Fizyka I. Kolokwium 13.01.2014 Wersja A

UWAGA: rozwiązania zadań powinny być czytelne, uporządkowane i opatrzone takimi komentarzami, by tok rozumowania był jasny dla sprawdzającego. Wynik należy przedstawić w postaci wzoru końcowego, sprawdzić jednostki, a na końcu wykonać rachunki liczbowe.

Zadanie 1

Pewna kometa ma w peryhelium (punkcie największego zbliżenia od Słońca) odległość od Słońca równą $r_1 = 3R_Z$ i prędkość $v_1 = 0{,}8V_Z$, gdzie $R_Z \approx 1{,}5 \cdot 10^{11} m$ to promień orbity Ziemi wokół Słońca, $V_Z \approx 3 \cdot 10^4 \, {}^{m}/_{s}$ to prędkość z jaką porusza się Ziemia.

a) Po orbicie jakiego rodzaju porusza się ta kometa?
b) Na jaką odległość od Słońca może oddalić się kometa? Czy jest to odległość skończona czy też nieskończona?
c) Jaka jest prędkość komety w chwili największego oddalenia od Słońca?

Przyjmij, że Ziemia porusza się wokół Słońca po orbicie kołowej.

Zadanie 2

Pręt o masie M i długości l zawieszono jednym końcem w punkcie O, wokół którego może się on obracać. W drugi koniec pręta uderza lecąca poziomo kula o masie m i wbija się w pręt.

Wyznacz prędkość kuli wiedząc, że pręt pod wpływem zderzenia odchylił się maksymalnie o kąt φ względem pionu, a masa kuli wynosiła$m = M/3$.

Podaj wartość liczbową prędkości kuli, jeśli$\varphi = \pi/2$, a długość pręta l=1m. Moment bezwładności pręta o masie M i długości l , względem osi obrotu przechodzącej przez koniec pręta i prostopadłej do niego, wnosi $I = Ml^2/3$.

Zadanie 3

Relatywistyczny pociąg o długości l_0 = 200 m porusza się po prostych torach z prędkością V = 0.6 c. W tej samej chwili t' = 0 dwaj kolejarze P i K znajdujący się odpowiednio na początku i końcu pociągu wykonują za pomocą strzałów laserowych znaki na torach.

a) Jaką odległość między znakami na torach zmierzy obserwator stojący przy torach?
b) Jaką długość pociągu zmierzy ten obserwator?
c) Jaka będzie dla niego różnica czasu między wykonaniem znaków?
d) W jakiej kolejności zostaną one, według obserwatora, wykonane?

Fizyka I. Kolokwium 13.01.2014 Wersja B

UWAGA: rozwiązania zadań powinny być czytelne, uporządkowane i opatrzone takimi komentarzami, by tok rozumowania był jasny dla sprawdzającego. Wynik należy przedstawić w postaci wzoru końcowego, sprawdzić jednostki, a na końcu wykonać rachunki liczbowe.

Zadanie 1

Pewna kometa ma w peryhelium (punkcie największego zbliżenia od Słońca) odległość od Słońca równą $r_1 = 4R_Z$ i prędkość $v_1 = 0{,}7V_Z$, gdzie $R_Z \approx 1{,}5 \cdot 10^{11} m$ to promień orbity Ziemi wokół Słońca, $V_Z \approx 3 \cdot 10^4 \, {}^{m}/_{s}$ to prędkość z jaką porusza się Ziemia.

a) Po orbicie jakiego rodzaju porusza się ta kometa?
b) Na jaką odległość od Słońca może oddalić się kometa? Czy jest to odległość skończona czy też nieskończona?
c) Jaka jest prędkość komety w chwili największego oddalenia od Słońca?

Przyjmij, że Ziemia porusza się wokół Słońca po orbicie kołowej.

Zadanie 2

Pręt o masie *M* i długości *l* zawieszono jednym końcem w punkcie *O*, wokół którego może się on obracać. W drugi koniec pręta uderza lecąca poziomo kula o masie *m* i wbija się w pręt.

Wyznacz prędkość kuli wiedząc, że pręt pod wpływem zderzenia odchylił się maksymalnie o kąt φ względem pionu, a masa kuli wynosiła$m = M/3$.

Podaj wartość liczbową prędkości kuli, jeśli$\varphi = \pi/3$, a długość pręta l=0.5m. Moment bezwładności pręta o masie *M* i długości l , względem osi obrotu przechodzącej przez koniec pręta i prostopadłej do niego, wnosi $I = Ml^2/3$.

Zadanie 3

Relatywistyczny pociąg o długości l_0 = 60 m porusza się po prostych torach z prędkością V = 0.8 c. W tej samej chwili t' = 0 dwaj kolejarze P i K znajdujący się odpowiednio na początku i końcu pociągu wykonują za pomocą strzałów laserowych znaki na torach.

a) Jaką odległość między znakami na torach zmierzy obserwator stojący przy torach?
b) Jaką długość pociągu zmierzy ten obserwator?
c) Jaka będzie dla niego różnica czasu między wykonaniem znaków?
d) W jakiej kolejności zostaną one, według obserwatora, wykonane?

Zadanie 1

* W ruchu Ziemi do okoła Słońca siła grawitacji jest siłą dośrodkową:

$$F_G = \frac{GM_s m_z}{R_z^2} = F_{dośr} = \frac{m_z V_z^2}{R_z} \Rightarrow V_z^2 = \frac{GM_s}{R_z}$$

* Wyraźmy energię kinetyczną i potencjalną komety poprzez V_z^2. W peryhelium:

$$E_k = \frac{m_k v_1^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2 m_k V_z^2 = 0.32\, m_k V_z^2$$

$$E_p = -\frac{GM_s m_k}{r_1} = -\frac{GM_s}{R_z} \cdot \left(\frac{R_z}{r_1}\right) \cdot m_k = -\left(\frac{R_z}{r_1}\right) m_k V_z^2$$

* Energia całkowita komety w peryhelium:

$$E = E_k + E_p = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2 - \frac{R_z}{r_1}\right] m_k V_z^2$$

$$= (0.32 - 0.33\ldots)\, m_k V_z^2 < 0$$

$\Rightarrow$ kometa będzie się poruszać po orbicie eliptycznej

* Niech r_2 i v_2 oznaczają odpowiednio największą odległości komety od Słońca i jej prędkość w tej odległości:

– z zasady zachowania momentu pędu:

$$r_1 v_1 = r_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot v_1$$

$$\text{lub też } v_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{v_1}{V_z} \cdot V_z$$

– z zasady zachowania energii:

$$-\frac{GM_s m_k}{r_1}+\frac{m_k v_1^2}{2} = -\frac{GM_s m_k}{r_2}+\frac{m_k v_2^2}{2} \quad \Big/ \cdot \frac{1}{m_k}$$

$$\Rightarrow -\frac{GM_s}{R_z}\cdot\frac{R_z}{r_1}+\frac{V_z^2}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2 = -\frac{GM_s}{R_z}\cdot\frac{R_z}{r_2}+\frac{V_z^2}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

gdzie wyraziliśmy wszystko przez parametry orbity Ziemi. Upraszczając przez $\frac{GM_s}{R_z}=V_z^2$:

$$-\frac{R_z}{r_1}+\frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2 = -\frac{R_z}{r_2}+\frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2\left(1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right) = \frac{R_z}{r_1}\left(1-\frac{r_1}{r_2}\right)$$

Ale $1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(1-\frac{r_1}{r_2}\right)\cdot\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_1}{V_z}\right)^2\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right) = \frac{R_z}{r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2R_z}{r_1}\cdot\left(\frac{V_z}{v_1}\right)^2-1$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^2-1 = \frac{50}{48}-1 = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow r_2 = 24\, r_1 = 72\, R_z$$

$$v_2 = \frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{v_1}{V_z}\cdot V_z = \frac{2R_z}{r_1}\left(\frac{V_z}{v_1}\right)V_z - \frac{v_1}{V_z}\cdot V_z$$

$$v_2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}V_z - \frac{4}{5}V_z = \left(\frac{10}{12}-\frac{4}{5}\right)V_z = \frac{1}{30}V_z$$

Zad.2

Pręt o masie M i długości l zawieszono jednym końcem w punkcie O, wokół którego może się on obracać. W drugi koniec pręta uderza lecąca poziomo kula o masie m i wbija się w pręt. Wyznaczyć prędkość kuli wiedząc, że pręt pod wpływem zderzenia odchylił się maksymalnie o kąt φ względem pionu, a masa kuli wynosiła $m = M/3$.
Podać wartość liczbową prędkości kuli, jeśli $\varphi=\pi/2$, a długość pręta l = 1m.

Rozwiązanie

Z zasady zachowania momentu pędu

$$mvl = (I_p + I_k)\omega$$

gdzie $I_p = \frac{Ml^2}{3}$, $I_k = ml^2$.

Prędkość kątową pręta możemy też wyznaczyć z zasady zachowania energii w ruchu pręta po zderzeniu

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

$$Mg\Delta h + mg\Delta h_1 = \frac{1}{2}\left(I_p + I_k\right)\omega^2 \ ,$$

gdzie $\Delta h_1 = l(1 - \cos\varphi)$, $\Delta h = \Delta h_1/2$.

Z powyższych równań wyznaczamy prędkość kuli

$$v = \frac{1}{ml}\sqrt{gl(1 - \cos\varphi)(M + 2m)l^2\left(m + \frac{M}{3}\right)}.$$

Dla $m = M/3$ $\quad v = \sqrt{10gl(1 - \cos\varphi)}$,

a dla $\varphi = \pi/2$ $\quad v = \sqrt{10gl} \approx 10\ m/s.$

Zadanie 3

Relatywistyczny pociąg o długości l_0 = 200 m porusza się po prostych torach z prędkością V = 0.6 c. W tej samej chwili t' = 0 dwaj kolejarze P i K znajdujący się odpowiednio na początku i końcu pociągu wykonują za pomocą strzałów laserowych znaki na torach.

a) Jaką odległość między znakami na torach zmierzy obserwator stojący przy torach?
b) Jaką długość pociągu zmierzy ten obserwator?
c) Jaka będzie dla niego różnica czasu między wykonaniem znaków?
d) W jakiej kolejności zostaną one, według obserwatora, wykonane?

Rozwiązanie

Dane $\boldsymbol{\beta = 0.6}$, stad $\boldsymbol{\gamma = 10/8}$. Transformacja do układu obserwatora daje różnicę czasu i odległość między znakami na torach:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{ct} \\ \boldsymbol{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} & \boldsymbol{\gamma\beta} \\ \boldsymbol{\gamma\beta} & \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{ct'} \\ \boldsymbol{l_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} & \boldsymbol{\gamma\beta} \\ \boldsymbol{\gamma\beta} & \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{l_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma\beta l_0} \\ \boldsymbol{\gamma l_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{150\ m} \\ \boldsymbol{250\ m} \end{bmatrix}$$

Długość pociągu w układzie obserwatora:

$$\boldsymbol{l_p = \frac{l_0}{\gamma} = 160\ \mathrm{m}}$$

Przyjmijmy, że pociąg porusza się w kierunku dodatnim osi X. Koniec pociągu znajduje się w odległości l_k, a początek w $l_k + l_o$ od początku układu. W układzie obserwatora czas, w którym wykonano znak końcowy, wynosi: $ct_k = \gamma\beta l_k$, a dla znaku początku pociągu: $ct_p = \gamma\beta(l_k + l_0)$, więc $t_p > t_k$, czyli znak końca pociągu pojawi się przed znakiem jego początku.

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2013/2014)
Kolokwium 13.01.2014
Pytania testowe (A)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. W jednorodnym polu elektrycznym cząstka może poruszać się po

   [X] paraboli   [B] hiperboli   [C] okręgu   [D] elipsie

2. Okres T obiegu planet wokół Słońca zmienia się z wielką półosią ich orbity jak

   [A] $a^{2/3}$ [X] $a^{3/2}$ [C] a^2 [D] a^3

3. Jeśli odległość masy od osi obrotu zwiększy się dwukrotnie to pod wpływem danego momentu siły przyspieszenie kątowe

   [A] zwiększy się dwukrotnie   [B] zmniejszy się dwukrotnie   [X] zmniejszy się czterokrotnie   [D] zwiększy się czterokrotnie

4. Układ O' porusza się z prędkością V w kierunku osi X układu O. Zgodnie z transformacją Lorentza ($c \equiv 1$)

   [A] $x = \gamma x' + \beta t'$ [B] $x' = \gamma x - \beta t$ [X] $t' = \gamma(t - \beta x)$ [D] $t = \gamma(x' + \beta t')$

5. Cząstki o średnim czasie życia $\tau = 3\mu s$ poruszają się z prędkością $v = 0.8c$. Średni czas rozpadu mierzony w laboratorium wynosi

   [A] $2\mu s$ [X] $5\mu s$ [C] $8\mu s$ [D] $4\mu s$ 36925

Imię i Nazwisko: ....

Nr. albumu: .... Grupa ćwiczeniowa:...........

Fizyka I (2013/2014)
Kolokwium 13.01.2014
Pytania testowe (B)

Na każde pytanie jest dokładnie jedna prawidłowa odpowiedź. Należy ją zaznaczyć stawiając czytelny znak **X** w odpowiedniej kratce. Otoczenie zakreślonej kratki kółkiem anuluje odpowiedź. Ponownego wyboru anulowanej wcześniej odpowiedzi można dokonać czytelnie wypisując odpowiednią literę przy numerze pytania. Za dobrą odpowiedź uzyskuje się 1 punkt, za złą -0.5 punktu.

1. W jednorodnym polu magnetycznym cząstka może poruszać się po

   [A] elipsie [B] paraboli [C] hiperboli [X] okręgu

2. Planety krążą dookoła Słońca po orbitach

   [A] hiperbolicznych [X] eliptycznych ze Słońcem w jednym z ognisk
   [C] eliptycznych ze Słońcem w środku elipsy [D] kołowych

3. Ciężarek o masie m zawieszony jest na nieważkiej nitce nawiniętej na bloczek o masie M i promieniu r. Przyjmując, że $m \gg M$ przyspieszenie ciężarka będzie równe

   [X] g [B] $g\frac{2M}{m}$ [C] $g\frac{m}{M}$ [D] $g\frac{2m}{M}$

4. Układ O' porusza się z prędkością V w kierunku osi X układu O. Zgodnie z transformacją Lorentza ($c \equiv 1$)

   [A] $t = \gamma(x' + \beta t')$ [X] $x' = \gamma x - \gamma\beta t$ [C] $x = \gamma x' + \beta t'$ [D] $t' = \gamma t - \beta x$

5. Cząstki o średnim czasie życia $\tau = 20ns$ poruszają się z prędkością $v = 0.6c$. Średni czas rozpadu mierzony w laboratorium wynosi

   [A] $30ns$ [B] $15ns$ [X] $25ns$ [D] $50ns$

519345