

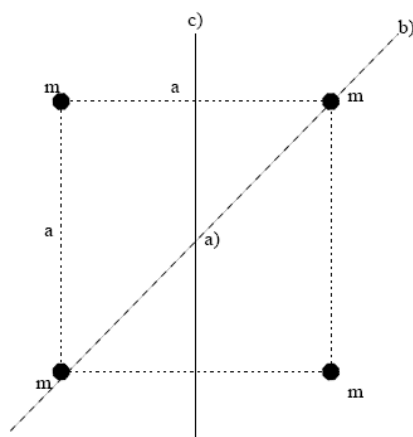
**Fizyka I (mechanika), rok akademicki 2013/2014**  
**Seria 7 (2 tygodnie)**

**Zadania wstępne**

**Zadanie 1.**

Cztery punkty materialne o masie  $m$  każdy znajdują się w wierzchołkach kwadratu o boku  $a$ . Wyznacz położenie środka masy tego układu. Wyznacz jego momenty bezwładności względem osi przechodzących przez środek masy układu i

- a) prostopadłej do płaszczyzny układu,
- b) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez dwa wierzchołki,
- c) leżącej w płaszczyźnie układu i przechodzącej przez środki boków kwadratu.



**Zadanie 2.**

Na krześle obrotowym siedzi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach odważniki o masach  $10\text{ kg}$  każdy. Odległość od każdego odważnika do osi obrotu ławki wynosi  $l_1=75\text{ cm}$ . Krzesło obraca się z częstotliwością  $1\text{ Hz}$ . Jak zmieni się prędkość kątową krzesła, jeśli człowiek zegnije ręce tak, aby odległość każdego odważnika do osi obrotu zmniejszyła się do  $20\text{ cm}$ ? Moment bezwładności człowieka i krzesła względem osi obrotu jest równy  $I_0=2.5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .

## Zadania na ćwiczenia

### Zadanie 1

Nad powierzchnią wody zawieszono na nitce cienki, jednorodny patyczek o długości  $l$  wykonany z drewna o gęstości  $\rho_d = \frac{1}{2} \rho_w$ , gdzie  $\rho_w$  jest gęstością wody. Znajdź kąt odchylenia patyczka od pionu  $\alpha$  w funkcji wysokości  $h$  punktu zawieszenia nad lustrem wody.

### Zadanie 2

Wyznacz moment bezwładności cienkiego pręta o masie  $m$  i długości  $l$  względem:

- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez koniec pręta;
- osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek masy.

### Zadanie 3

Oblicz moment bezwładności jednorodnego walca o masie  $M$  i promieniu podstawy  $R$  względem osi symetrii obrotowej.

### Zadanie 4

Wyznacz moment bezwładności grubej, jednorodnej rury o masie  $m$ , promieniu wewnętrznym  $r$  i promieniu zewnętrznym  $R$  względem osi symetrii obrotowej.

### Zadanie 5

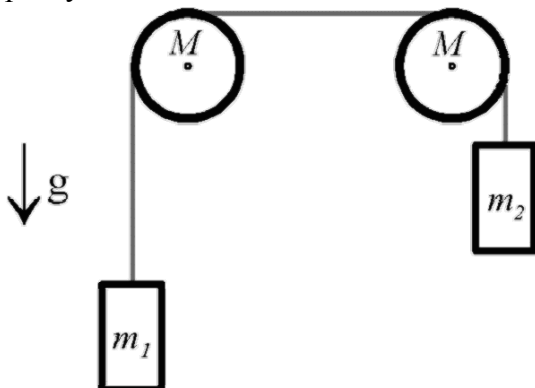
Policzyć moment bezwładności jednorodnej kuli o masie  $m$  i promieniu  $R$  względem osi przechodzącej przez jej środek masy.

### Zadanie 6

Karuzela o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  spoczywa. Do karuzeli podbiega dziecko o masie  $m$  i wskakuje na nią. Prędkość dziecka przed wskoczeniem wynosi  $v$  i jest styczna do obwodu karuzeli. Oblicz prędkość obrotową z jaką będzie się obracać karuzela po wskoczeniu na nią dziecka.

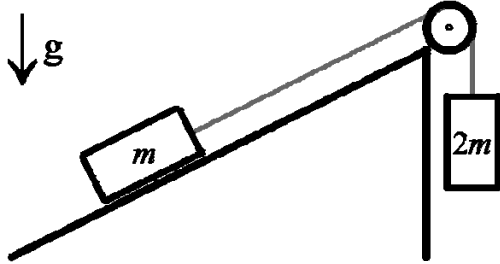
### Zadanie 7

Klocek o masie  $m_1$  przywiązany jest do wiotkiej, nierozciągliwej i nieważkiej nici, którą przewieszono przez krążki dwóch zamocowanych pod sufitem bloczków, z których każdy ma masę  $M$  i promień  $R$ , a do drugiego końca nici przymocowano drugi klocek o masie  $m_2$ . Oba bloczki są jednorodnymi walcami mogącymi się swobodnie obracać wokół swych poziomych osi symetrii, a każdy z nich ma zatem moment bezwładności  $I = 0.5 \cdot M \cdot R^2$ . Układ znajduje się w jednorodnym polu siły ciężkości o natężeniu  $g$ . Policzyć przyspieszenie  $a$  z jakim poruszają się klocki, znaleźć jego wartość liczbową, gdy  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg,  $M = 1$  kg,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> oraz określić w którą stronę w takim przypadku następuje ten ruch, jeśli układ początkowo spoczywał.



### Zadanie 8

Na równi o kącie nachylenia  $\alpha$ , znajduje się klocek o masie  $m$ , którego współczynnik tarcia poślizgowego o równię wynosi  $\mu$ . Do klocka jest przymocowana linka, którą przewieszono przez mogący się obracać bez tarcia bloczek u szczytu równi, zaś na drugim końcu linki zawieszono drugi klocek o masie  $2m$ . Początkowo nieruchome klocki spontanicznie zaczęły się poruszać tak, że klocek na równi jest podciągany do góry. Określ jakie są naprężenia liny oraz z jakim przyspieszeniem porusza się każdy z klocków w przypadku gdy a) klocek jest nieważki; b) klocek ma promień  $R$  i moment bezwładności  $I$ .

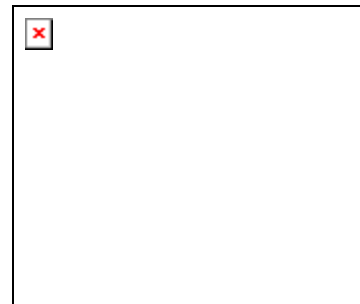


### Zadanie 9

Z równi pochyłej stacza się bez poślizgu jednorodny walec o masie  $m$ . Znajdź przyspieszenie krążka, jeżeli kąt nachylenia równi do poziomu wynosi  $\alpha$ . Zadanie rozwiąż dwiema drogami: za pomocą bilansu sił i ich momentów oraz poprzez bilans energii. Uzyskaj wyniki liczbowe dla  $\alpha = \pi/6$  i  $m = 500\text{g}$ .

### Zadanie 10

Na szpulkę złożoną z dwóch krążków o promieniu  $R$  i masie  $M$  oraz mniejszego krążka o promieniu  $r$  i masie  $m$  nawinięto nieważką i nieskończenie cienką nitkę. Wolny koniec nitki jest zamocowany do sufitu. Puszczamy szpulkę w polu ciężkości Ziemi. Znajdź przyspieszenie środka ciężkości szpulki. Jaką prędkość kątową będzie miała szpulka w chwili gdy jej środek ciężkości opuści się na odległość  $H$ ?



### Zadanie 11

Ciężka szpulka z nawiniętą nicią, do której przyłożono siłę  $F$  leży na stole. W którą stronę i z jakim przyspieszeniem liniowym będzie poruszać się środek szpulki w zależności od kąta między kierunkiem działania siły a stołem. Masa szpulki wynosi  $m$ , zewnętrzny i wewnętrzny promień odpowiednio  $R$  i  $r$ , moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek  $I_0$ .

### Zadanie 12

Obręcz o masie  $m$  i promieniu  $R$  zawieszona jest na stałej osi prostopadłej do jej powierzchni, zaczepionej na jej obwodzie w jednorodnym polu grawitacyjnym. Znajdź częstość wahań obręczy zakładając, że amplituda tych wahań jest mała  $\alpha \ll 1$ . Wyznacz długość zredukowaną takiego wahadła. Moment bezwładności obręczy względem osi obrotu przechodzącej przez jej środek wynosi  $mR^2$ .

### Zadanie 13

Jednorodnemu walcowi o promieniu  $r$  i masie  $m$  nadano początkową prędkość kątową  $\omega_0$  i opuszczono na płaską poziomą powierzchnię. Kinetyczny współczynnik tarcia między walcem a tą powierzchnią wynosi  $\mu$ . Po jakim czasie  $t$  walec przestanie się ślizgać i zacznie się wyłącznie toczyć? Jaka jest wtedy prędkość  $v$  jego środka masy?

### Zadanie 14

Cienki, jednorodny pręt o długości  $l$  i masie  $m$  wiruje ze stałą prędkością kątową  $\omega$  wokół pionowej osi przechodzącej przez jeden z jego końców. Wyznaczyć kąt  $\varphi$  o jaki odchyli się pręt od pionu i wartość siły reakcji w punkcie zawieszenia pręta.

### Zadanie 15 (opcjonalne)

Dwa punkty materialne o masach  $m$  umieszczone są w przeciwległych wierzchołkach sześcianu o boku  $a$ .

- Korzystając z definicji tensora momentu bezwładności wyznaczyć składowe tego tensora względem środka sześcianu w układzie osi prostopadłych do ścian sześcianu.
- Na podstawie symetrii układu określić osie główne tensora momentu bezwładności i obliczyć odpowiadające tym osiom główne momenty bezwładności.

### Zadanie 16 (opcjonalne)

Żyroskop ma postać osiowosymetrycznej bryły sztywnej zamocowanej w punkcie  $P$ , leżącym na osi symetrii w odległości  $L$  od środka masy bryły  $S$  w ten sposób, że bryła może wirować wokół swojej osi, a oś może swobodnie zmieniać kierunek w przestrzeni, przy czym odległość środka masy bryły od punktu zaczepienia nie zmienia się. Moment bezwładności tak zamocowanej bryły względem jej osi symetrii wynosi  $I_C$ , zaś momenty względem osi prostopadłych do osi symetrii i przechodzących przez punkt zaczepienia wynoszą  $I_A$ .

Szczególne rozwiązanie równań ruchu (*precesja regularna*) ma postać taką, że bryła szybko wiruje wokół osi symetrii, a oś wykonuje relatywnie powolny, jednostajny obrót wokół pionu, zachowując przy tym stały kąt odchylenia od pionu. Znaleźć częstość  $\Omega$  precesyjnego ruchu osi, jeśli częstość wirowania wokół osi ma wartość  $\omega$ , odchylenie osi od pionu wynosi  $\theta$ , pole ma natężenie  $g$ , a masa bryły wynosi  $m$ . Jaka jest częstość precesji w granicy szybkiego wirowania bryły  $\omega \gg \Omega$ ?

