

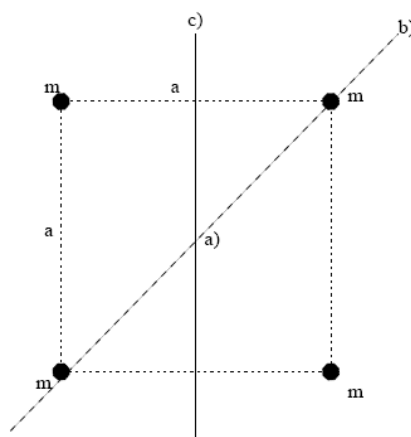
Fizyka I (mechanika), rok akademicki 2012/2013
Seria 7 (2 tygodnie)

Zadania wstępne

Zadanie 1.

Cztery punkty materialne o masie m każdy znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku a . Wyznacz położenie środka masy tego układu. Wyznacz jego momenty bezwładności względem osi przechodzących przez środek masy układu i

- a) prostopadłej do płaszczyzny układu,
- b) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez dwa wierzchołki,
- c) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez środki boków kwadratu.



Zadanie 2.

Na krześle obrotowym siedzi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach odważniki o masach 10 kg każdy. Odległość od każdego odważnika do osi obrotu ławki wynosi $l_1=75\text{ cm}$. Krzesło obraca się z częstotliwością 1 Hz . Jak zmieni się prędkość kątowna krzesła, jeśli człowiek zegnije ręce tak, aby odległość każdego odważnika do osi obrotu zmniejszyła się do 20 cm ? Moment bezwładności człowieka i krzesła względem osi obrotu jest równy $I_0=2.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

Zadania na ćwiczenia

Zadanie 1

Nad powierzchnią wody zawieszono na nitce cienki, jednorodny patyczek o długości l wykonany z drewna o gęstości $\rho_d = \frac{1}{2} \rho_w$, gdzie ρ_w jest gęstością wody. Znajdź kąt odchylenia patyczka od pionu α w funkcji wysokości h punktu zawieszenia nad lustrem wody.

Zadanie 2

Wyznacz moment bezwładności cienkiego pręta o masie m i długości l względem:

- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez koniec pręta;
- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek masy.

Zadanie 3

Oblicz moment bezwładności jednorodnego walca o masie M i promieniu podstawy R względem osi symetrii obrotowej.

Zadanie 4

Wyznacz moment bezwładności grubej, jednorodnej rury o masie m , promieniu wewnętrznym r i promieniu zewnętrznym R względem osi symetrii obrotowej.

Zadanie 5

Bryła sztywna składa się z jednego punktu o masie m , który jest zakotwiczony w punkcie \mathbf{P} , tzn. jego odległość od punktu \mathbf{P} nie może się zmieniać i wynosi R . Zaczepiając układ współrzędnych w punkcie \mathbf{P} i kierując oś z w stronę punktu materialnego (układ związany z bryłą), punkt materialny ma w nim pozycję $(0, 0, R)$.

a) Policzyc momenty bezwładności I_x, I_y, I_z bryły (czyli punktu) względem osi e_x, e_y, e_z oraz pokazać, że moment pędu \mathbf{J} odpowiadający wirowaniu z częstością $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ można zapisać jako $(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z) = [\mathbf{I}] \boldsymbol{\omega}$.

b) Policzyc jak wygląda postać momentu pędu odpowiadającego częstości $\boldsymbol{\omega}$ w sytuacji dowolnie innego skierowania osi układu współrzędnych, czyli gdy położenie punktu materialnego w układzie bryły ma postać $(R \sin\theta \cos\varphi, R \sin\theta \sin\varphi, R \cos\theta)$. Zapisać tę postać w formie iloczynu macierzy $[\mathbf{I}]$ oraz wektora $\boldsymbol{\omega}$.

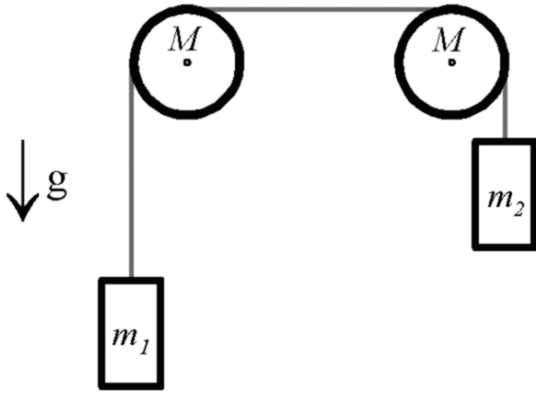
c) Kiedy postać ta jest diagonalna, czyli analogiczna do przypadku a)?

Zadanie 6

Karuzela o momencie bezwładności I i promieniu R spoczywa. Do karuzeli podbiega dziecko o masie m i wskakuje na nią. Prędkość dziecka przed wskoczeniem wynosi v i jest styczna do obwodu karuzeli. Oblicz prędkość obrotową z jaką będzie się obracać karuzela po wskoczeniu na nią dziecka.

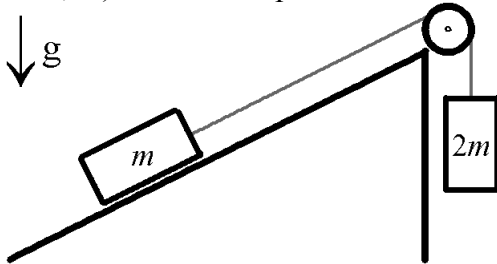
Zadanie 7

Klocek o masie m_1 przywiązany jest do wiotkiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici, którą przewieszono przez kążki dwóch zamocowanych pod sufitem bloczków, z których każdy ma masę M i promień R , a do drugiego końca nici przymocowano drugi klocek o masie m_2 . Oba bloczki są jednorodnymi walcami mogącymi się swobodnie obracać wokół swych poziomych osi symetrii, a każdy z nich ma zatem moment bezwładności $I = 0.5 \cdot M \cdot R^2$. Układ znajduje się w jednorodnym polu siły ciężkości o natężeniu g . Policzyc przyspieszenie a z jakim poruszają się klocki, znaleźć jego wartość liczbową, gdy $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $M = 1$ kg, $g = 10 \text{ m/s}^2$ oraz określić w którą stronę w takim przypadku następuje ten ruch, jeśli układ początkowo spoczywał.



Zadanie 8

Na równi o kącie nachylenia α , znajduje się klocek o masie m , którego współczynnik tarcia poślizgowego o równię wynosi μ . Do klocka jest przymocowana linka, którą przewieszono przez mogący się obracać bez tarcia bloczek u szczytu równi, zaś na drugim końcu linki zawieszono drugi klocek o masie $2m$. Początkowo nieruchome klocki spontanicznie zaczęły się poruszać tak, że klocek na równi jest podciągany do góry. Określ jakie są naprężenia liny oraz z jakim przyspieszeniem porusza się każdy z klocków w przypadku gdy a) klocek jest nieważki; b) klocek ma promień R i moment bezwładności I .

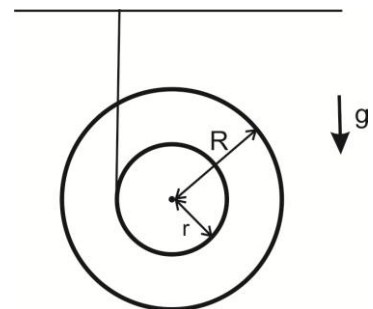


Zadanie 9

Z równi pochyłej stacza się bez poślizgu jednorodny walec o masie m . Znajdź przyspieszenie krążka, jeżeli kąt nachylenia równi do poziomu wynosi α . Zadanie rozwiąż dwiema drogami: za pomocą bilansu sił i ich momentów oraz poprzez bilans energii. Uzyskaj wyniki liczbowe dla $\alpha = \pi/6$ i $m = 500\text{g}$.

Zadanie 10

Na szpulkę złożoną z dwóch krążków o promieniu R i masie M oraz mniejszego krążka o promieniu r i masie m nawinięto nieważką i nieskończenie cienką nitkę. Wolny koniec nitki jest zamocowany do sufitu. Puszczamy szpulkę w polu ciężkości Ziemi. Znajdź przyspieszenie środka ciężkości szpulki. Jaką prędkość kątową będzie miała szpulka w chwili gdy jej środek ciężkości opuści się na odległość H ?



Zadanie 11

Ciężka szpulka z nawiniętą nicią, do której przyłożono siłę F leży na stole. W którą stronę i z jakim przyspieszeniem liniowym będzie poruszał się środek szpulki w zależności od kąta między kierunkiem działania siły a stołem. Masa szpulki wynosi m , zewnętrzny i wewnętrzny promień odpowiednio R i r , moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek I_0 .

Zadanie 12

Obręcz o masie m i promieniu R zawieszona jest na stałej osi prostopadłej do jej powierzchni, zaczepionej na jej obwodzie w jednorodnym polu grawitacyjnym. Znajdź częstość wahań obręczy zakładając, że amplituda tych wahań jest mała $\alpha \ll 1$. Wyznacz długość zredukowaną takiego wahadła. Moment bezwładności obręczy względem osi obrotu przechodzącej przez jej środek wynosi mR^2 .

Zadanie 13

Jednorodnemu walcowi o promieniu r i masie m nadano początkową prędkość kątową ω_0 i opuszczono na płaską poziomą powierzchnię. Kinetyczny współczynnik tarcia między walcem a tą powierzchnią wynosi μ . Po jakim czasie t walec przestanie się ślizgać i zacznie się wyłącznie toczyć? Jaka jest wtedy prędkość v jego środka masy?

Zadanie 14

Żyroskop ma postać osiowosymetrycznej bryły sztywnej zamocowanej w punkcie \mathbf{P} , leżącym na osi symetrii w odległości L od środka masy bryły \mathbf{S} w ten sposób, że bryła może wirować wokół swojej osi, a oś może swobodnie zmieniać kierunek w przestrzeni, przy czym odległość środka masy bryły od punktu zaczepienia nie zmienia się. Moment bezwładności tak zamocowanej bryły względem jej osi symetrii wynosi I_C , zaś momenty względem osi prostopadłych do osi symetrii i przechodzących przez punkt zaczepienia wynoszą I_A .

Szczególne rozwiązanie równań ruchu (*precesja regularna*) ma postać taką, że bryła szybko wiruje wokół osi symetrii, a oś wykonuje relatywnie powolny, jednostajny obrót wokół pionu, zachowując przy tym stały kąt odchylenia od pionu. Znaleźć częstość Ω precesyjnego ruchu osi, jeśli częstość wirowania wokół osi ma wartość ω , odchylenie osi od pionu wynosi θ , pole ma natężenie g , a masa bryły wynosi m . Jaka jest częstość precesji w granicy szybkiego wirowania bryły $\omega \gg \Omega$?

