



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Prawa ruchu: dynamika

Fizyka I (Mechanika)

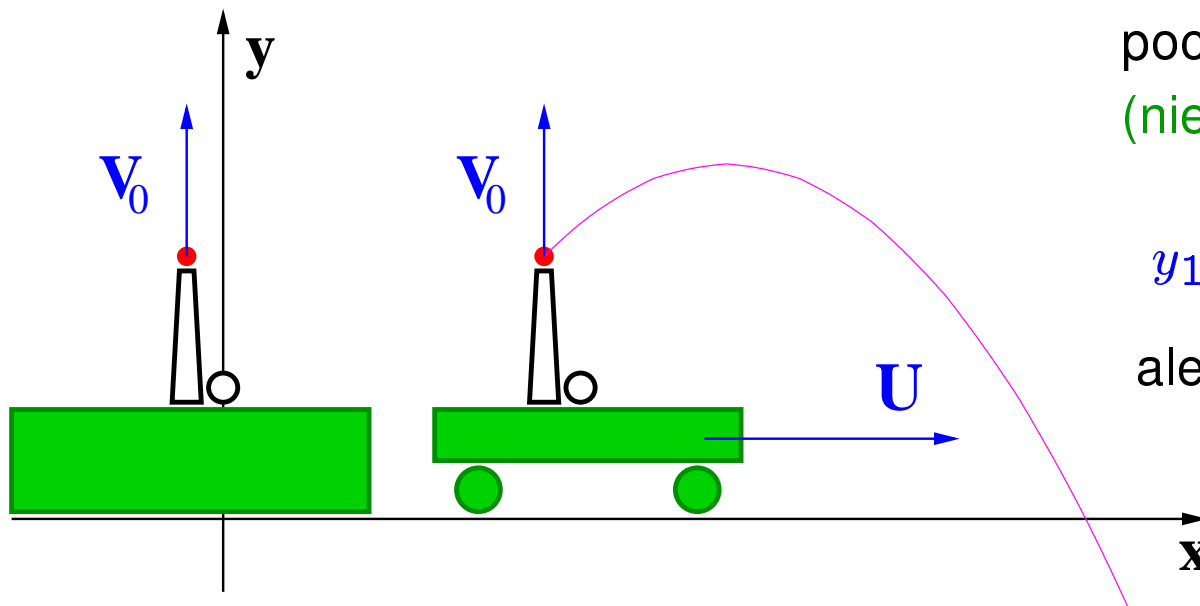
Wykład II:

- Transformacja Galileusza
- Bezwładność
- I zasada dynamiki, układ inercjalny
- II zasada dynamiki
- III zasada dynamiki

Transformacja Galileusza

Wybór układu odniesienia

Dwa identyczne działa ustawione są pionowo:
jedno na peronie, a drugie na wagonie.



Dla obserwatora na peronie ruch pocisków jest identyczny w pionie:
(niezależność ruchów)

$$y_1(t) = y_2(t) = y_0 + V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

ale różny w kierunku poziomym:

$$x_1(t) = 0$$

$$x_2(t) = U \cdot t$$

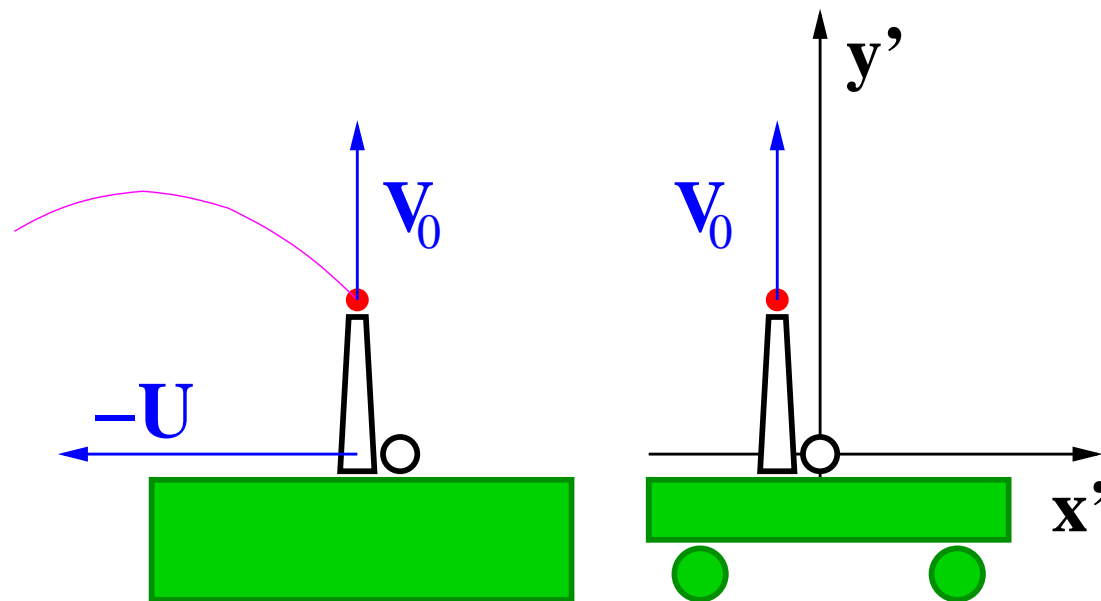
Skąd wiemy, że w kierunku pionowym ruch obu pocisków będzie identyczny?
(zaniedbując opory powietrza)

Transformacja Galileusza

Wybór układu odniesienia

Dwa identyczne działa ustawione są pionowo:
jedno na peronie, a drugie na wagonie.

Dla obserwatora na wagonie sytuacja
wygląda identycznie, tylko teraz porusza
się peron:



$$x'_1(t) = -U \cdot t$$

$$x'_2(t) = 0$$

Ruch w pionie nie zmienia się:

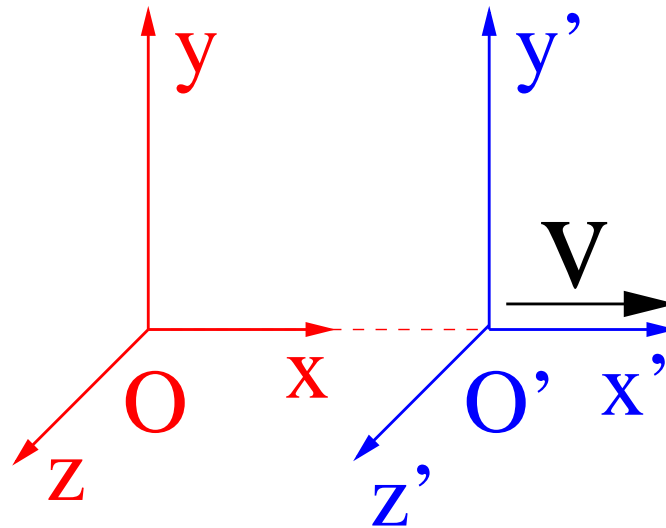
$$y'_1(t) = y'_2(t) = y_0 + V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

W kierunku pionowym ruch obu pocisków musi być identyczny
ze względu na symetrię zagadnienia.

Transformacja Galileusza

Rozważmy dwa układy odniesienia związane z obserwatorami O i O' poruszające się względem siebie ruchem **jednostajnym, prostoliniowym**.

Przyjmijmy, że osie układów są równoległe i ruch względny zachodzi w kierunku osi X . W chwili $t = t' = 0$ początki układów pokrywały się.

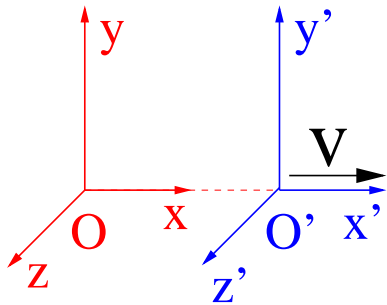


Obserwując **ten sam ruch** obserwatorzy mierzą **inną zależność** położenia od czasu.

Jeśli wiemy jak obserwatorzy poruszają się względem siebie, znamy \vec{V} , powinniśmy móc wyznaczyć transformacje $(x, y, z) \Leftrightarrow (x', y', z')$

Transformacja Galileusza

Transformacja współrzędnych przestrzennych



$$\text{Transformacja Galileusza} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + V t' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Transformacja Galileusza prowadzi do wzoru na składanie prędkości:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

\vec{V} - prędkość względna

Uniwersalność czasu

Czas nie zależy od układu odniesienia: $t \equiv t'$

Jest to **podstawowe założenie** w fizyce klasycznej (Newtonowskiej).

Transformacja Galileusza

Zasada względności

W roku 1604 Galileusz sformułował zasadę względności:

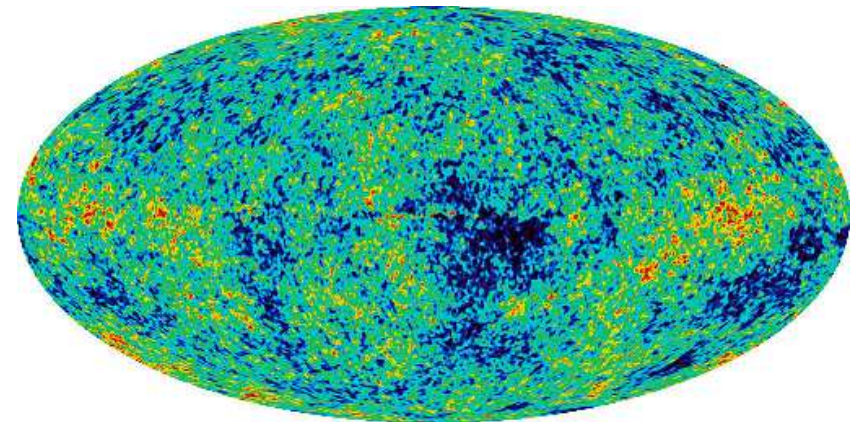
“Wszystkie układy odniesienia poruszające się względem siebie ze stałą prędkością są równoważne”

Prawa fizyki nie zależą od wyboru układu odniesienia (!).

Zasada względności nie oznacza wcale, że nie istnieje wyróżniony układ odniesienia.

Obserwacje mikrofalowego promieniowania tła, pozostałości Wielkiego Wybuchu, w którym powstał Wszechświat, pozwalają wskazać związany z nim układ odniesienia.

Ale to temat na osobny wykład...



Bezwładność



Bezwładność (inercja)

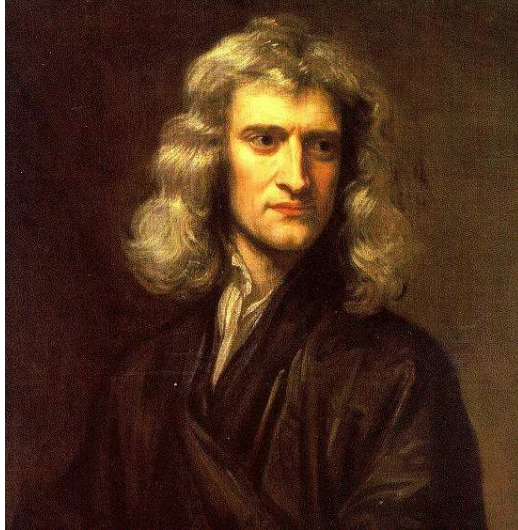
PWN 1998:

właściwość układu fizycznego (ciała) charakteryzująca jego podatność na zmiany stanu (ruchu)

- ⇒ dążenie układu do zachowania w stanie, w którym się znajduje
- ⇒ dążenie ciał do pozostawania w spoczynku lub w ruchu
- ⇒ “opór” stawiany przez układ, gdy próbujemy zmienić jego stan np. gdy próbujemy wprowadzić w ruch lub zatrzymać ciało

I zasada dynamiki

Isaac Newton



Zasada bezwładności

Zawarta w dziele:

“Zasady matematyczne filozofii naturalnej” (1687)

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

“Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.”

I zasada dynamiki

Zasada bezwładności w ujęciu Newtona ma dwie “wady”:

- przyjmuje, że można zdefiniować bezwzględny spoczynek i ruch
- zakłada, że na ciało mogą nie działać żadne siły

Układ odniesienia

Newton zakładał istnienie “przestrzeń absolutna”,
która “pozostaje zawsze taka sama i nieruchoma”

⇒ “absolutnego” układu odniesienia

Dziś wiemy, że taki układ nie istnieje.

Względem jakiego układu spełniona jest I zasada dynamiki ?

Jeśli dwa układy poruszają się względem siebie z przyspieszeniem,
I zasada dynamiki nie może być spełniona w obu z nich...

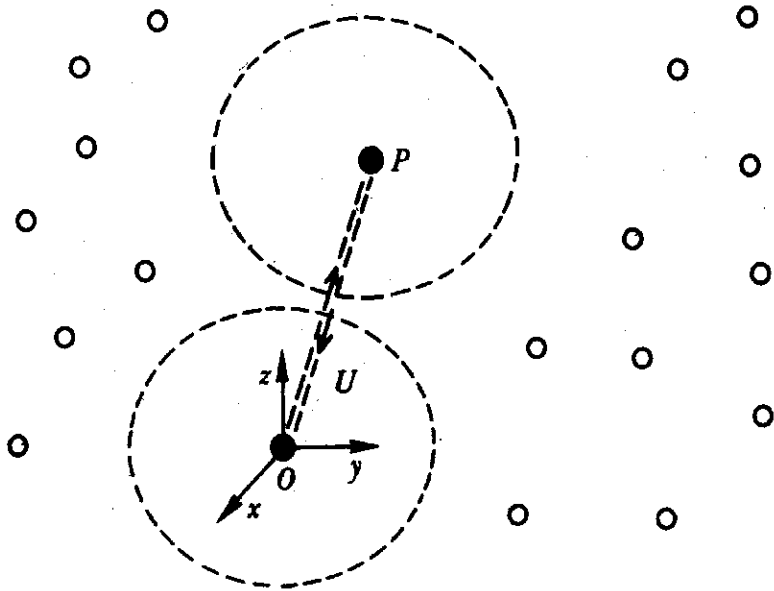
I zasada dynamiki

Ciało izolowane

Aby na ciało nie działały żadne siły musi być odizolowane od wpływu innych ciał.
Bardzo trudno o “doskonałą” izolację.

Wszystkie znane nam siły maleją z odległością

⇒ ciało uznamy za izolowane jeśli będzie dostatecznie daleko od innych ciał.



Aby zweryfikować zasadę bezwładności musimy mieć **dwa** ciała izolowane:
ciało obserwowane i układ odniesienia.

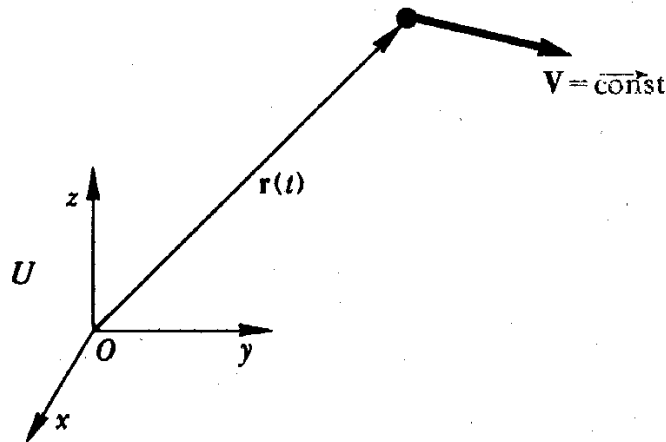
Ale każda obserwacja jest związana z jakimś **oddziaływaniem** !...

Nigdy nie spełnimy idealnych warunków...

I zasada dynamiki

Układ inercjalny

Układ w którym obowiązuje I zasada dynamiki nazywamy **układem inercjalnym**.



Jeśli istnieje **jeden** układ inercjalny to istnieje **nieskończenie wiele** układów inercjalnych.

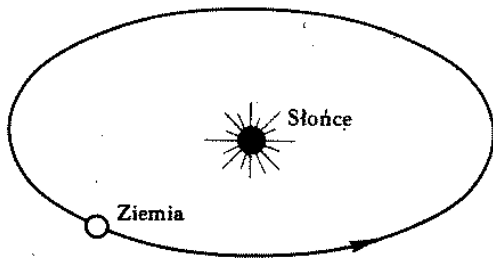
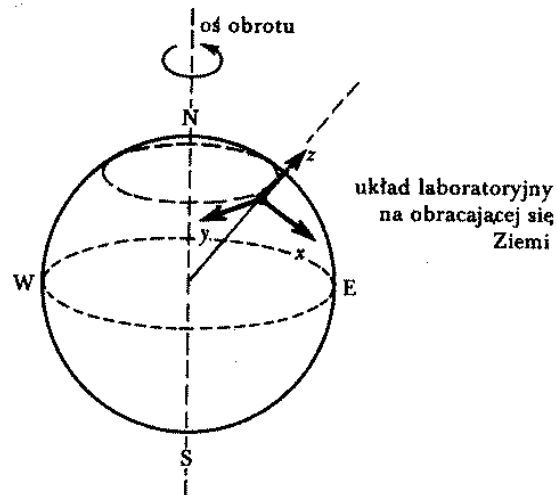
każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością $\vec{V} = const$

Zasada bezwładności jest równoważna z postulatem:

Istnieje układ inercjalny

I zasada dynamiki

Układ inercjalny



Jaki układ możemy uznać za inercjalny ?

Jest to idealizacja!

Wszystko zależy od zagadnienia i oczekiwanej dokładności pomiaru. Układ laboratoryjny związany z powierzchnią Ziemi nie jest ściśle inercjalny:

Rotacja Ziemi: $a_Z \approx 0.03 \frac{m}{s^2}$

Obieg wokół słońca: $a_S \approx 0.006 \frac{m}{s^2}$

Rotacja Galaktyki: $a_G \approx 0.000\ 000\ 000\ 3 \frac{m}{s^2}$

Na ogół jednak układ laboratoryjny (związany z Ziemią) w zupełności wystarcza

II zasada dynamiki

II prawo Newtona

“Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona”

Zmiana ruchu ciała (w układzie inercyjnym) jest zawsze wynikiem oddziaływania otoczenia (innych ciał).

Oddziaływanie to opisujemy ilościowo wprowadzając pojęcie **siły**

Siła jest wielkością wektorową (kierunek zmiany ruchu)

Siły możemy porównywać ilościowo niezależnie od ruchu ciał

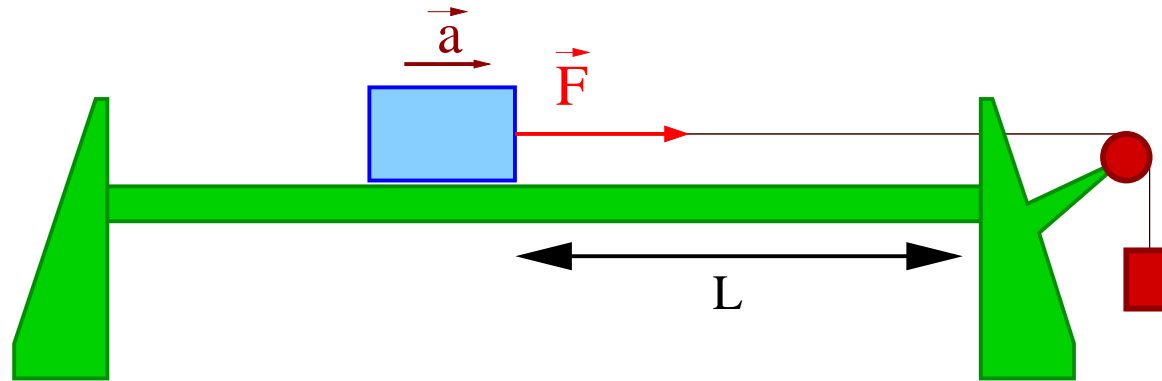
naogół wykorzystujemy przy tym I zasadę dynamiki (równowaga sił)

np. porównywanie ciężaru poprzez ważenie ciał, pomiar siły dynamometrem...

II zasada dynamiki

Ruch pod wpływem stałej siły

Niech na dane ciało **P** mogą działać **różne** siły $\vec{F} \Rightarrow$ nadają **różne** przyspieszenia \vec{a}



Przyjmijmy, że $\vec{r}(0) = \vec{v}(0) = 0 \Rightarrow$ ruch **prostoliniowy jednostajnie przyspieszony**.

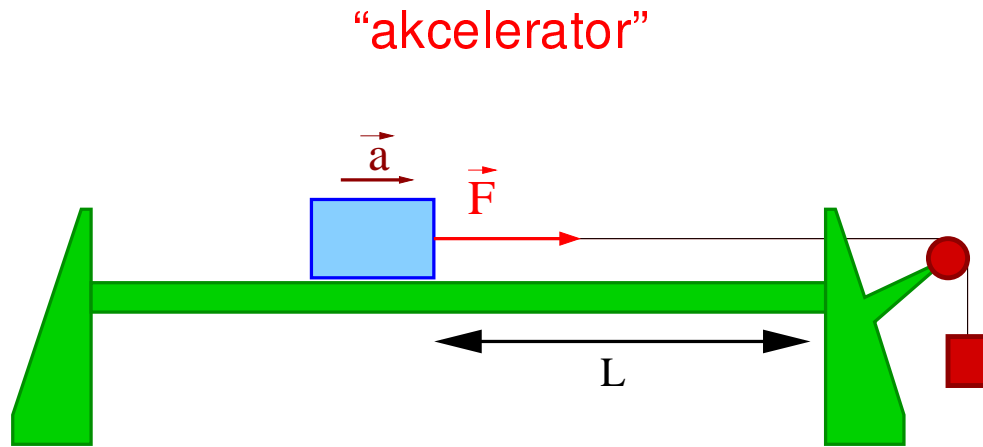
Przyspieszenie możemy wyznaczyć różnymi metodami: z pomiaru $\vec{r}(t)$, mierząc czas t_L przebycia drogi L lub uzyskaną na końcu tego odcinka prędkość v_L .

Doświadczenie potwierdza **proporcjonalność między siłą a przyspieszeniem**

$$F \sim a = \frac{2L}{t_L^2} = \frac{v_L^2}{2L}$$

II zasada dynamiki

Masa bezwładna



Ustalona siła \vec{F} działającą na **różne** ciała **P** nadaje im **różne** przyspieszenia \vec{a}

Możemy wprowadzić współczynniki **m**, które określają **stosunki przyspieszeń** różnych ciał

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots = \frac{1}{m_1} : \frac{1}{m_2} : \frac{1}{m_3} : \dots$$

Lub też:

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 = m_3 a_3 = \dots$$

Stosunki przyspieszeń zależą od badanych ciał ale **nie zależą** od przyłożonej **siły**

Możemy wybrać jakieś ciało i uznać je za “jednostkowe”

m - masa bezwładna

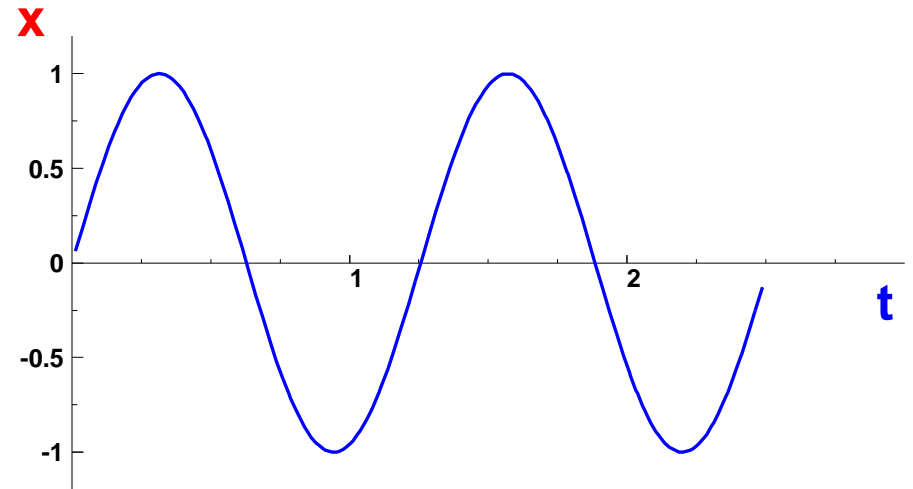
Ruch harmoniczny

Szczególny przykład ruchu drgającego:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Parametry

- amplituda A
- częstość kołowa ω
okres drgań $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- faza początkowa ϕ



$$\text{Prędkość: } V = \frac{dx}{dt} = \omega A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$\text{Przyspieszenie: } a = \frac{dV}{dt} = -\omega^2 A \cdot \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 \cdot x$$

Ruch harmoniczny

Równanie oscylatora harmonicznego

Równanie różniczkowe postaci:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (\text{ruch w jednym wymiarze})$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\omega^2 \vec{r} \quad (\text{postać ogólna})$$

Równanie oscylatora dobrze opisuje zachowanie bardzo wielu układów fizycznych:

- ciężarek na sprężynie
- wahadło matematyczne (dla małych wychyleń)
- struna
- szaławik na wodzie

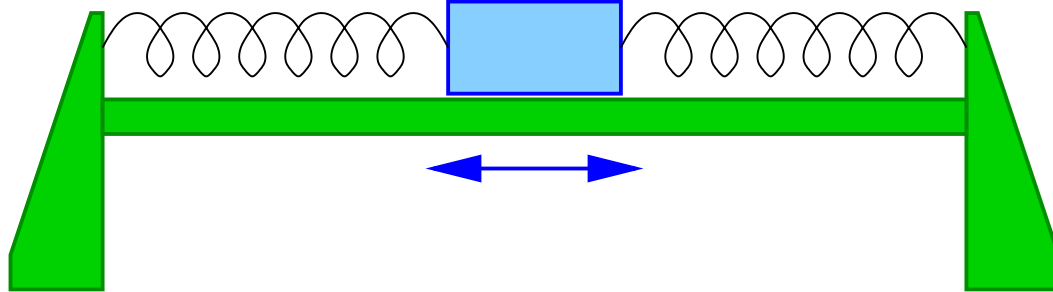
Wiemy, że rozwiązanie jest zawsze postaci

$$\vec{r} = \vec{A} \cdot \cos(\omega t) + \vec{B} \cdot \sin(\omega t)$$

II zasada dynamiki

Ruch harmoniczny

Pokaz



Siła z jaką działa sprężyna zależy wyłącznie od położenia wózka

$$F_x = -k \cdot x$$

Pomiar przyspieszenia:

Położeniem równowagi jest $x = 0$

Przyjmijmy, że $x(0) = R$ i $v_x(0) = 0$

run harmoniczny:

$$x(t) = R \cdot \cos(\omega t)$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

$$\Rightarrow a \sim T^{-2} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Druga zasada dynamiki:

$$a \sim \frac{1}{m} \Rightarrow T^2 \sim m \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

II zasada dynamiki

Siła

Jednostką masy bezwładnej jest kilogram, 1 kg

Druga zasada dynamiki Newtona:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

klasyczna definicja siły

Jednostka siły: 1 niuton $1 N = 1 kg \cdot 1 \frac{m}{s^2}$

Druga zasada dynamiki jest:

- wnioskiem z doświadczeń
- definicją nowych wielkości (masy i siły)

II zasada dynamiki

Zasada niezależności działania sił

Jeśli na ciało o masie m działają dwie niezależne siły F_1 i F_2 :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \\ \vec{F}_2 = m\vec{a}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m(\vec{a}_1 + \vec{a}_2)$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

⇒ przyspieszenie wywołane przez siłę wypadkową jest równe sumie przyspieszeń

Zasada addytywności masy

Dwie siły działając na dwie masy wywołują równe przyspieszenie:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 = m_1\vec{a} \\ \vec{F}_2 = m_2\vec{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

⇒ siła wypadkowa w działaniu na całkowitą masę daje takie samo przyspieszenie

II zasada dynamiki

Uogólnienie

Druga zasada dynamiki Newtona w postaci "klasycznej"

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

ważna jest tylko dla ciał których masa jest stała $m = \text{const}$

Możemy jednak uogólnić:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \stackrel{m=\text{const}}{=} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

gdzie $\vec{p} = m\vec{v}$ - pęd cząstki

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

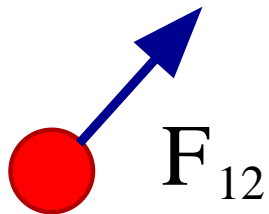
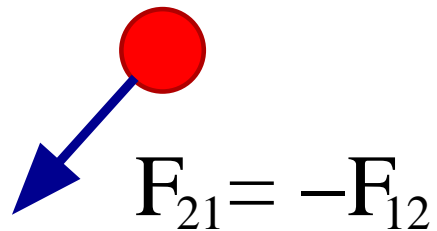
Jest słuszne także dla ciał o zmieniającej się masie (np. rakieta)
oraz w przypadku relatywistycznym (choć zmieni się definicja pędu).

Wynikiem działania siły jest zmiana pędu ciała: **zmiana pędu wymaga czasu !!!**

$$\Delta\vec{p} = \int_{\Delta t} \vec{F} dt \equiv I - \text{popęd siły}$$

III zasada dynamiki

Zasada akcji i reakcji



“Każdemu działaniu towarzyszy równe i przeciwnie skierowane przeciwdziałanie.

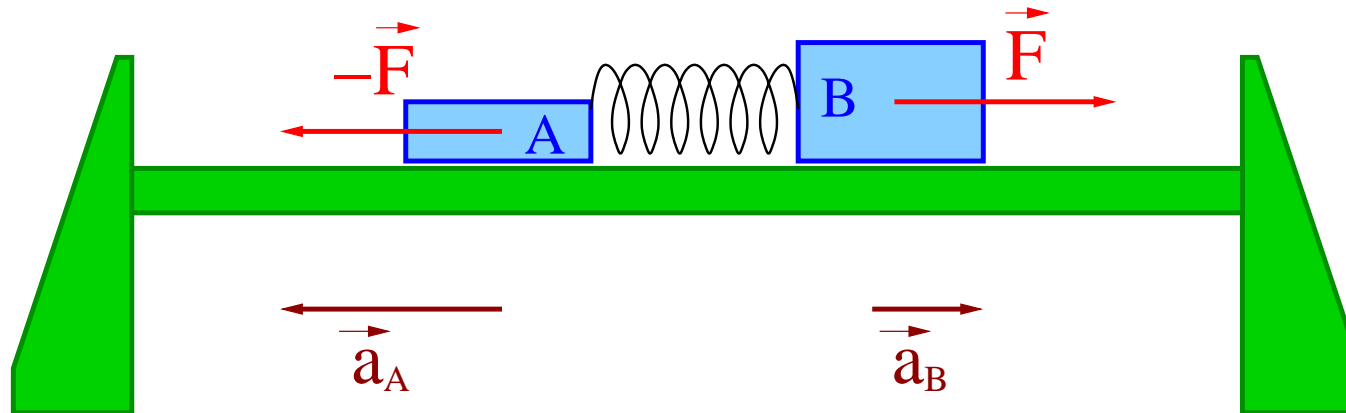
Wzajemne oddziaływania dwóch ciał są zawsze równe sobie i skierowane przeciwnie.”

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

III zasada dynamiki

Zasada akcji i reakcji

Pokaz



Siły akcji i reakcji są równe co do wartości.

Przyspieszenia są odwrotnie proporcjonalne do mas:

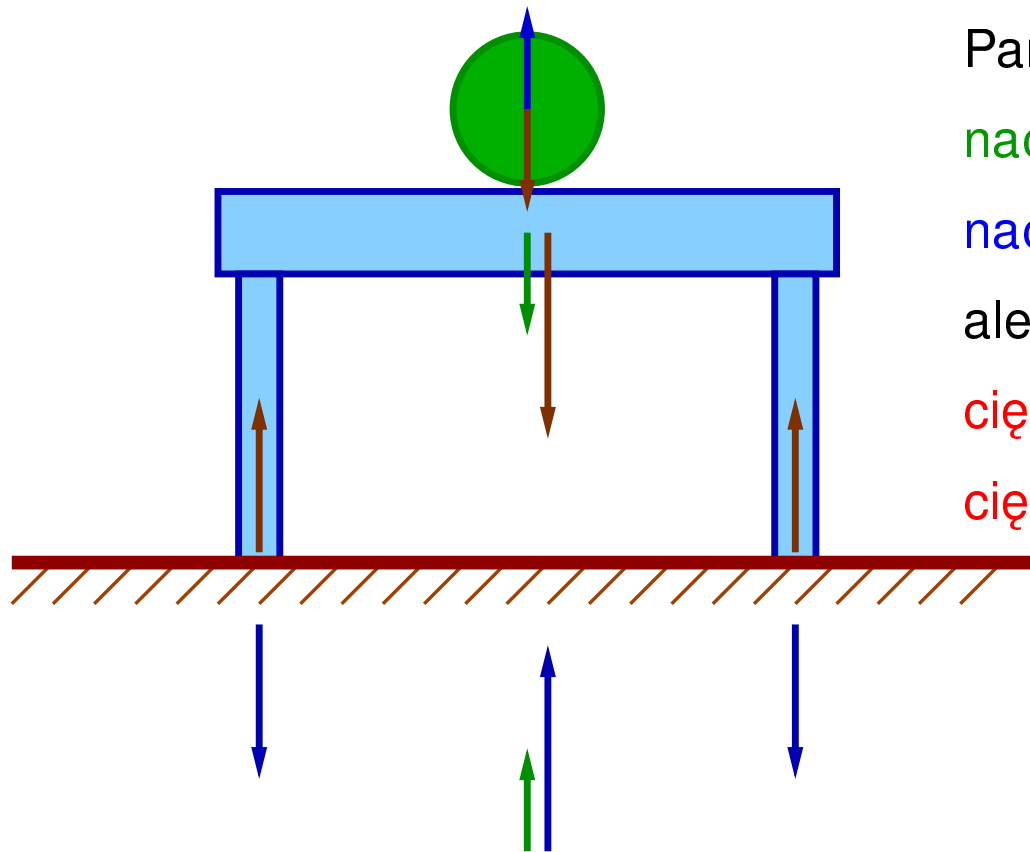
$$\begin{aligned}\vec{F}_A &= -\vec{F}_B \\ m_A \vec{a}_A &= -m_B \vec{a}_B \\ a_A : a_B &= \frac{1}{m_A} : \frac{1}{m_B}\end{aligned}$$

III zasada dynamiki

Zasada akcji i reakcji

Siły akcji i reakcji są przejawem oddziaływanie między dwoma ciałami

⇒ pary sił działające na różne ciała (!).



Pary sił akcji-reakcji:

nacisk kuli na stół - siła reakcji stołu

nacisk stołu na podłogę - siła reakcji podłogi

ale także

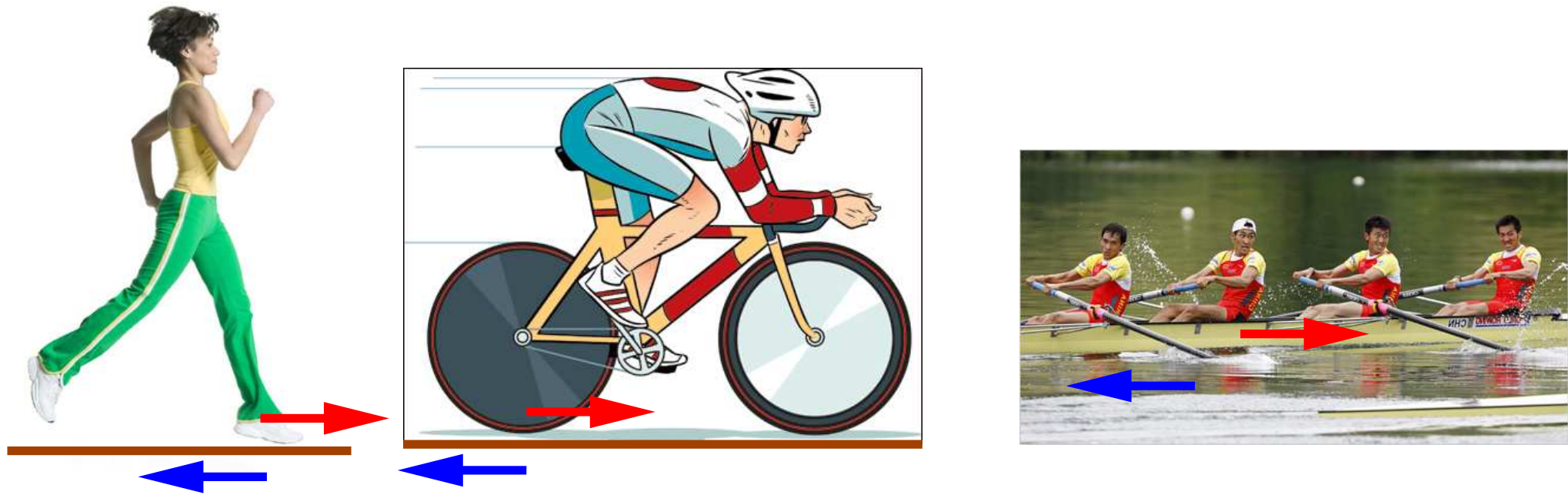
ciężar kuli - siła przyciągania Ziemi przez kulę

ciężar stołu - siła przyciągania Ziemi przez stół

III zasada dynamiki

Zasada akcji i reakcji

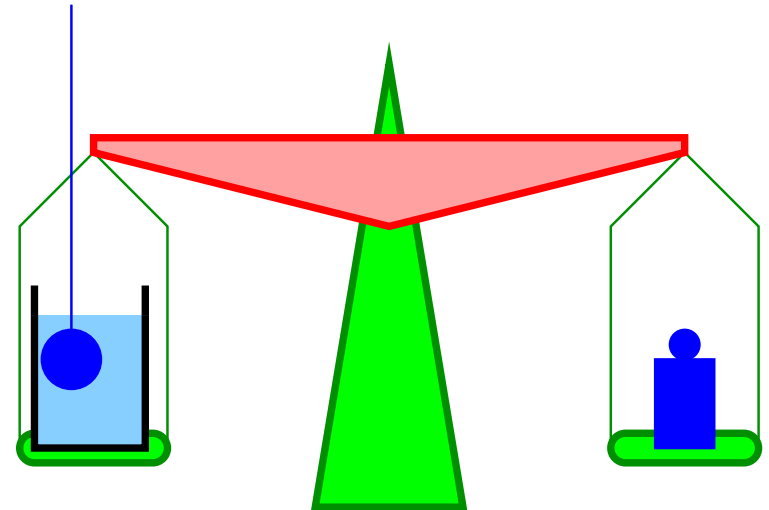
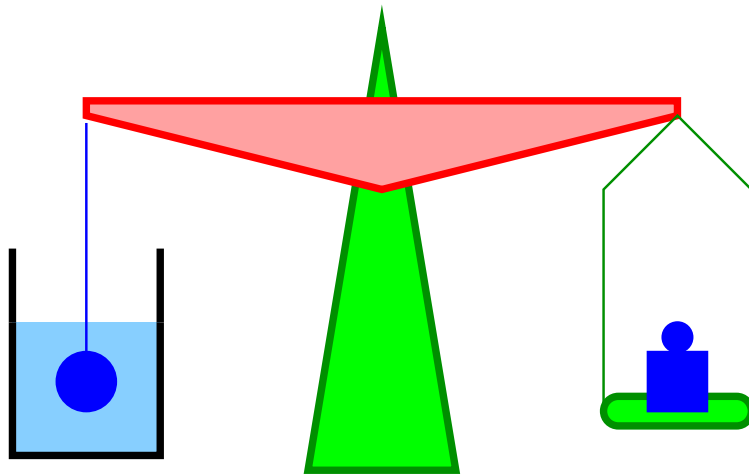
Poruszamy się dzięki siłom reakcji...



Idąc, jadąc na rowerze czy wiosłując działamy siłą na ziemię (wodę) starając się ją odepchnąć. To siła reakcji powoduje nasz ruch!

III zasada dynamiki

Siła wyporu



Ciało zanurzone w cieczy **traci na wadze**...

⇒ Ciecz działa na ciało siłą wyporu

Ale ciecz w której ciało zanurzamy

“przybiera” na wadze...

⇒ ciało działa na ciecz...

Łączny ciężar cieczy i ciała musi pozostać niezmienny...

Zasady dynamiki

Statyka

Ciało spoczywa, jeśli działające na niego siły równoważą się.

Równowaga ciężarka:

$$\vec{Q} + \vec{N} = 0 \Rightarrow Q = N$$

Równowaga sznurka:

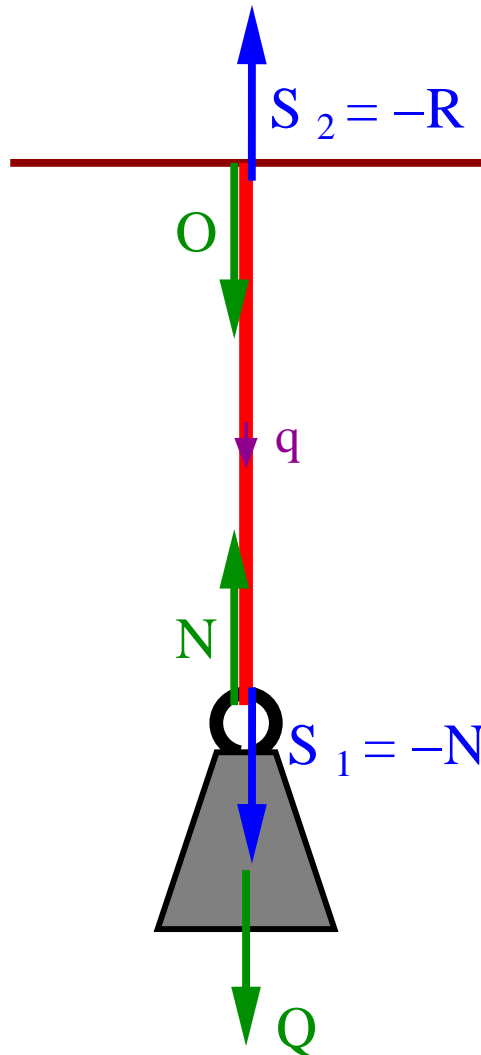
$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{q} = 0 \Rightarrow S_1 + q = S_2$$

III zasada dynamiki:

$$\vec{S}_1 = -\vec{N} \quad \vec{S}_2 = -\vec{R}$$

Jeśli sznurek jest nieważki ($\vec{q} = 0$) to otrzymujemy ostatecznie, że obciążenie sufitu jest równe ciężarowi ciała:

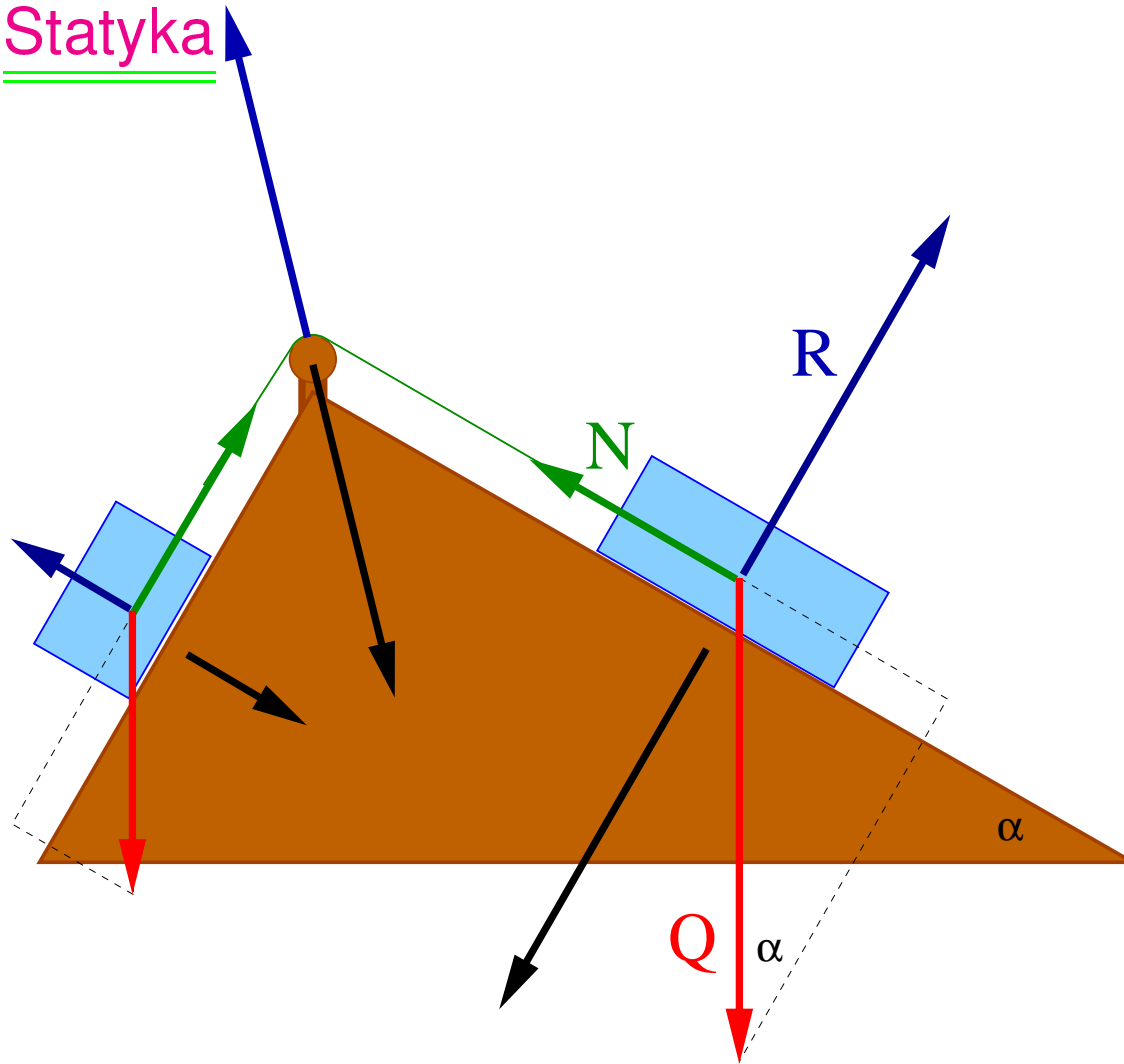
$$O = Q$$



Siła O musi być równoważona przez inne siły działające na sufit...

Zasady dynamiki

Statyka



Ciało spoczywa, jeśli działające na niego siły równoważą się.

W przypadku ciała na równi, **siła ciężkości** równoważona jest przez **siłę reakcji** równi i **napięcie sznurka**:

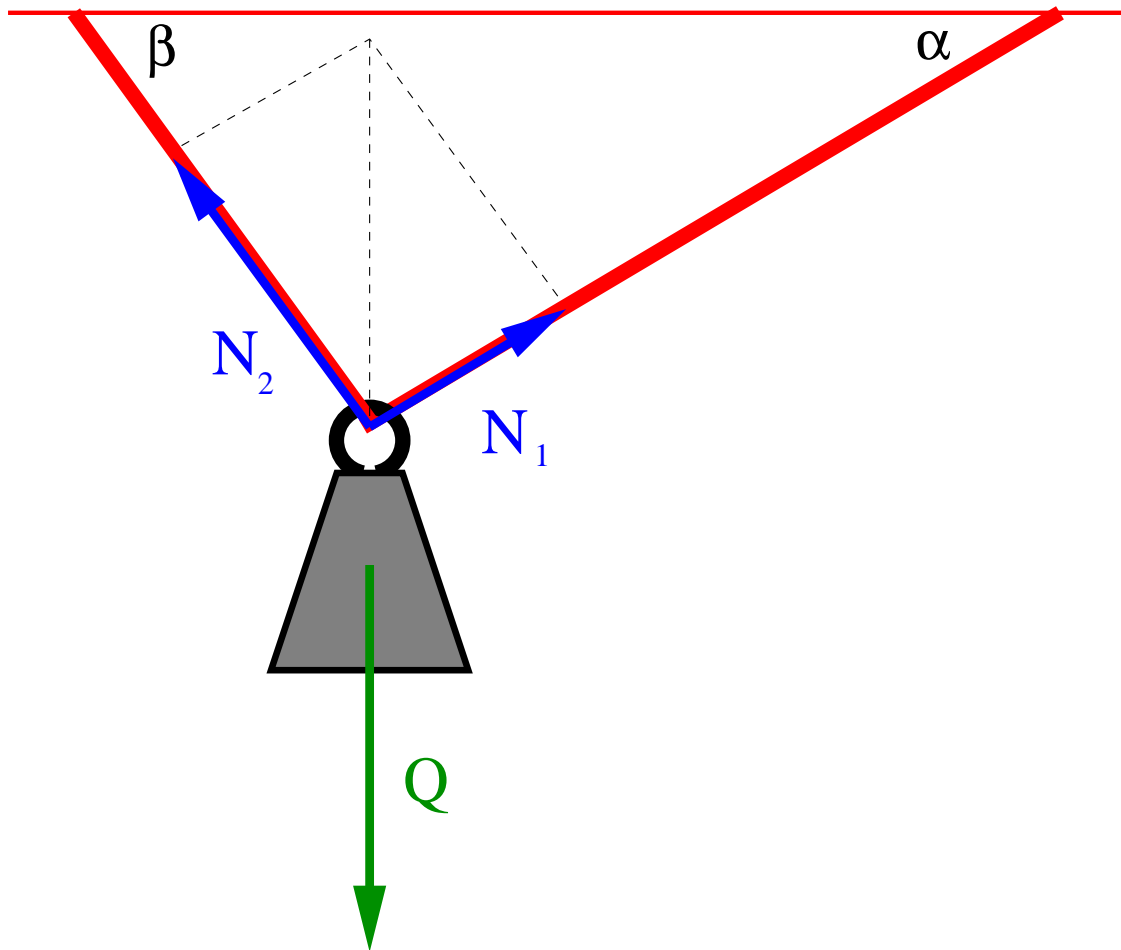
$$R = Q \cdot \cos \alpha$$

$$N = Q \cdot \sin \alpha$$

Pomijamy siły tarcia, sznurek równoległy do równi.

Zasady dynamiki

Statyka



Ciało spoczywa, jeśli działające na niego siły równoważą się.

Równowaga w pionie:

$$Q = N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta$$

Równowaga w poziomie:

$$N_1 \cos \alpha = N_2 \cos \beta$$

Otrzymujemy:

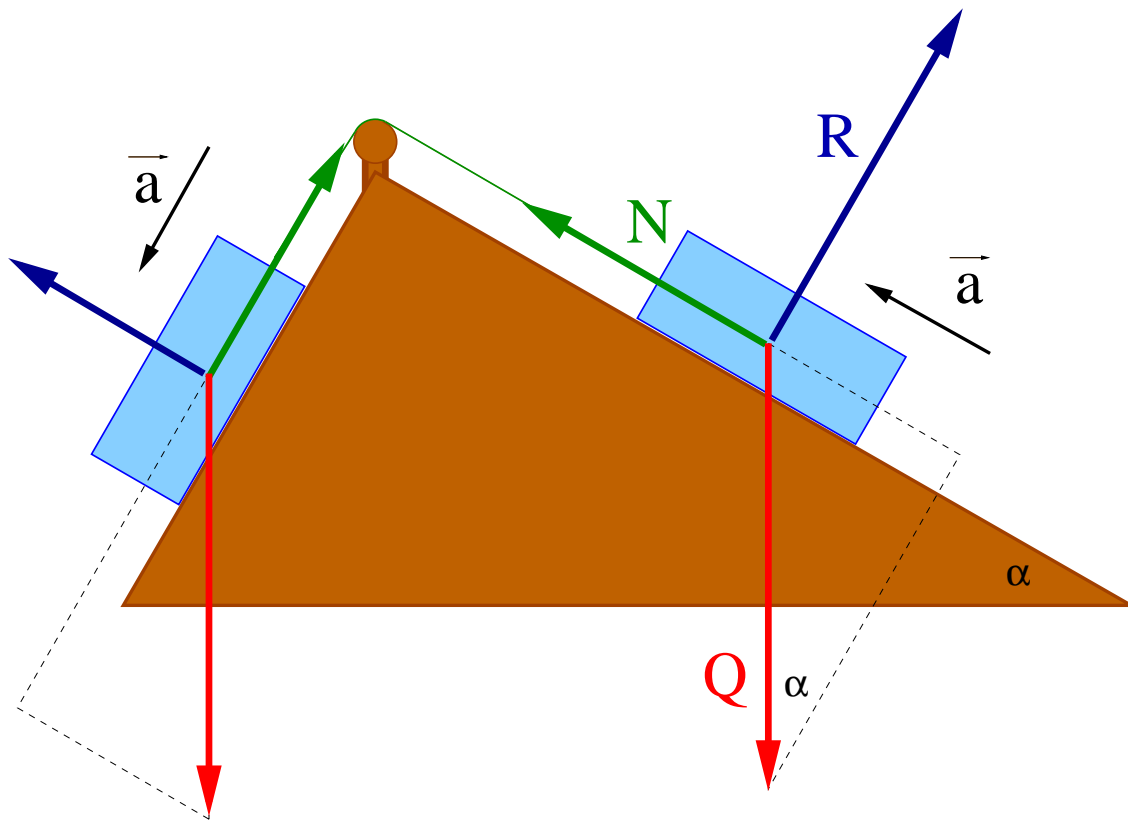
$$N_1 = \frac{Q \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Dla $\beta = \alpha$:

$$N_1 = N_2 = \frac{Q}{2 \sin(\alpha)}$$

Zasady dynamiki

Ruch



Jeśli ciało porusza się ruchem przyspieszonym to oznacza, że działające na niego siły **NIE równoważą się!**

W przypadku ciała na równi:

$$R = Q \cdot \cos \alpha$$

$$N \neq Q \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{N} + \vec{Q}_{\parallel} = m\vec{a}$$

Równowaga sił zachowana tylko na kierunku prostopadłym do równi!

Egzamin

Przykładowe pytania testowe:

1. Bezwładność to dążenie ciała do
 A zatrzymania się B zachowania ruchu C zmiany położenia
 D zachowania położenia
2. Układ B porusza się z przyspieszeniem względem układu A. Wynika z tego, że
 A A jest inercjalny B A i B jest nieinercjalny C A lub B jest nieinercjalny
 D B jest nieinercjalny
3. Jeśli masa ciała zwiększy się dwukrotnie to jego przyspieszenie pod działaniem ustalonej siły będzie
 A dwa razy większe B dwa razy mniejsze C takie samo D cztery razy większe
4. Jeśli masa ciała poruszającego się pod wpływem siły sprężystości wzrośnie czterokrotnie to okres drgań będzie
 A dwa razy większy B dwa razy mniejsze C cztery razy większe D nie zmieni się
5. Ciało o ciężarze 10 N po zanurzeniu w wodzie traci na wadze 3 N. O ile wzrośnie ciężar naczynia z wodą po położeniu na jego dnie tego ciała.
 A 10 N B 3 N C 7 N D 13 N
6. Dwa klocki o masach $m_1 = 2 m_2$ zsuwają się z tej samej wysokości po równi pochyłej. Stosunek ich prędkości na końcu równi v_1/v_2 wynosi
 A 2 B 1/2 C 1 D 1/4



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego