Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2013/2014)
Kolokwium 18.11.2013
Pytania testowe (A)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. Matematycznie prędkość chwilowa odpowiada

   [X] pochodnej położenia po czasie
   [B] granicy przyrostu drogi dla $\Delta t \to 0$
   [C] pochodnej drogi po czasie
   [D] granicy zmian położenia dla $\Delta t \to 0$

2. Silnik rakietowy o stałej sile ciągu rozpędza pojazd od 0 do 360 km/h w ciągu 10 sekund. Jaką drogę pokona w tym czasie pojazd?

   [A] 360 m
   [B] 900 m
   [C] 1800 m
   [X] 500 m

3. W ruchu harmonicznym przyspieszenie jest zawsze skierowane

   [A] prostopadle do wektora przesunięcia
   [B] przeciwnie do wektora prędkości
   [C] prostopadle do wektora prędkości
   [X] przeciwnie do wektora przesunięcia

4. Pod działaniem której z wymienionych sił może zmienić się energia kinetyczna ciała

   [A] Coriolisa
   [X] sprężystości
   [C] Lorenza
   [D] reakcji więzów

5. Pocisk o masie m uderza centralnie z prędkością $\vec{v}$ w nieruchomą tarczę o masie $M \gg m$. Zakładając, że zderzenie jest elastyczne, prędkość pocisku po zderzeniu wyniesie

   [X] $\vec{v}' \approx -\vec{v}$
   [B] $\vec{v}' \approx 0$
   [C] $\vec{v}' \approx 2\,\vec{v}$
   [D] $\vec{v}' \approx \vec{v}$

641385

Kolokwium I z Mechaniki – 18 listopada 2013

Grupa A

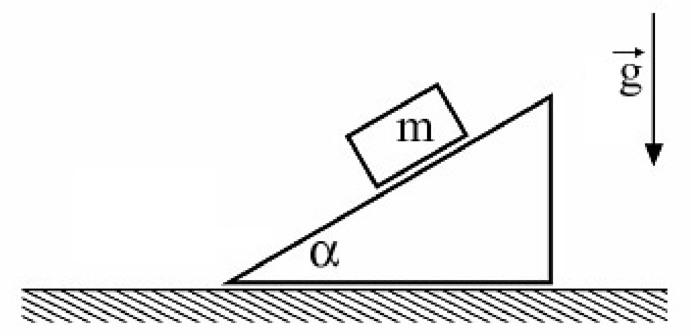
Zadanie 1

Ciężarówka pędzi poziomą szosą z prędkością v_0 = 30 m/s na powierzchni Ziemi (g = 10 m/s^2). Niestety droga kończy się nagle poprzeczną krawędzią za którą jest przepaść o zboczu nachylonym pod stałym kątem α = 45° do poziomu. Policz:

1. równanie toru spadającej ciężarówki przyjmując, że początkowo poruszała się ona po szosie w kierunku dodatnim osi x, środek kartezjańskiego układu odniesienia znajduje się na wyżej wymienionej krawędzi, a oś y skierowana jest pionowo ze zwrotem ku górze;
2. współrzędne punktu uderzenia spadającej ciężarówki o zbocze: x_u i y_u;
3. czas spadania ciężarówki, t_u;
4. składową prostopadłą do zbocza wektora prędkości rozbijającej się ciężarówki, v_n.

Zadanie 2

Na równi pochyłej nachylonej pod kątem α spoczywa klocek. Współczynnik tarcia statycznego klocka o równię wynosi $\mu > tg\alpha$. Z jakim przyspieszeniem powinna poruszać się równia poziomo po stole (określić zwrot i wartość), żeby klocek zaczął się względem niej przemieszczać w dół?



Zadanie 3

Na wózek o masie M =50 kg, poruszający się poziomo z prędkością v = 1 m/s położono paczkę o masie m = 5 kg w taki sposób, że przed zetknięciem się z wózkiem nie miała ona poziomej składowej prędkości. Po zetknięciu się z wózkiem paczka przez pewien czas przesuwała się względem wózka po jego powierzchni aż do zatrzymania. Od tego czasu wózek i paczka poruszały się razem. Znaleźć:

1. całkowitą pracę sił tarcia pomiędzy wózkiem i paczką (tzn. sumę pracy siły tarcia działającej na wózek i pracy siły tarcia działającej na paczkę),
2. drogę przebytą przez paczkę względem wózka od momentu zetknięcia się jej z wózkiem do jej zatrzymania.

Współczynnik tarcia dynamicznego pomiędzy wózkiem i paczką wynosi μ = 0,2, przyspieszenie ziemskie g = 10 m/s^2. Założyć, że wózek porusza się po podłożu bez oporów oraz, że przez cały czas kontaktu paczki z wózkiem siła nacisku paczki jest stała.

Rozwiązanie Zad. 1.

Równanie ruchu spadającej ciężarówki:

$$x(t) = v_0 t$$

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2}$$

Stąd po standardowej procedurze otrzymujemy równanie toru spadającej ciężarówki:

$$y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Równanie zbocza przepaści:

$$y(x) = -tg\alpha \cdot x$$

Punkt wspólny (współrzędna *x* punktu uderzenia ciężarówki w zbocze):

$$-\frac{gx_u^2}{2v_0^2} = -tg\alpha \cdot x_u$$

Rozwiązanie $x_u = 0$ nie interesuje nas, więc:

$$x_u = \frac{2v_0^2 \cdot tg\alpha}{g} \quad \text{oraz} \quad y_u = y(x_u) = -\frac{gx_u^2}{2v_0^2} = -tg\alpha \cdot x_u = -\frac{2v_0^2 \cdot tg^2\alpha}{g}$$

Czas spadania ciężarówki najprościej policzyć znajdując czas osiągnięcia położenia x_u w ruchu poziomym:

$$t_u = \frac{x_u}{v_0} = \frac{2v_0 \cdot tg\alpha}{g}$$

Wektor prędkości ciężarówki:

$$\vec{v}(t) = [v_0; -gt]$$

Wektor prędkości w chwili uderzenia w zbocze:

$$\vec{v}(t_u) = [v_0; -gt_u] = [v_0; -2v_0 \cdot tg\alpha]$$

Składową prostopadłą do zbocza wektora prędkości rozbijającej się ciężarówki policzymy biorąc iloczyn skalarny z wersorem prostopadłym do zbocza:

$$\vec{e}_n = [-\sin\alpha; -\cos\alpha]$$

$$v_n = \vec{v}(t_u) \cdot \vec{e}_n = v_0 \cdot \sin\alpha$$

Po podstawieniu danych liczbowych:

x_u = 180 m

y_u = − 180 m

t_u = 6 s

$$v_n = 15\sqrt{2}\,\frac{m}{s} \approx 21{,}2\ \frac{m}{s}$$

Rozwiązanie Zad. 2.

Zadanie rozwiążemy w nieinercjalnym układzie odniesienia związanym z poruszającą się równią. Jeśli równia porusza się względem obserwatora zewnętrznego z przyspieszeniem $\vec{A}$, to w nieinercjalnym układzie równi należy uwzględnić siłę bezwładności działającą na klocek, $\vec{F}_b = -m\vec{A}$, gdzie m – masa klocka. Aby siła ta mogła doprowadzić do rozpoczęcia zsuwania się klocka, przyspieszenie $\vec{A}$ musi być skierowane w prawo. Wybierzmy oś *x* układu współrzędnych w naszym układzie odniesienia równoległą do powierzchni równi, ze zwrotem w górę równi. Wtedy *x*-owe i *y*-owe składowe odpowiednich sił wynoszą:

siła ciężkości:

$\vec{Q} = [-mg\sin\alpha; -mg\cos\alpha]$

siła bezwładności:

$\vec{F}_b = [-mA\cos\alpha; mA\sin\alpha]$

Siła nacisku klocka na równię jest prostopadła do powierzchni równi, a jej *y*-owa składowa jest sumą *y*-owych składowych siły ciężkości i siły bezwładności:

$F_{Ny} = -mg\cos\alpha + mA\sin\alpha$

Widać, że dla $A = g \cdot ctg\alpha$ siła nacisku (a więc i tarcie) zniknie, zaś dla $A > g \cdot ctg\alpha$ klocek straci kontakt z równią.

W związku z tym maksymalne tarcie statyczne, działające wzdłuż równi zgodnie ze zwrotem osi *x* i przeciwstawiające się przemieszczaniu klocka wyniesie:

$F_T = (mg\cos\alpha - mA\sin\alpha)\cdot\mu$, gdzie $A < g \cdot ctg\alpha$

Warunkiem rozpoczęcia ruchu klocka w dół równi jest pokonanie tarcia statycznego przez sumę *x*-owych składowych sił $\vec{Q}$ i $\vec{F}_b$:

$-mg\sin\alpha - mA\cos\alpha + (mg\cos\alpha - mA\sin\alpha)\cdot\mu < 0$

Stąd otrzymujemy:

$$A > g \cdot \frac{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

Rozwiązanie Zad. 3.

Zmiana energii kinetycznej ciała równa się pracy siły wypadkowej:

$\Delta E_k = W$ (1)

Od momentu zetknięcia się paczki z wózkiem jedynymi niezrównoważonymi siłami działającymi na wózek i paczkę są siły tarcia pomiędzy nimi. Siła tarcia działa na wózek spowalniając jego ruch, zaś (zgodnie z III zasadą dynamiki) siła działająca na paczkę będzie przeciwnie skierowana i będzie powodowała ruch przyspieszony paczki. Wartość siły tarcia jest stała i wynosi:

$F_T = mg\mu$ (2)

Całkowita praca sił tarcia będzie sumą pracy siły tarcia działającej na wózek (praca ta jest ujemna, bo ruch wózka i zwrot siły tarcia działającej na wózek są przeciwne) oraz pracy siły tarcia działającej na paczkę (ta praca będzie dodatnia, bo siła tarcia działa na paczkę zgodnie z kierunkiem jej ruchu). Całkowita praca sił tarcia wynosi więc:

$W_T = mg\mu(\Delta s_p - \Delta s_w) = -mg\mu \cdot \Delta s$ (3)

gdzie Δs_p i Δs_w są drogami przebytymi przez paczkę i wózek (liczonymi w układzie obserwatora stojącego na ziemi), zaś Δs jest drogą przebytą przez paczkę względem wózka od momentu wrzucenia jej na wózek do momentu jej zatrzymania. Jak widać, praca W_T jest *ujemna*.

Ze względu na to, że na układ obu mas nie działają żadne niezrównoważone siły zewnętrzne, to całkowity pęd układu będzie zachowany:

$Mv = (M+m)v'$ (4)

gdzie *v'* jest końcową prędkością układu wózek-paczka.

Wykorzystując teraz równanie (1) mamy:

$$W_T = \frac{(M+m)v'^2}{2} - \frac{Mv^2}{2} = -\frac{mMv^2}{2(m+M)} \qquad (5)$$

Stąd łatwo można znaleźć drogę Δs przebytą przez paczkę na wózku:

$$\Delta s = \frac{Mv^2}{2g\mu(m+M)} \qquad (6)$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$W_T = -2{,}27\ J$

$\Delta s = 22{,}7\ cm$