

Zadania wstępne do serii VIII rok 2012/2013

1. Statek A płynie po morzu z prędkością $v_A = 6$ węzłów w kierunku północnym. Statek B mija go płynąc z prędkością $v_B =$ węzłów na zachód. Jaka jest prędkość statku A względem statku B ? Określ jej wartość i kierunek.

Wikipedia: W przeszłości pomiar prędkości na morzu odbywał się przy pomocy linki lo-gu (wyrzuconej za burtę boi lub kawałka drewna, który pozostaje względnie nieruchomy względem powierzchni wody; drugi koniec linki nawinięty jest na swobodnie dający się rozwijać kołowrotek ustawiony na rufie statku), na której co 47 stóp i 3 cale (= 14.4018 metra) zawiązany był węzeł. Podczas pomiaru prędkości statku jeden marynarz trzymał przesuwaną się między palcami linkę z odwijającego się kołowrotka, a drugi mierzył czas standardową żeglarską klepsydrą (czas przesypywania się piasku w takiej klepsydrze wynosił 28 sekund). Liczba węzłów (n) zliczonych przez marynarza w tym czasie wynosiła $n \cdot 14.4018 \text{ m}/28 \text{ s} - n \cdot 20.25 \text{ cali/s}$ czyli $n \cdot 1.85166 \text{ km/h}$. A zatem z błędem nie większym niż wspomniane 1.85166 km/h przybliżała prędkość statku względem powierzchni wody w milach morskich na godzinę.

2. Dany jest jamnik. Pewną część tułowia tego zwierzęcia można przybliżyć walcem o promieniu R . Pchła biega ze stałą prędkością v naokoło walcowatego tułowia jamnika, zgodnie ruchem wskazówek zegara, patrząc od strony ogona. Jamnik biegnie po chodniku ze stałą prędkością u . Wyznacz wektor prędkości pchły względem chodnika.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt Fizyka wobec wyzwań XXI wieku współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadania seria VIII rok 2012/2013

Przygotował: Jacek Ciborowski

1. Wyprowadź wykres Minkowskiego dla transformacji Galileusza i transformacji Lorentza
2. Dany jest wykres Minkowskiego z odpowiednimi osiami dla układów odniesienia U i U' . Narysuj jakikolwiek punkt na płaszczyźnie - zdarzenie P_1 - i pokaż na wykresie jakie są jego współrzędne czasoprzestrzenne w obu układach odniesienia. Narysuj inne zdarzenie, P_2 . Wyjaśnij, co to jest interwał czasoprzestrzenny w geometrii Minkowskiego. Czy odcinek $P_1 - P_2$ na rysunku obrazuje ten interwał?
3. **Pomiar prędkości światła w jedną stronę** Dane są dwa zegary, A i B , identycznie odmierzające czas tzn. jednostki czasu (sekundy) na obu zegarach trwają tyle samo. Zegary można resetować, tzn. ustawiać wskazania czasu na zero, przy pomocy sygnału świetlnego. Niech będzie dany układ współrzędnych, w którym zegar A umieszczony jest w punkcie $x = 0$ a zegar B w punkcie $x = L$. Po między nimi, pośrodku, w punkcie O , ustawiono laser z systemem zwierciadeł emitujący w przeciwnych kierunkach dwie wiązki światła, docierające do obu zegarów. W pewnej chwili zegary zsynchronizowano w taki sposób, że wysłano jednocześnie do obu wiązki światła, które po dotarciu do zegarów, spowodowały ustawienie ich wskazań na zero. Taka procedura synchronizacji zegarów równoważna jest oczywiście synchronizacji Einsteina-Poincaré. Przypuśćmy, że prędkość światła zależy od kierunku jego rozchodzenia się to znaczy, że światło rozchodzi się z różnymi prędkościami - dla uproszczenia - w kierunku dodatnim i ujemnym osi X . Oznaczmy te prędkości odpowiednio c_+ i c_- (są one oczywiście nieznanne). Pokaż, że przy powyższej metodzie synchronizacji zegarów pomiar prędkości światła między punktami A i B metodą czasu przelotu - czyli, jak by się wydawało, w jednym kierunku - daje w rezultacie średnią wartość prędkości światła w obu kierunkach, czyli że pomiar prędkości światła w jedną stronę, c_+ lub c_- , jest niemożliwy.
4. Zapisz transformację Lorentza przy pomocy macierzy. Pokaż, że transformacja odwrotna odpowiada zmianie znaku prędkości $V \rightarrow -V$.



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt Fizyka wobec wyzwań XXI wieku współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

5. Wprowadzamy następująco zdefiniowaną zmienną θ :

$$\exp(\theta) = \gamma(1 + \beta) = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$$

Można łatwo pokazać, że:

$$\exp(-\theta) = \gamma(1 - \beta) = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

Dodając lub odejmując stronami powyższe równania otrzymujemy:

$$\gamma = \cosh \theta \quad \beta\gamma = \sinh \theta.$$

Zachodzi ponadto: $\beta = \tanh \theta$ lub $\theta = \operatorname{ar} \tanh \beta$. Pokaż, jak można zapisać transformację Lorentza przy pomocy macierzy, której elementami są funkcje hiperboliczne, pokaż, że transformacje te tworzą grupę i wyprowadź wzór na składanie prędkości.

6. Statek kosmiczny wroga porusza się radialnie ku Ziemi z prędkością $V = 0.4c$. Wrogowie wystrzelują do przodu (czyli ku Ziemi): (a) wiązkę laserową (oczywiście z prędkością $u = c$ względem układu odniesienia związanego z tym statkiem) – pokaż, że prędkość światła w układzie odniesienia Ziemi wynosi również c ; (b) raketę z prędkością $u = 0.8c$ względem układu odniesienia związanego z tym statkiem – jaka jest prędkość tej rakiety w układzie odniesienia Ziemi, u_Z (innymi słowy: z jaką prędkością rakietę ta uderzy w Ziemię)?
7. Niech dany będzie peron i związany z nim układ odniesienia \mathcal{U} oraz pociąg jadący z prędkością $V = 100 \text{ m/s}$ i związany z nim układ odniesienia \mathcal{U}' . Na peronie ustawiono pionowo palmę, po której wspina się małpa ze stałą prędkością $v_y = u = 1 \text{ m/s}$. Jaką składową pionową prędkości małpy zaobserwuje osoba siedząca w wagonie? Jaka będzie całkowita prędkość małpy, widziana przez tego obserwatora?
8. W układzie odniesienia U dane są dwa zdarzenia: P_1 i P_2 oddzielone od siebie interwałem czasopodobnym, $(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 > 0$. Pytania: (a) czy istnieje układ odniesienia U' , w którym zdarzenia P_1 i P_2 są jednoczesne? (b) czy istnieje układ odniesienia U' , w którym zdarzenia P_1 i P_2 zachodzą w tym samym miejscu przestrzeni?