Kolokwium 14.11.2010
Pytania testowe (B)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. Jaka jest liczba zarejestrowanych rozpadów potrzebna do wyznaczenia aktywności źródełka promieniotwórczego z błędem statystycznym 20%

   [A] 20 [B] 100 [C] 10 [D] 25

2. Samochód startujący ze stałym przyspieszeniem osiąga 40 m/s w ciągu 8 sekund. Jaką drogę pokonuje w tym czasie?

   [A] 200 m [B] 80 m [C] 160 m [D] 100 m

3. Jeśli masa ciała zwiększy się dwukrotnie to jego przyspieszenie pod działaniem ustalonej siły będzie

   [A] cztery razy większe [B] dwa razy mniejsze [C] takie samo [D] dwa razy większe

4. Wahadło matematyczne o długości 1m ma okres drgań około 2s. Jaka jest długość wahadła o okresie 4s

   [A] 140 cm [B] 2 m [C] 4 m [D] 70 cm

5. Ciało spoczywa na równi nachylonej pod kątem α. Wartość tarcia statycznego wynosi

   [A] $\mu_s Q$ [B] $\mu_s Q \sin\alpha$ [C] $Q \sin\alpha$ [D] $\mu_s Q \cos\alpha$ 672775