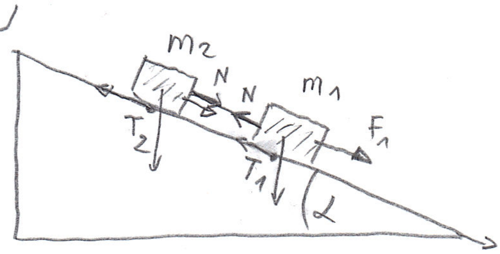
Zad. 1 A.



$\alpha = 30°$ $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$m_1 = 400g$ $f_1 = 0,1$

$m_2 = 600g$ $f_2 = 0,2$

I. $$a = \frac{\Sigma F_x}{m_1+m_2} = \frac{m_1 g\sin\alpha + m_2 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha f_1 - m_2 g\cos\alpha f_2}{m_1+m_2} =$$

$$= \frac{g\sin\alpha\,\cancel{(m_1+m_2)}}{\cancel{m_1+m_2}} - \frac{g\cos\alpha\,(m_1 f_1 + m_2 f_2)}{m_1+m_2} = \underline{g\left(\sin\alpha - \cos\alpha\,\frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{m_1+m_2}\right)}$$

II sp. $$\begin{cases} m_1 a = m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha f_1 - N \\ m_2 a = m_2 g\sin\alpha - m_2 g\cos\alpha f_2 + N \end{cases}$$

$$(+)\quad (m_1+m_2)a = g\sin\alpha\,(m_1+m_2) - g\cos\alpha\,(m_1 f_1 + m_2 f_2)$$

$$a = g\sin\alpha - g\cos\alpha\,\frac{m_1 f_1 + m_2 f_2}{m_1+m_2}$$

$$N = m_1 g\sin\alpha - m_1 g\cos\alpha f_1 - m_1 a = \cancel{m_1 g\sin\alpha} - m_1 g\cos\alpha \cancel{f_1} - \cancel{m_1 g\sin\alpha} +$$

$$+ g\cos\alpha\,\frac{m_1}{m_1+m_2}(m_1 f_1 + m_2 f_2) = \frac{m_1 g\cos\alpha}{m_1+m_2}(\cancel{m_1 f_1} + m_2 f_2 - \cancel{f_1 m_1} - f_1 m_2) =$$

$$= \frac{m_1 g\cos\alpha}{m_1+m_2}\, m_2 (f_2 - f_1) = \underline{g\cos\alpha\,\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(f_2 - f_1)}$$

$$a = 10\frac{m}{s^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{0,4\cdot 0,1 + 0,6\cdot 0,2}{0,4+0,6}\right) = 5\left(1 - \sqrt{3}\,\frac{0,04+0,12}{1}\right)\frac{m}{s^2} = 5(1-\sqrt{3}\cdot 0,16)\frac{m}{s^2}$$

$$= 5\left(1 - \frac{4\sqrt{3}}{25}\right)\frac{m}{s^2} = \left(5 - \frac{4\sqrt{3}}{5}\right)\frac{m}{s^2} \approx 3,6\,\frac{m}{s^2}$$

$$N = 10\frac{m}{s^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{0,4\cdot 0,6}{1}\,kg\,(0,2-0,1) = 5\sqrt{3}\cdot 0,24\cdot 0,1\,N = \frac{\cancel{5}\sqrt{3}\cdot \overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{25}{\cancel{\cancel{1000}\,200}}}N = \frac{3\sqrt{3}}{25}N$$

$$\approx 0,21\,N$$

Zad. 2A

Satelita na orbicie kołowej o $R = 4R_z$.

a) Okres obiegu i prędkość

$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{R} = G\frac{M_z\cancel{m}}{R^2} \rightarrow v_0^2 = \frac{GM_z}{R}$$

Przyspieszenie ziemskie

$$g = \frac{F_g}{m} = G\frac{M_z}{R_z^2} \rightarrow GM_z = gR_z^2$$

czyli $$v_0 = \sqrt{\frac{GM_z}{R}} = \sqrt{\frac{gR_z^2}{R}} = \sqrt{\frac{gR_z^{\cancel{2}}}{4\cancel{R_z}}} = \frac{1}{2}\sqrt{gR_z} \approx \frac{1}{2}\pi \cdot 2{,}500\,\frac{m}{s} =$$

$$= 1{,}25\pi\ km/s$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{R^2}{gR_z}} = 4\pi\sqrt{\frac{16R_z^{\cancel{2}}}{gR_z}} = 16\pi\sqrt{\frac{R_z}{g}} \approx 16\cancel{\pi}\frac{2500}{\cancel{\pi}}\,s =$$

$$= 40.000\,s \approx 11{,}1\ godz.$$

b). O ile należy zmienić prędkość satelity, aby odleciał w Kosmos?

Energia satelity na orbicie kołowej

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = \frac{m}{2}\frac{GM}{R} - G\frac{Mm}{R} = G\frac{Mm}{R}\left(\frac{1}{2}-1\right) = -\frac{GMm}{2R} = \frac{1}{2}E_p(R)$$

Nowa prędkość musi odpowiadać $E = 0$

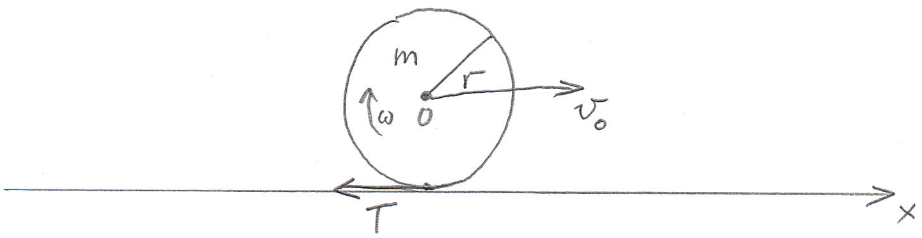
czyli $$\frac{\cancel{m}v_1^2}{2} - G\frac{M\cancel{m}}{R} = 0 \longrightarrow v_1^2 = \frac{2GM}{R} = 2v_0^2$$

a więc $$v_1 = \sqrt{2}\,v_0$$

$$\Delta v = v_1 - v_0 = (\sqrt{2}-1)v_0 = \frac{\sqrt{2}-1}{2}\sqrt{gR_z} \approx 1{,}63\ km/s$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)\frac{5}{2}\ km/s = \frac{5}{4}(\sqrt{2}-1)\ km/s$$

Zad. 3A



Ruch walca

$$\begin{cases} ma = -T = -mg\mu & \longrightarrow \quad a = -\mu g \\ I_0 \frac{d\omega}{dt} = N_T = Tr & \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}r^{\cancel{2}}\varepsilon = \cancel{m}g\mu\cancel{r} \qquad \longrightarrow \qquad \varepsilon = \frac{2\mu g}{r}$$

Ruch postępowy $\quad v_p(t) = v_0 + at = \underline{v_0 - \mu g t}$

Ruch obrotowy $\quad \omega(t) = \varepsilon t = \frac{2\mu g}{r} t$

a związana z nim prędkość liniowa punktu styku z podłożem

$$v_{obr} = \omega r = 2\mu g t$$

Walec zacznie się toczyć, gdy prędkości v_p i v_{obr} zrównają się czyli gdy chwilowa prędkość punktu styku walca z podłożem osiągnie wartość zero

$$v_0 - \mu g t_1 = 2\mu g t_1$$

$$v_0 = 3\mu g t_1$$

$$t_1 = \frac{v_0}{3\mu g}$$

$$v_p(t_1) = v_0 - \mu g t_1 = v_0 - \frac{v_0}{3} = \frac{2}{3} v_0$$

Zad. 4A

Rozpad mezonu f_2 na 2 kaony. $E_f = 3250\,MeV$, $m_f = 1250\,MeV/c^2$
$m_K = 500\,MeV/c^2$

W układzie CMS (układ mezonu)

Rozpad na 2 kaony o jednakowych wartościach pędu i energii

$$E_K^* = \frac{1}{2} m_f c^2 \quad , \quad cp_K^* = \sqrt{(E_K^*)^2 - (m_K c^2)^2}$$

W układzie LAB maksymalną energię będzie miał kaon emitowany do przodu ($p_x^* = p_K^*$), a energię minimalną kaon emitowany do tyłu ($p_x^* = -p_K^*$).

Transformacja energii do układu LAB

$$E = \gamma (E^* + \beta c p_x^*)$$

Współczynniki transformacji

$$\gamma = \frac{E_f}{m_f c^2} = \frac{325\cancel{0}\,MeV}{125\cancel{0}\,MeV} = \frac{13}{5} \qquad \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \qquad (1-\beta^2)\gamma^2 = 1$$

$$\beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{25}{(13)^2} = \frac{13^2 - 5^2}{13^2} = \frac{(13-5)(13+5)}{13^2} = \frac{8 \cdot 18}{13^2} = \frac{16 \cdot 9}{13^2}$$

$$\beta = \frac{4 \cdot 3}{13} = \frac{12}{13}$$

Pęd kaonu w układzie CMS

$$cp_K^* = \sqrt{\left(\frac{m_f c^2}{2}\right)^2 - (m_K c^2)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}\ GeV = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{25}{16} - 1} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{25-16}{16}} = \frac{1}{8}\sqrt{9}\ GeV = \frac{3}{8}\ GeV$$

$$(E_K)_{max} = \gamma (E_K^* + \beta c p_K^*) = \frac{13}{5}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} + \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{13} \cdot \frac{3}{\cancel{8}_2}\right) GeV = \frac{13}{5}\left(\frac{5}{8} + \frac{9}{26}\right) GeV$$

$$= \frac{\cancel{13}}{5} \cdot \frac{13 \cdot 5 + 9 \cdot 4}{\cancel{13} \cdot 8}\ GeV = \frac{65 + 36}{5 \cdot 8}\ GeV = \frac{101}{40}\ GeV = \underline{2{,}525\ GeV}$$

$$(E_K)_{min} = \gamma (E_K^* - \beta c p_K^*) = \frac{13}{5}\left(\frac{5}{8} - \frac{9}{26}\right) GeV = \frac{\cancel{13}}{5} \frac{65-36}{\cancel{13} \cdot 8}\ GeV = \frac{29}{40}\ GeV =$$

$$= \underline{0{,}725\ GeV}$$

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: ....

Fizyka I (2013/2014)
Pisemny egzamin testowy

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. Jaką wielokrotność 1 eV stanowi 1 GeV

   [A] 10^{15} [B] 10^{6} [C] 10^{12} [X] 10^{9}

2. Jaka jest liczba zarejestrowanych rozpadów potrzebna do wyznaczenia aktywności źródełka promieniotwórczego z błędem statystycznym 10%

   [A] 25 [B] 10 [C] 50 [X] 100

3. Samochód startujący ze stałym przyspieszeniem osiąga 25 m/s w ciągu 8 sekund. Jaką drogę pokonuje w tym czasie?

   [X] 100 m [B] 160 m [C] 80 m [D] 200 m

4. Zasadę bezwładności sformułował

   [A] Galileusz [X] Newton [C] Einstein [D] Kopernik

5. I zasada dynamiki jest równoważna postulatowi istnienia

   [A] ciała doskonale izolowanego [X] układu inercjalnego [C] absolutnego spoczynku [D] wyróżnionego układu odniesienia

6. W ruchu harmonicznym o zadanej amplitudzie wartość przyspieszenia jest proporcjonalna do

   [A] ω^{-2} [B] ω [C] ω^{-1} [X] ω^{2}

7. Ciało spoczywa na równi nachylonej pod kątem α. Wypadkowa sił działających na to ciało jest równa

   [X] 0 [B] Q [C] $Q\sin\alpha$ [D] $Q\cos\alpha$

8. Dwa klocki o masach $m_1 = 2\ m_2$ zsuwają się z tej samej wysokości po równi pochyłej. Stosunek ich prędkości na końcu równi v_1/v_2 wynosi

   [A] 1/4 [X] 1 [C] 1/2 [D] 2

9. W wagonie poruszającym się poziomo ruchem jednostajnie przyspieszonym okres drgań wahadła matematycznego (w porównaniu z nieruchomym wagonem)

   [A] nie zmienia się [X] skraca się [C] nie ma drgań [D] wydłuża się

10. Spoczywające izolowane ciało rozpada się pod wpływem sił wewnętrznych na dwa fragmenty o masach $m_1 = 2\,m_2$. Prędkości fragmentów związane są relacją:

[A] $\vec{v}_1 = 2\vec{v}_2$ [B] $\vec{v}_1 = \frac{1}{2}\vec{v}_2$ [X] $\vec{v}_1 = -\frac{1}{2}\vec{v}_2$ [D] $\vec{v}_1 = -2\vec{v}_2$

11. Dla ciała, poruszającego się w polu sił zachowawczych, zachowana(y) jest

[X] energia całkowita [B] pęd [C] energia kinetyczna [D] moment pędu

12. W idealnie sprężystym zderzeniu pocisku z nieruchomą tarczą o tej samej masie kąt pomiędzy prędkościami tarczy i pocisku po zderzeniu wynosi (przypadek nierelatywistyczny)

[A] $\frac{\pi}{4}$ [X] $\frac{\pi}{2}$ [C] π [D] $\frac{\pi}{3}$

13. Układ środka masy wielu ciał zdefiniowany jest przez warunek:

[X] $\sum \vec{p}_i = 0$ [B] $\sum \vec{v}_i = 0$ [C] $\sum E_{k,i} = 0$ [D] $\sum p_i = 0$

14. Prędkość polowa jest stała dla ruchu w polu sił

[A] grawitacyjnych [B] magnetycznych [X] centralnych [D] potencjalnych

15. W jednorodnym polu magnetycznym cząstka może poruszać się po

[A] paraboli [B] elipsie [X] okręgu [D] hiperboli

16. W wirującym naczyniu powierzchnia cieczy przyjmuje kształt

[A] sfery [X] paraboloidy [C] hiperboloidy [D] elipsoidy

17. Okres obiegu satelity geostacjonarnego wynosi

[A] 24^h [B] 12^h [C] $24^h 07^m$ [X] $23^h 56^m$

18. Doświadczenie Rutherforda (1911) doprowadziło do koncepcji

[A] powłokowego modelu jądra [X] punktowego jądra atomowego
[C] jednorodnego rozkładu ładunku w atomie [D] punktowego elektronu

19. Bryła sztywna pozostaje wspoczynku jeśli równoważą się działające na nią

[A] siły [X] siły i momenty sił [C] momenty pędu [D] momenty sił

20. Stosunek promieni dwóch walców stalowych o tej samej wysokości wynosi $R_1/R_2 = 2$. Stosunek momentów bezwładności względem osi walca, I_1/I_2 wynosi

[X] 16 [B] 32 [C] 4 [D] 8

21. Jako pierwszy prędkość światła wyznaczył

[X] Roemer [B] Galileusz [C] Maxwell [D] Foucault

22. Układ O' porusza się z prędkością V w kierunku osi X układu O. Zgodnie z transformacją Lorentza ($c \equiv 1$)

[A] $x = \gamma(t' + \beta x')$ [B] $t = \gamma(x' + \beta t')$ [C] $x = \gamma x' + \beta t'$ [X] $t = \gamma t' + \gamma\beta x'$

23. Jaka jest długość własna rakiety, jeśli dla obserwatora, który stwierdził, że zegar w rakiecie chodzi 2 razy za wolno wynosi ona 20 m:

[A] 5 m [B] 10 m [C] 80 m [X] 40 m

24. Rakieta leci z prędkością $v = 0.6c$ do układu odległego o 6 lat świetlnych. Jak długo potrwa podróż według kosmonauty

[X] 8 lat [B] 12 lat [C] 10 lat [D] 6 lat

25. Relatywistyczny związek między masą i energią całkowitą to

[A] $E = mc^2\beta\gamma$ [X] $E = mc^2\gamma$ [C] $E = mc^2\gamma(1-\beta)$ [D] $E = mc^2(\gamma - 1)$

26. Maksymalna energia jaką elektron o energii $E_e = 50$ GeV może przekazać spoczywającemu protonowu ($m_p = 1GeV/c^2$) wynosi w przybliżeniu

[A] 25 GeV [X] 50 GeV [C] 5 GeV [D] 1 GeV

27. Masa niezmiennicza układu cząstek jest zawsze nie mniejsza niż

[A] suma ich energii kinetycznych [B] suma ich pędów [C] suma ich energii całkowitych
[X] suma ich mas

28. Energia dostępna w zderzeniach przeciwbieżnych wiązek elektronów o energiach 4 GeV i 1 GeV wynosi

[X] 4 GeV [B] 5 GeV [C] 3 GeV [D] 6 GeV

29. Fotony emitowane przez cząstkę obserwowane są pod kątem prostym do kierunku jej ruchu (w układzie laboratoryjnym). W porównaniu z częstością emisji częstość mierzona w układzie laboratoryjnym jest

[X] niższa [B] wyższa [C] taka sama [D] zależna od kąta emisji

30. Zmiana długości fali fotonu w rozproszeniu na spoczywającym elektronie (efekt Comptona) zależy od

[A] energii fotonu [B] długości fali fotonu [C] pędu fotonu [X] kąta rozproszenia