Fizyka I, Kolokwium 2 (07.01.2013)

Zadanie 1.
Jedną z „atrakcji" wesołego miasteczka jest duża, pozioma tarcza o promieniu R wirująca z prędkością kątową ω. W poprzek sceny należy przejść nie tracąc równowagi. Pracownik wesołego miasteczka założył się z kolegami, że startując ze środka tarczy i idąc ze stałą prędkością wzdłuż wymalowanego na tarczy promienia dotrze do brzegu tarczy w chwili, gdy wykona ona połowę obrotu. Czy wygra zakład, jeśli współczynnik tarcia między powierzchnią tarczy i podeszwami butów pracownika wynosi f? Przyspieszenie ziemskie wynosi g.

***Rozwiązanie*:**
Siła tarcia równa mgf, gdzie m jest masą pracownika, musi być przez cały czas ruchu nie mniejsza od wartości wypadkowej sumy sił: odśrodkowej i siły Coriolisa. Prędkość pracownika (zgodna z warunkami zadania) to $v = R\omega/\pi$.

Stąd warunek powodzenia zamiaru pracownika to:

$$g^2 f^2 \geq \omega^4 \left(r^2 + 4\frac{R^2}{\pi^2} \right)$$

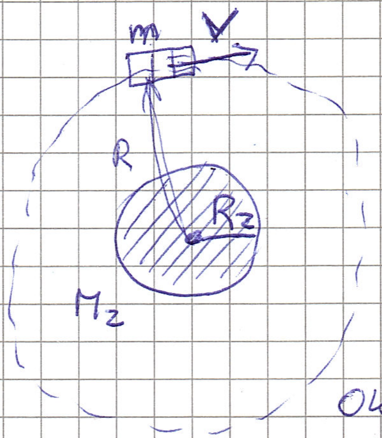
dla każdej odległości r położenia pracownika od środka tarczy. Ostatecznie:

$$g^2 f^2 \geq \omega^4 R^2 \left(1 + \frac{4}{\pi^2} \right) .$$

Zadanie 2

Sonda kosmiczna została umieszczona na orbicie kołowej nad równikiem i okrąża Ziemię w ciagu T=17.45 godziny. Znajdź promień orbity sondy oraz prędkość z jaką sonda porusza się na tej orbicie. Jaka jest minimalna wartość, o którą powinna wzrosnąć prędkość sondy, żeby mogła odlecieć w kierunku innych planet? Przyjmij promień Ziemi R_Z=6325 km, przyspieszenie na powierzchni Ziemi g=10m/s^2. Wskazówka: $T \approx 2\pi \times 10^4$ s, $R_Z^2 \approx 4 \times 10^{13}$ m^2, przyjmij, że wzrost prędkości sondy następuje w zaniedbywalnie krótkim czasie.

Ruch stacji kosmicznej



$$F_G = G\frac{mM}{R^2}$$

$$F_{dośr} = m\frac{V^2}{R}$$

$$G\frac{mM_z}{R^2} = m\frac{V^2}{R}$$

Okres obiegu

$$T = \frac{2\pi R}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\Rightarrow G\frac{mM_z}{R^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{GM_zT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{gR_z^2T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \left(\frac{2\pi g R_z^2}{T}\right)^{1/3}$$

Minimalna prędkość na odległości R, żeby sonda odleciała do ∞

$$E_k + E_p = 0$$

$$-\frac{Gm'M_z}{R} + \frac{m'v'^2}{2} = 0$$

$$v'^2 = \frac{2GM_z}{R} = \frac{2R_z^2 g}{R} = 2V \quad (!!)$$

$$v'^2 = 2R_z^2 g\left(\frac{4\pi^2}{gR_z^2T^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{32\pi^2R_z^4g^2}{T^2}\right)^{1/3}$$

$$v' = \left(\frac{4\sqrt{2}\pi g R_z^2}{T}\right)^{1/3} = \sqrt{2}\cdot V$$

Zadanie 3 (domowe nr 4 z serii 7)

Na obu końcach, poziomego, jednorodnego walca o masie M o promieniu R przymocowano nieważkie krążki o promieniu $r < R$ tak, że ich osie pokrywają się z osią walca. Na każdy z krążków nawinięto nieważką nić w taki sposób, że obie nici mogą się swobodnie odwijać, gdy walec zostanie na nich zawieszony w polu siły ciężkości o natężeniu g. Znaleźć przyspieszenie z jakim zawieszony walec opuszcza się w trakcie odwijania nici. Znaleźć prędkość kątową do jakiej rozpędzi się nieruchomy początkowo walec opuszczając się o wysokość H oraz prędkość środka masy, jaką wtedy uzyska. Moment bezwładności walca o masie m i promieniu R wynosi $I = \frac{1}{2}mR^2$. Wartości liczbowe: $M = 1$ kg, $R = 20$ cm, $r = 10$ cm, $H = 30$ cm, $g = 10$ m/s^2.

Rozwiązanie:

I metoda

Siła ciężkości F_g przyłożona jest do środka masy szpulki, tworzy ona moment siły rF_g względem punktu O (kontakt nitki ze szpulką).

Moment bezwładności szpulki względem O: $I = \frac{1}{2}MR^2 + \mathrm{M}r^2$.

Równanie ruchu:

$rF_g = I\varepsilon$.

Przyspieszenie liniowe środka masy:

$$a = r\varepsilon = \frac{r^2 F_g}{I} = \frac{r^2 \mathrm{M}g}{\frac{1}{2}MR^2 + Mr^2} = \frac{2r^2}{R^2 + 2r^2} g$$

Ponieważ $a = cont$, ciało w czasie Δt opuści się na odległość H:

$$H = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{\Delta v}{a}\right)^2 = \frac{(\Delta v)^2}{2a} .$$

Stąd $\Delta v = \sqrt{2aH} = \sqrt{\frac{4r^2}{R^2 + 2r^2} gH}$, a ponieważ ciało w chwili $t = 0$ spoczywało, więc

ostatecznie: $v = \sqrt{2aH} = \sqrt{\frac{4r^2}{R^2 + 2r^2} gH}$

Prędkość kątowa szpulki: $\omega = \frac{v}{r}$ i $\omega = \sqrt{\frac{4gH}{R^2 + 2r^2}}$.

Odp. $a = \frac{2r^2}{R^2 + 2r^2} g = \frac{2 \cdot 0{,}1^2 \cdot 10}{0{,}2^2 + 2 \cdot 0{,}1^2} \frac{m}{s^2} = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$,

$$v = \sqrt{2aH} = \sqrt{\frac{4r^2}{R^2 + 2r^2} gH} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.1^2 \cdot 10 \cdot 0{,}3}{0{,}2^2 + 2 \cdot 0{,}1^2}} \frac{m}{s} = \sqrt{2} \frac{m}{s} ,$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gH}{R^2 + 2r^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 0{,}3}{0{,}2^2 + 2 \cdot 0{,}1^2}} \frac{1}{s} = 10\sqrt{2} \frac{1}{s}$$

II metoda

Równania ruchu względem środka masy szpulki:

$Ma = Mg - 2T$

$I\varepsilon = r2T$ $\qquad\qquad I = \frac{1}{2}MR^2$

$\varepsilon r = a$

$$T = \frac{I}{2r^2}a$$

$$Ma = Mg - \frac{I}{r^2}a$$

$$a = \frac{M}{M + \frac{I}{r^2}}g = \frac{M}{M + \frac{MR^2}{2r^2}}g = \frac{2r^2}{2r^2 + R^2}g$$

<u>III metoda</u>

Z zasady zachowania energii:

$$MgH = M\frac{(\Delta v)^2}{2} + I\frac{(\Delta\omega)^2}{2}, \quad \text{gdzie } I = \frac{1}{2}MR^2 .$$

$$MgH = \frac{(\Delta\omega)^2}{2}\left(I + Mr^2\right)$$

$\Delta\omega = \sqrt{\frac{2MgH}{I + Mr^2}}$, a ponieważ ciało w chwili $t = 0$ spoczywało więc ostatecznie

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgH}{\frac{1}{2}MR^2 + Mr^2}} = \sqrt{\frac{4gH}{R^2 + 2r^2}} .$$

Prędkość linowa środka masy bryły: $v = \omega \cdot r$, więc $v = \sqrt{\frac{4gHr^2}{R^2 + 2r^2}}$

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2012/2013)
Kolokwium 7.01.2013
Pytania testowe (A)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. W jednorodnym polu magnetycznym cząstka może poruszać się po

   [X] okręgu   [B] hiperboli   [C] elipsie   [D] paraboli

2. W przypadku człkowitej energii $E = 0$ ruch w centralnym polu grawitacyjnym odbywa się po

   [A] hiperboli   [X] paraboli   [C] elipsie   [D] okręgu

3. Doświadczenie Rutherforda (1911) doprowadziło do koncepcji

   [X] punktowego jądra atomowego   [B] punktowego elektronu   [C] powłokowego modelu jądra
   [D] jednorodnego rozkładu ładunku w atomie

4. Przy nieznacznym wychyleniu z położenia równowagi chwiejnej środek masy bryły sztywnej

   [A] przesunie się poziomo   [B] podniesie się   [X] obniży się   [D] nie zmieni położenia

5. Stabilny ruch wirowy bryły swobodnej możliwy jest tylko wokół osi głównej o momencie bezwładności

   [A] najmniejszym   [B] największym   [X] największym lub najmniejszym   [D] pośrednim

172610

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2012/2013)
Kolokwium 7.01.2013
Pytania testowe (B)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. W jednorodnym polu elektrycznym cząstka może poruszać się po

   [A] elipsie [B] hiperboli [C] okręgu [X] paraboli

2. W przypadku całkowitej energii $E > 0$ ruch w centralnym polu grawitacyjnym odbywa się po

   [A] paraboli [B] okręgu [X] hiperboli [D] elipsie

3. Część masy atomu skupiona w jądrze atomowym to około

   [A] 0.5 [B] 0.95 [X] 0.9992 [D] 0.99

4. Przy nieznacznym wychyleniu z położenia równowagi trwałej środek masy bryły sztywnej

   [A] obniży się [X] podniesie się [C] przesunie się poziomo [D] nie zmieni położenia

5. Bryła wprawiana w ruch wirowy ze stałą prędkością kątową, przyjmie ułożenie odpowiadające

   [A] maksymalnej energii potencjalnej [B] minimalnej energii kinetycznej
   [C] minimalnej wartości momentu pędu [X] maksymalnej wartości momentu pędu

500655