



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Kinematyka relatywistyczna

Fizyka I (Mechanika)

Wykład X:

- Transformacja Lorentza
- Względność równoczesności i przyczynowość
- Dylatacja czasu i skrócenie Lorentza
- Paradoks bliźniąt
- Efekt Dopplera

Postulaty Einsteina

W roku 1905 Einstein opublikował pracę “O elektrodynamice ciał w ruchu”.

Zawarł w niej dwa postulaty, które *“wystarczają do podania prostej, wolnej od sprzeczności elektrodynamiki ciał w ruchu, opartej na teorii Maxwella...”*

- prawa fizyki są identyczne w układach będących względem siebie w ruchu jednostajnym prostoliniowym (zasada względności)
- prędkość światła w próżni, c , jest jednakowa w każdym kierunku we wszystkich inercjalnych układach odniesienia, niezależnie od wzajemnego ruchu obserwatora i źródła (uniwersalność prędkości światła)

Drugi postulat oznacza odrzucenie uniwersalności czasu i transformacji Galileusza.

Transformacja Galileusza nie jest jedyną transformacją, która zgodna jest z zasadą względności. Z zasadą tą zgodna jest też transformacja Lorentza.

Czy istnieje więcej takich transformacji?

Transformacja Lorentza

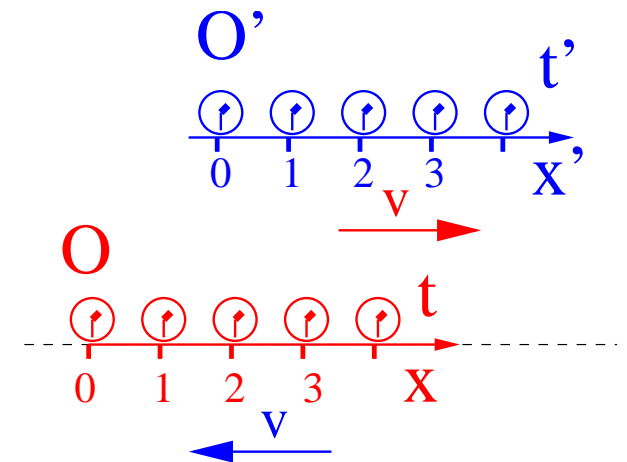
Transformacja Lorentza ma bardzo szczególne własności, nie jest “jednym z wielu” możliwych przekształceń.

Korzystając tylko z:

- definicji (inercjalnego) układu odniesienia (zasady bezwładności)
- zasady względności (równoprawności układów odniesienia)

można pokazać, że związek między współrzędnymi zdarzenia w dwóch układach odniesienia **musi** mieć postać:

$$\begin{cases} t = \frac{t' + E V x'}{\sqrt{1 - E V^2}} \\ x = \frac{V t' + x'}{\sqrt{1 - E V^2}} \end{cases} \quad y = y' \quad z = z'$$



Gdzie **nieznana** pozostaje jedynie **stała E**

Transformacja Lorentza

Przyjęcie $E = 0$ odpowiada transformacji Galileusza

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + V t' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad \text{albo:} \quad \begin{pmatrix} c t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\text{gdzie } \beta = \frac{V}{c}$$

Konsekwencjami transformacji Galileusza jest:

- uniwersalność czasu
- względność prędkości $v = v' + V$

W transformacji Galileusza czas jest wyróżniony!

Nie ma symetrii między wymiarami przestrzennymi i czasem.

Transformacja Lorentza

Postulat Einsteina **stałości prędkości światła** oznacza przyjęcie $E = \frac{1}{c^2}$.

Wprowadzając tzw. czynnik Lorentza:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - E V^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Otrzymujemy wzory na **transformację Lorentza**

$$\begin{cases} ct = c\gamma t' + \gamma\beta x' \\ x = c\gamma\beta t' + \gamma x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

Pełna symetria między ct (**współrzędna czasowa**) i x (**współrzędna przestrzenna**)!!!

Dla wygody często przyjmuje się konwencje $c \equiv 1$ i pomija c we wzorach.

Transformacja Lorentza

Wyrażenia na Transformację Lorentza uzyskaliśmy przy założeniu, że początki układów mijają się w chwili $t = t' = 0$.

⇒ zdarzenie to ma w obu układach współrzędne $(0, 0, 0, 0)$
wspólne zdarzenie odniesienia

W ogólności Transformację Lorentza opisuje transformację różnicy współrzędnych dwóch wybranych zdarzeń A i B: $\Delta t = t_B - t_A$, $\Delta x = x_B - x_A \dots$

Przyjmując $c \equiv 1$:

$$\begin{pmatrix} \Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \Delta t' + \gamma \beta \Delta x' \\ \gamma \beta \Delta t' + \gamma \Delta x' \\ \Delta y' \\ \Delta z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \beta & 0 & 0 \\ \gamma \beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta t' \\ \Delta x' \\ \Delta y' \\ \Delta z' \end{pmatrix}$$

Jeśli przyjmiemy, że w obu układach $A = (0, 0, 0, 0) \Rightarrow$ transformacja współrzędnych.

Transformacja Lorentza

Wykres Minkowskiego

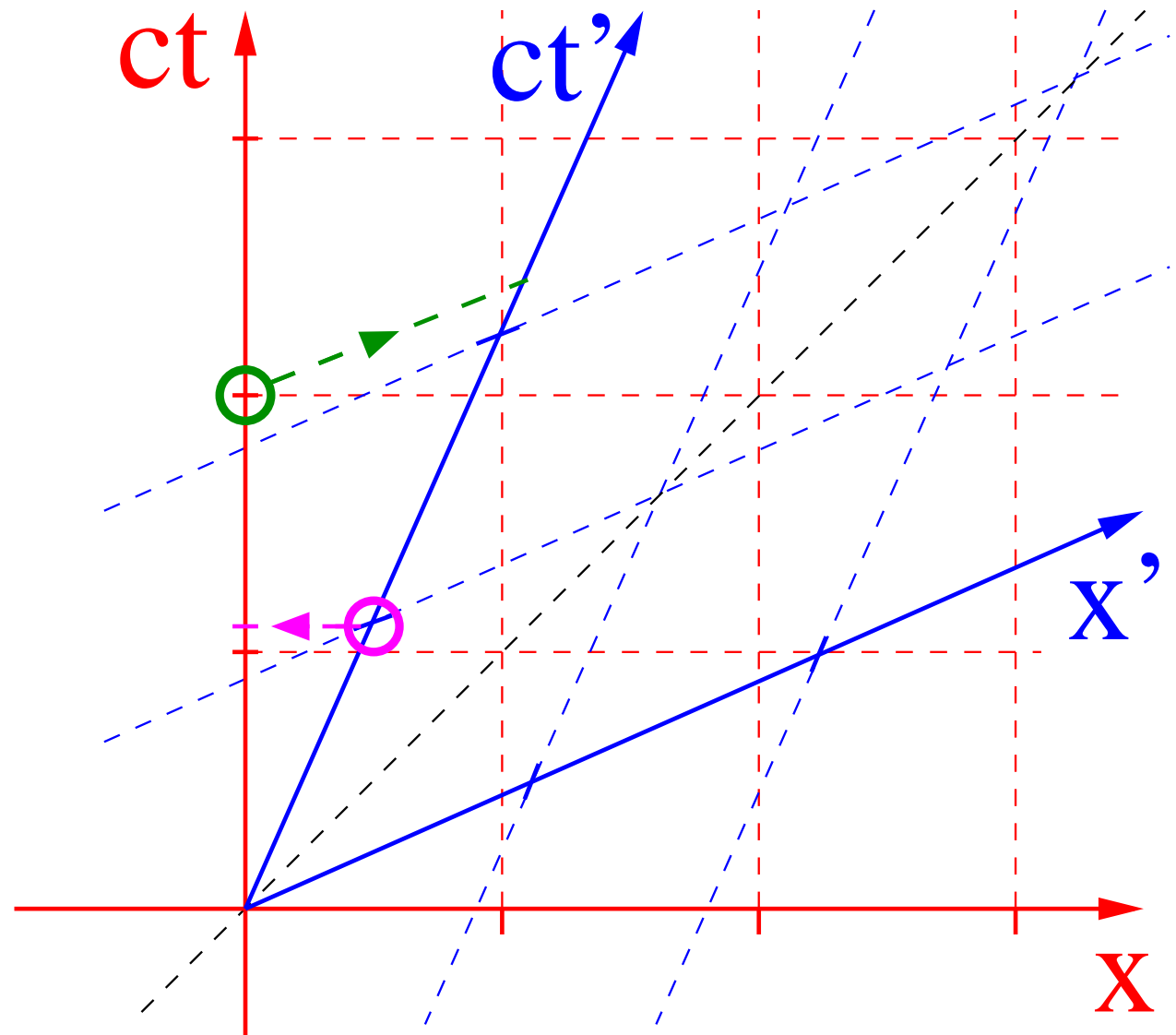
Graficzna reprezentacja transformacji Lorentza

Osie układu O' nachylone są do osi O pod kątem

$$\tan \theta = \beta = \frac{v}{c}$$

Długości jednostek osi układu O' widziane w układzie O są wydłużone o czynnik γ

Ale także obserwator O' widzi wydłużenie osi układu O !



Dylatacja czasu

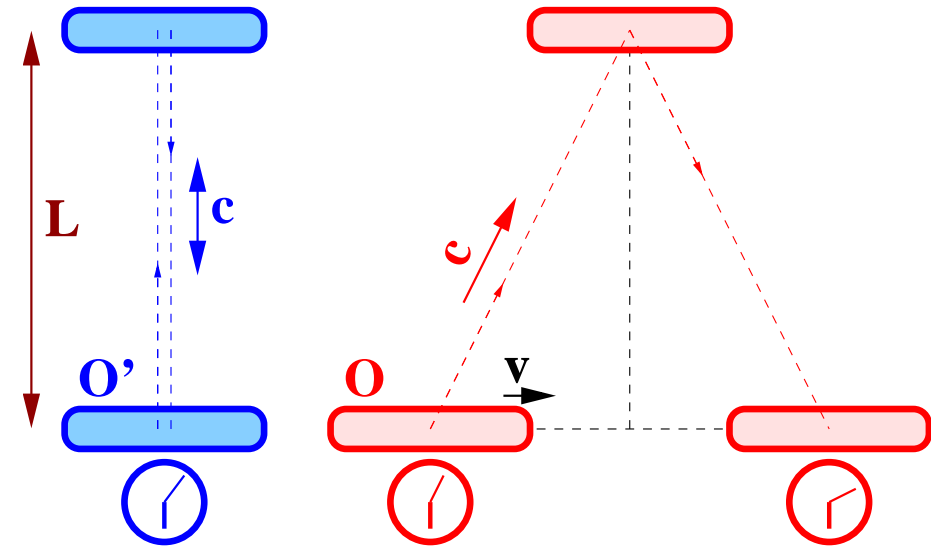
Względność czasu

Obserwator O' odmierza czas przy pomocy zegara świetlnego: takt $\Delta t' = \frac{2l}{c}$

Dla obserwatora O światło pokonuje dłuższą drogę $\Rightarrow \Delta t = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

Dylatacja czasu: $\Delta t = \gamma \Delta t'$

Dla obserwatora O zegar w O' chodzi wolniej !



Wynika to też wprost ze wzoru na transformację Lorentza:

$$c \Delta t = \gamma c \Delta t' + \gamma \beta \Delta x'$$

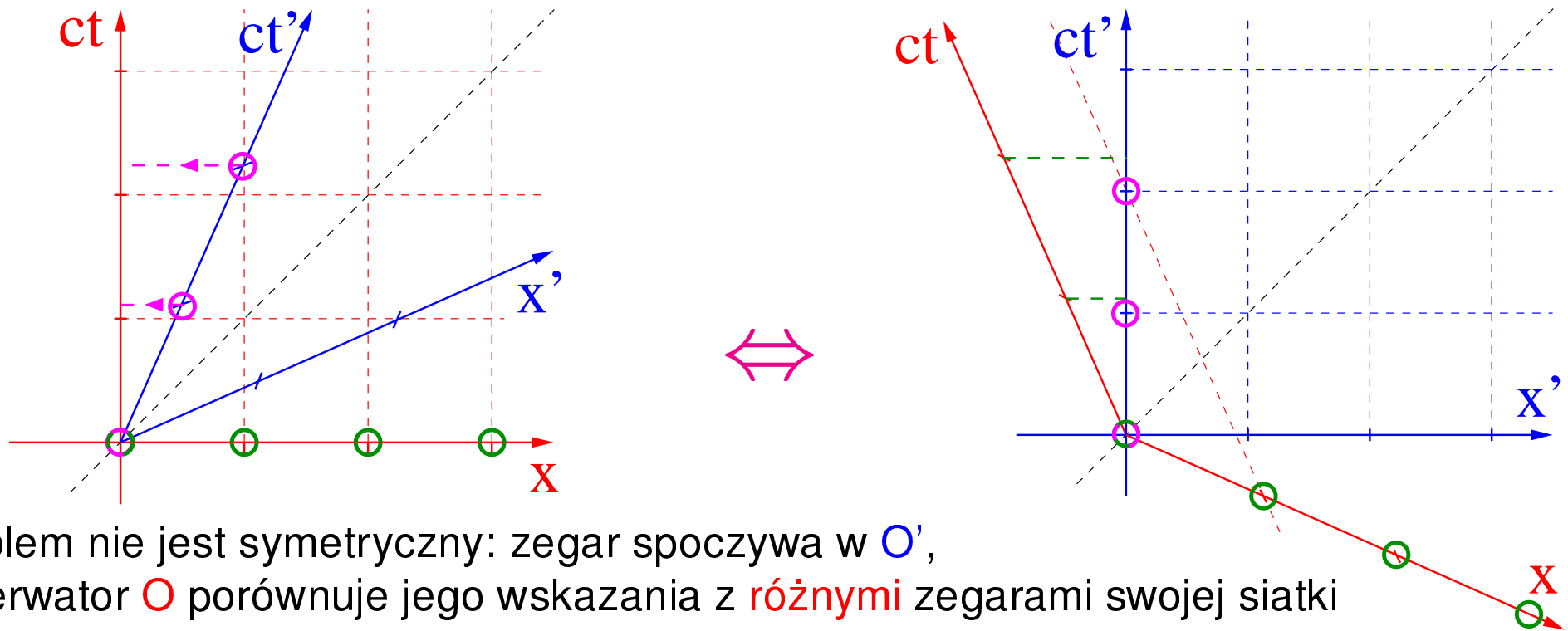
W układzie O' zegar spoczywa, czyli $\Delta x' \equiv 0$

\Rightarrow w każdym innym układzie zegar będzie “chodził” wolniej! $\Delta t \geq \Delta t'$

Wybór zegara, który obserwujemy łamie symetrię między układami.

Dylatacja czasu

Zegar układu O' obserwowany z układu O



Problem nie jest symetryczny: zegar spoczywa w O' , obserwator O porównuje jego wskazania z **różnymi** zegarami swojej siatki

Obserwator O stwierdzi, że zegar w O' chodzi wolniej: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$

Obserwator O' stwierdzi, że pomiar był **źle wykonany**, bo **zegary** w O

- nie są zsynchronizowane,
- chodzą za wolno.

Dylatacja czasu

Pomiar

Eksperyment z zegarami atomowymi w samolocie (Hafele i Keating, 1972)

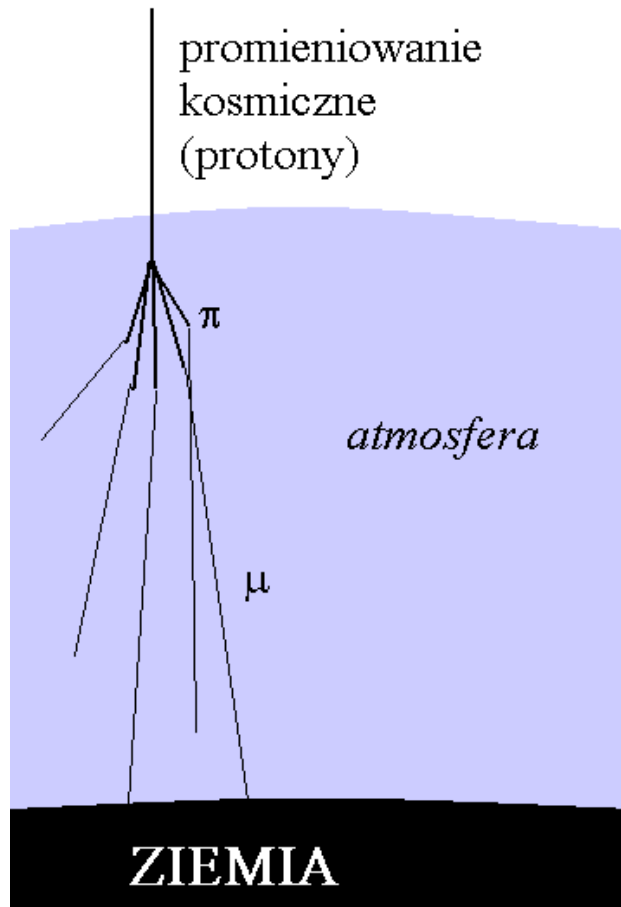
Przewidywania [ns]	Lot na wschód	Lot na zachód
efekt kinematyczny	-184 ± 18	96 ± 10
efekt grawitacyjny	144 ± 14	179 ± 18
suma	-40 ± 23	275 ± 21

Wyniki eksperymentów

zegar 1	-57	277
zegar 2	-74	284
zegar 3	-55	266
zegar 4	-51	266
Średnia	-59 ± 10	273 ± 7

Dylatacja czasu

Czas życia cząstek

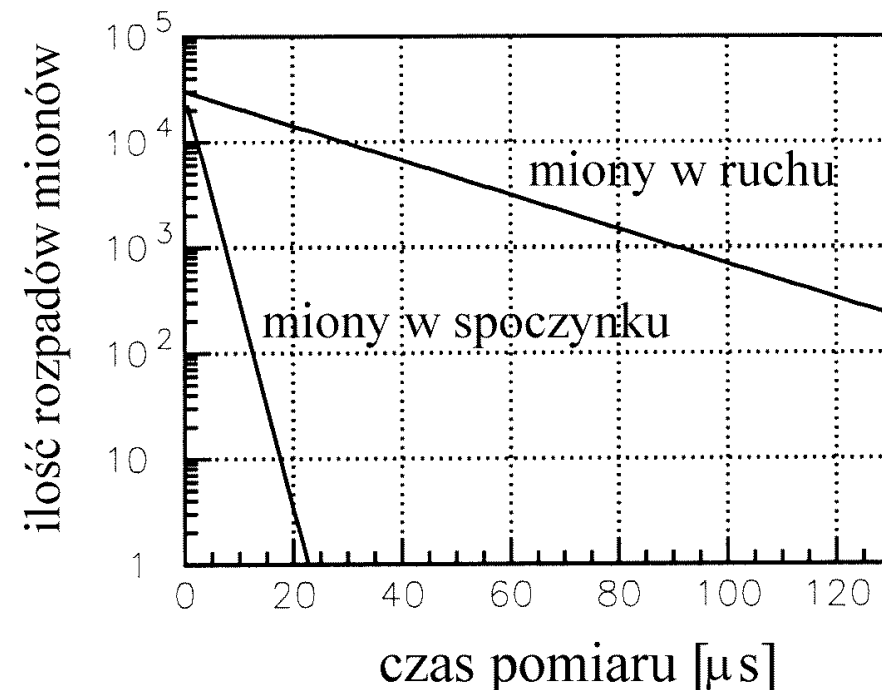


Czas życia mionu (w spoczynku): $\tau = 2.2 \mu\text{s}$

Gdyby nie było dylatacji czasu: średni zasięg $\beta c\tau \leq 659 \text{ m}$

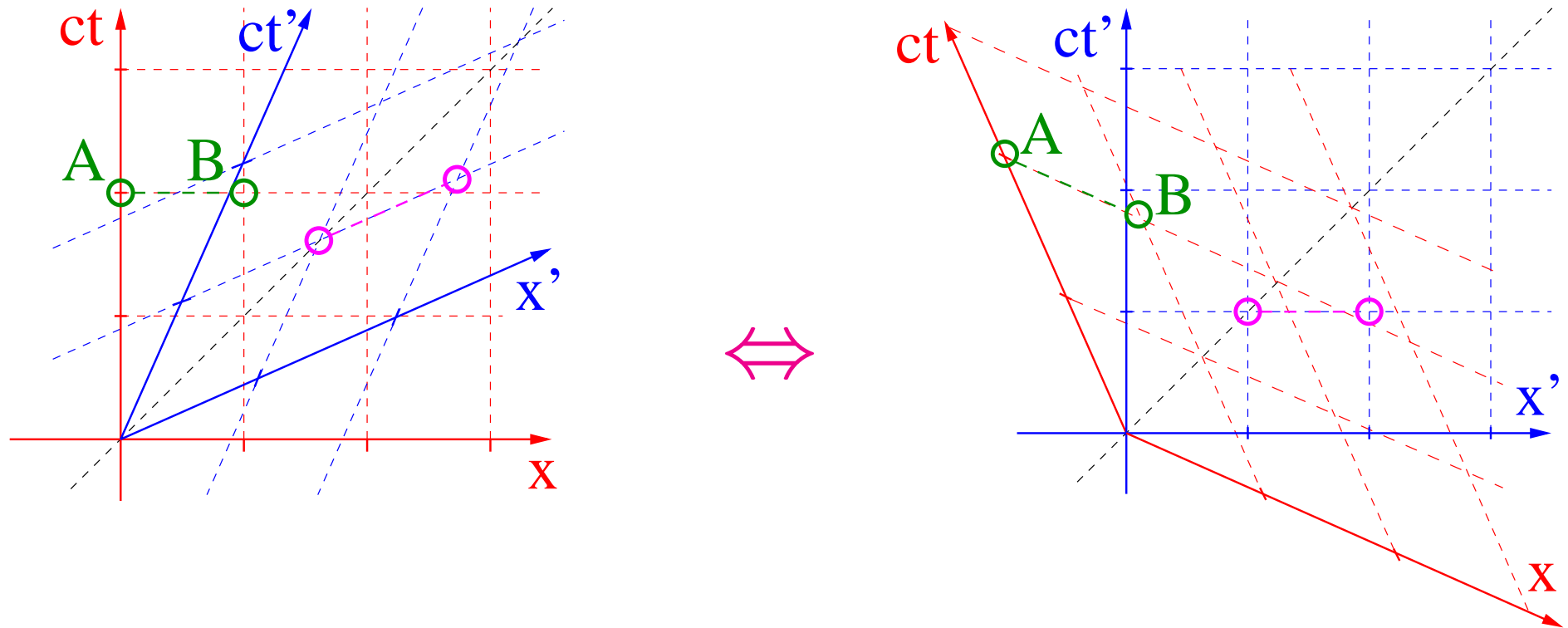
Miony produkowane w górnych warstwach atmosfery mają jednak bardzo duże energie: $\langle E \rangle \sim 3 \text{ GeV} \Rightarrow \gamma \sim 30$

Bez problemu docierają do powierzchni Ziemi: $\beta\gamma c\tau \sim 20 \text{ km}$



Transformacja Lorentza

Względność równoczesności



Dwa zdarzenia równoczesne w układzie O nie są równoczesne w układzie O'
Kolejność w jakiej zaobserwuje je obserwator O' zależy od **położenia** zdarzeń
w stosunku do **kierunku ruchu** względnego.

Transformacja Lorentza

Interwał

Interwał czasoprzestrzenny między dwoma zdarzeniami definiujemy jako:

$$s_{AB} = (\Delta ct)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

Interwał jest niezmiennikiem transformacji Lorentza ! “odległość” w czasoprzestrzeni

Nie zależy od układu odniesienia, w którym go mierzymy.

Przyczynowość

Jeśli $s_{AB} > 0$ to można znaleźć taki układ odniesienia, w którym zdarzenia A i B będą zachodzić w tym samym miejscu.

$\sqrt{s_{AB}}$ określa odstęp czasu między zdarzeniami w tym układzie

Jeśli zdarzenia A i B związane są z ruchem jakiejś cząstki \Rightarrow czas własny

$$s_{AB} > 0 - \text{interwał czasopodobny}$$

\Rightarrow Zdarzenia A i B mogą być powiązane przyczynowo.

Ich kolejność jest zawsze ta sama.

Transformacja Lorentza

Przyczynowość

Jeśli $s_{AB} < 0$ to można znaleźć taki układ odniesienia, w którym zdarzenia A i B będą zachodzić w tej samej chwili.

$\sqrt{-s_{AB}}$ określa odległość przestrzenną między zdarzeniami w tym układzie np. mierzona długość ciała (A i B - pomiary położenia końców)

$s_{AB} < 0$ - interwał przestrzeniopodobny

⇒ Zdarzenia A i B **NIE** mogą być powiązane przyczynowo !
Kolejność zdarzeń zależy od układu odniesienia.

Jeśli $s_{AB} = 0$ to w żadnym układzie odniesienia zdarzenia A i B nie będą zachodzić w tej samej chwili ani w tym samym miejscu

$s_{AB} = 0$ - interwał zerowy

Zdarzenia A i B może połączyć przyczynowo jedynie impuls świetlny

Transformacja Lorentza

Przyczynowość

O - “tu i teraz”

$$s_{OA} > 0 \text{ i } t_A > 0$$

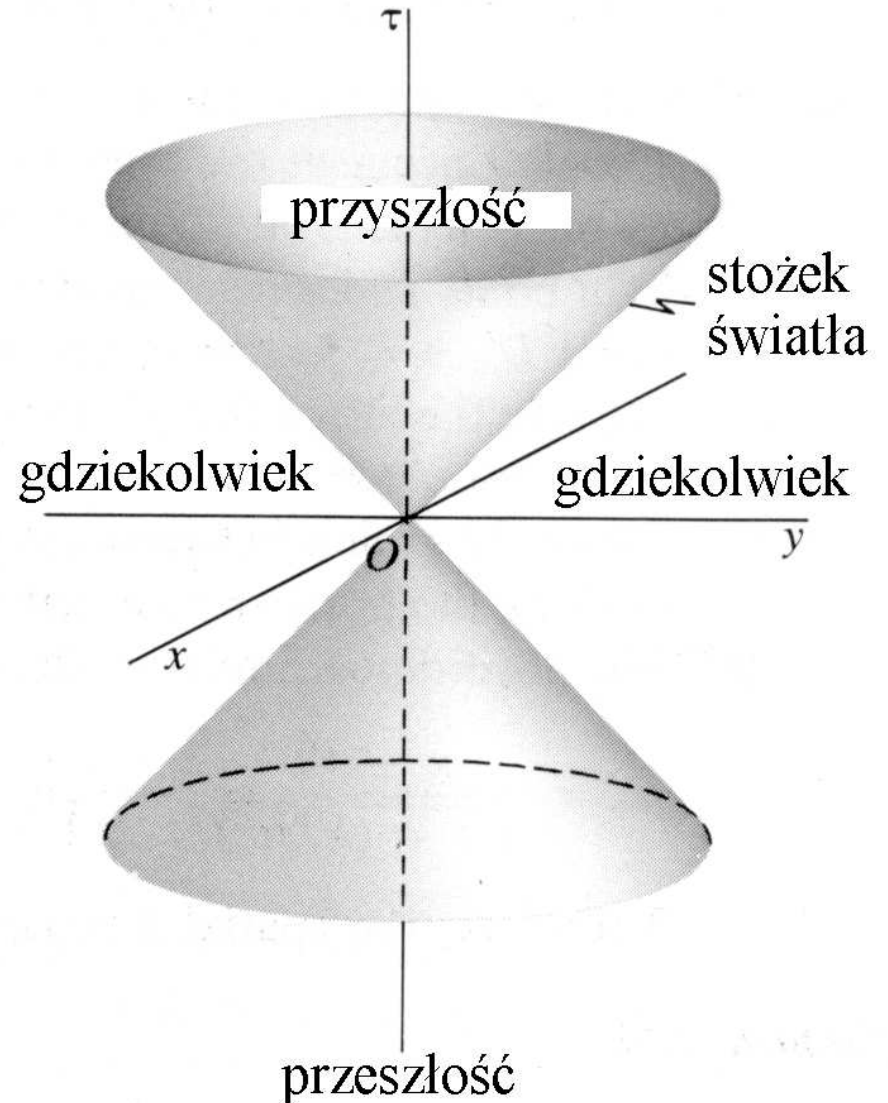
bezwzględna przyszłość: zdarzenia
na które możemy mieć wpływ

$$s_{OA} < 0$$

zdarzenia bez związku przyczynowego

$$s_{OA} > 0 \text{ i } t_A < 0$$

bezwzględna przeszłość: zdarzenia
które mogły mieć wpływ na nas



Skrócenie Lorentza

O' - układ związany z rakieta
o długości L_0 .

Pomiar długości:
równoczesny pomiar
położenia obu końców.

Pomiar **AB** w układzie O :

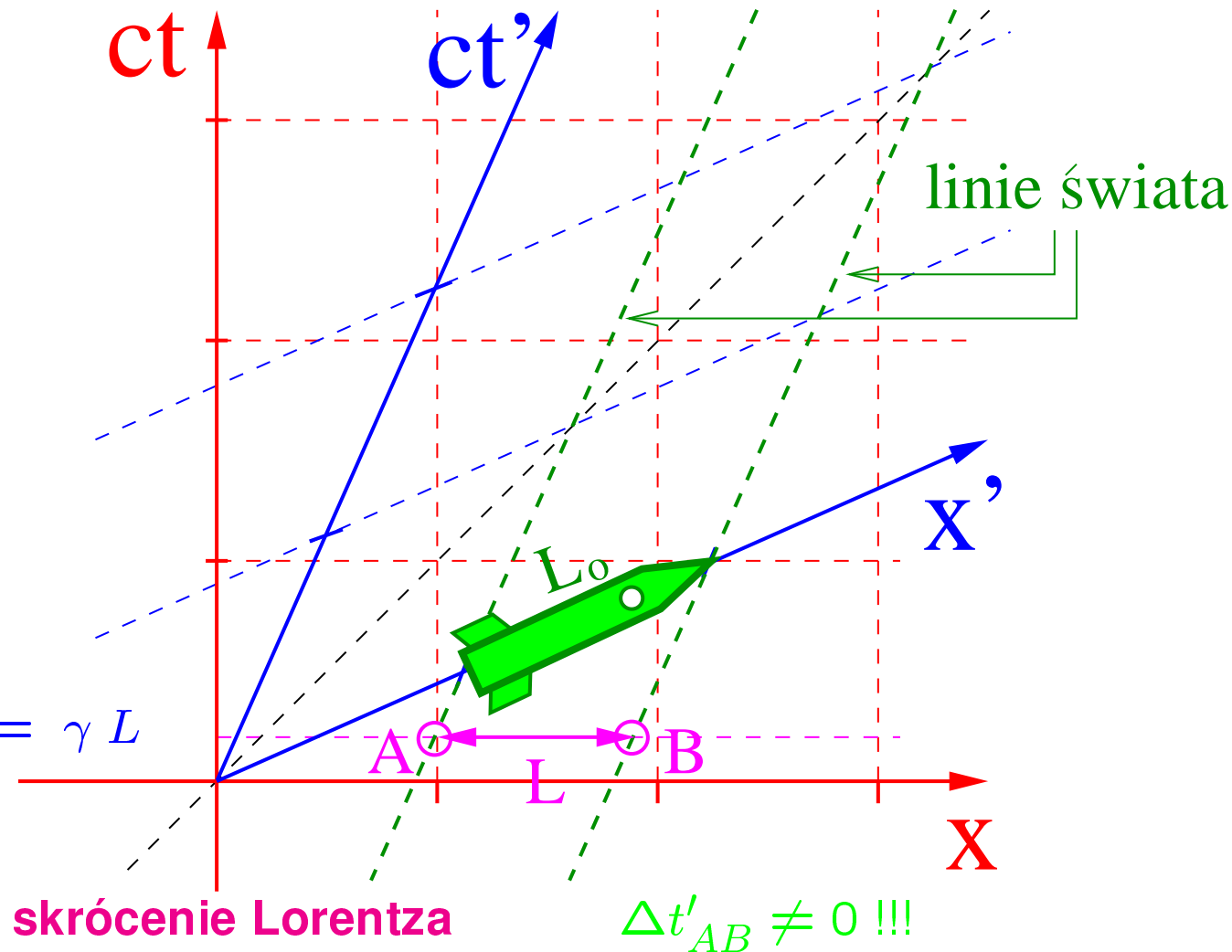
$$\Delta x_{AB} = L$$

$$\Delta t_{AB} \equiv 0 \quad (!)$$

W układzie O' :

$$L_0 \equiv \Delta x'_{AB} = \gamma \Delta x_{AB} = \gamma L$$

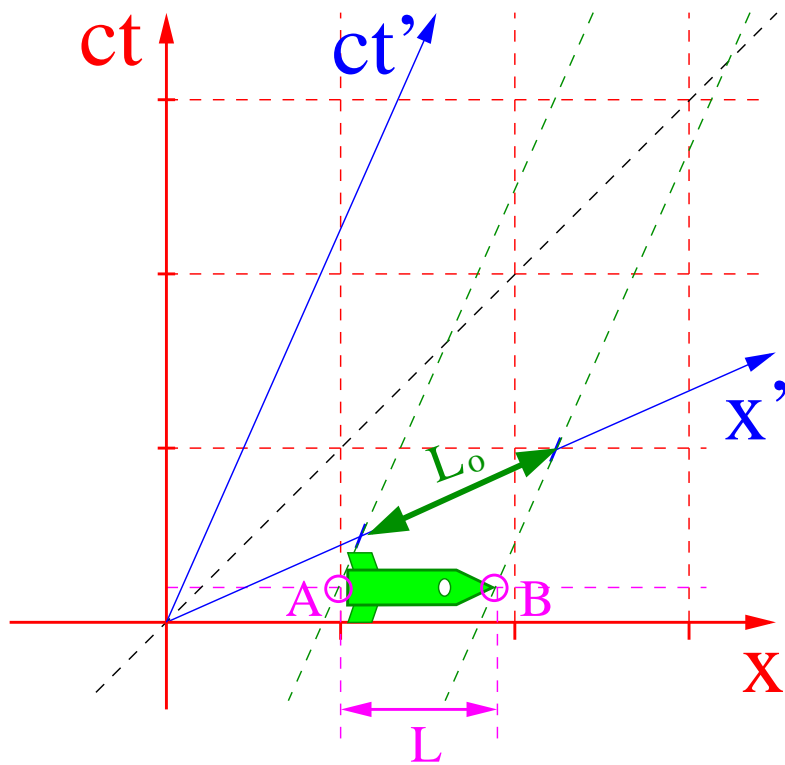
$$\Rightarrow L = \frac{1}{\gamma} L_0$$



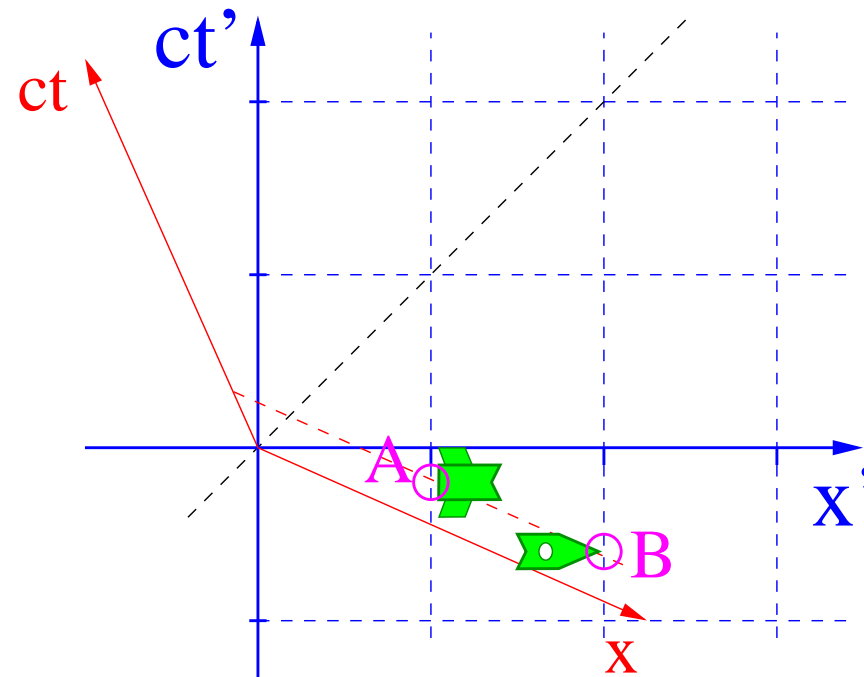
Skrócenie Lorentza

Skrócenie Lorentza ma związek ze względnością równoczesności:

Obserwator O uważa, że **równocześnie** zmierzył położenie obu końców rakiety (zdarzenia A i B):

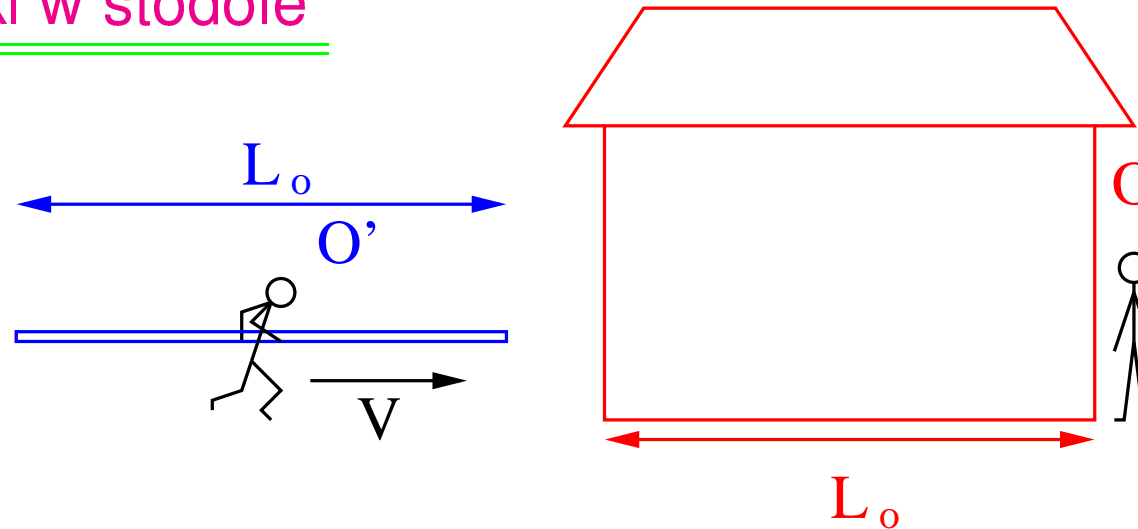


Obserwator O' stwierdzi, że wcześniej zmierzono położenie przodu niż tyłu rakiety \Rightarrow rakieta przesunęła się \Rightarrow zły pomiar



Skrócenie Lorentza

Paradoks “tyczki w stodole”



Obserwator O powie, że tyczka się skróciła i zmieściła w stodole. ($L = \frac{L_0}{\gamma} < L_0$)

Biegacz O' stwierdzi, że to stodoła się skróciła. Tyczka nie mogła się w niej zmieścić.

Obaj mają rację !!!

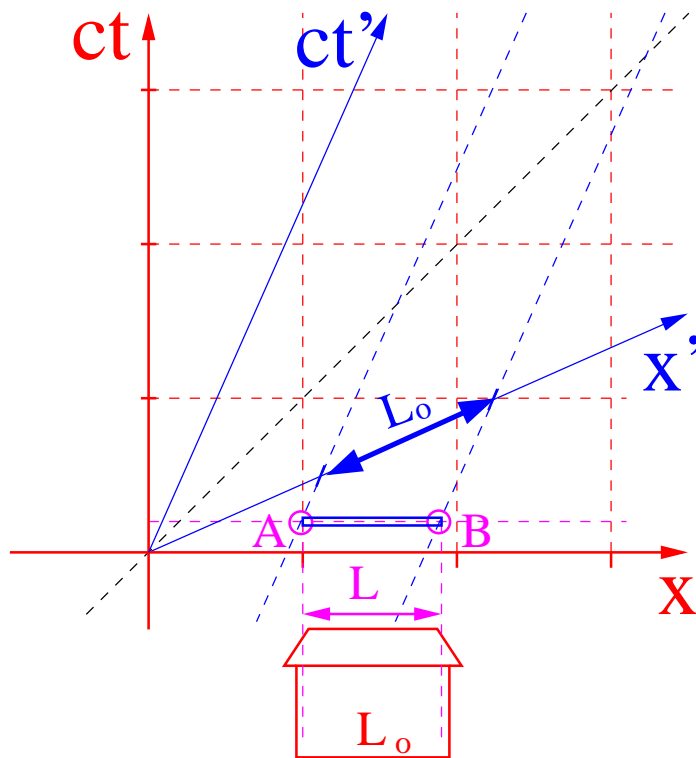
Różni ich zdanie na temat kolejności zdarzeń: minięcia wrót stodoły przez końce tyczki.

Zdarzenia te są rozdzielone przestrzennie ($s < 0$) - kolejność zależy od układu...

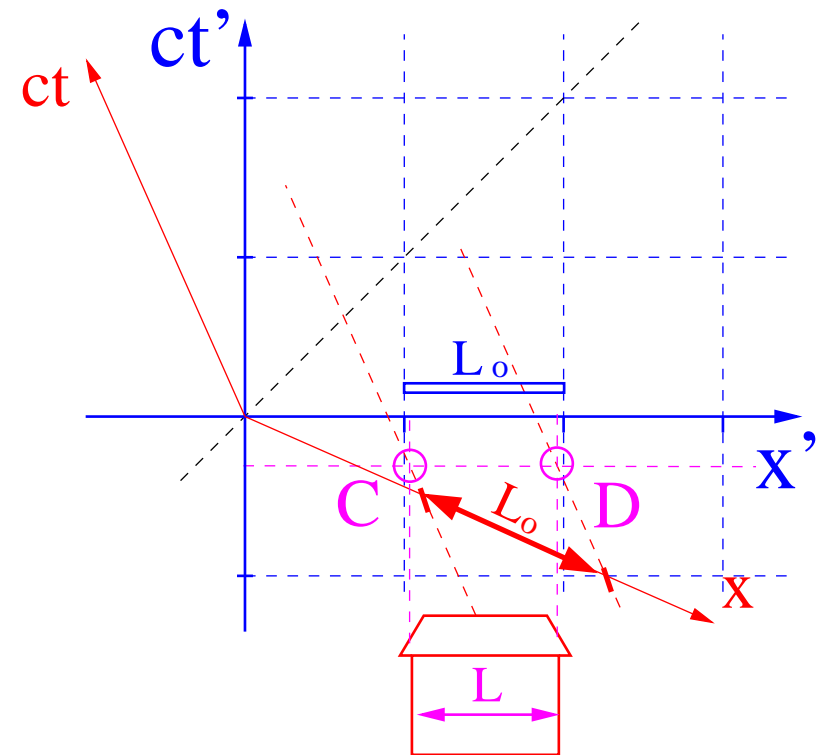
Skrócenie Lorentza

Paradoks “tyczki w stodole”

Obserwator O zmierzył **równocześnie** położenie obu końców tyczki (zdarzenia A i B): była krótsza od stodoły ($L < L_0$)



Obserwator O' zarejestrował **równoczesne** zdarzenia C i D i tyczka z obu stron wystawała ze stodoły (o długości $L < L_0$).



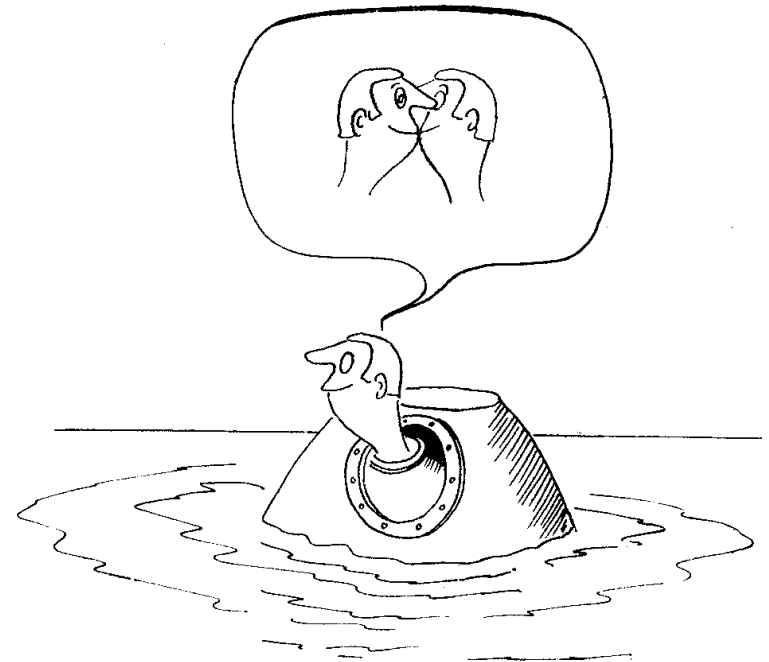
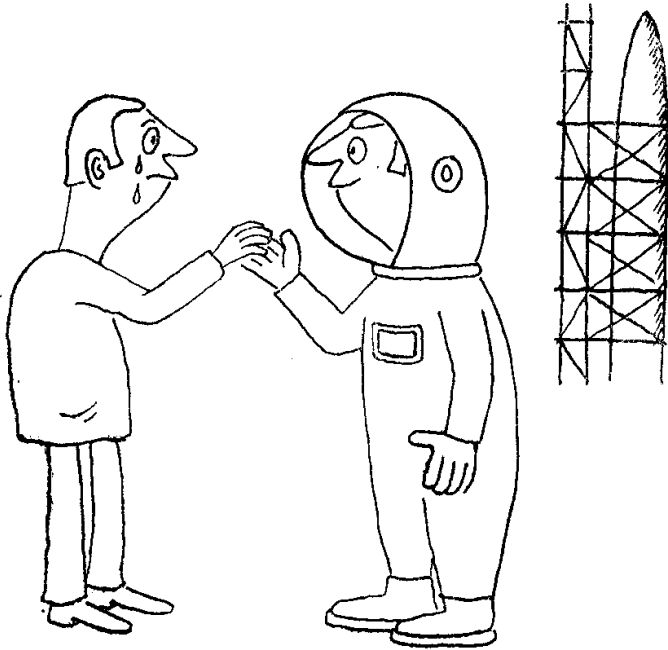
Paradoks bliźniąt

Kosmonauta wyrusza w podróż na αCen , jego brat bliźniak zostaje na Ziemi.

Obaj bracia - obserwatorzy mierzą czas pomiędzy dwoma zdarzeniami:

wylotem rakiety

powrotem na Ziemię



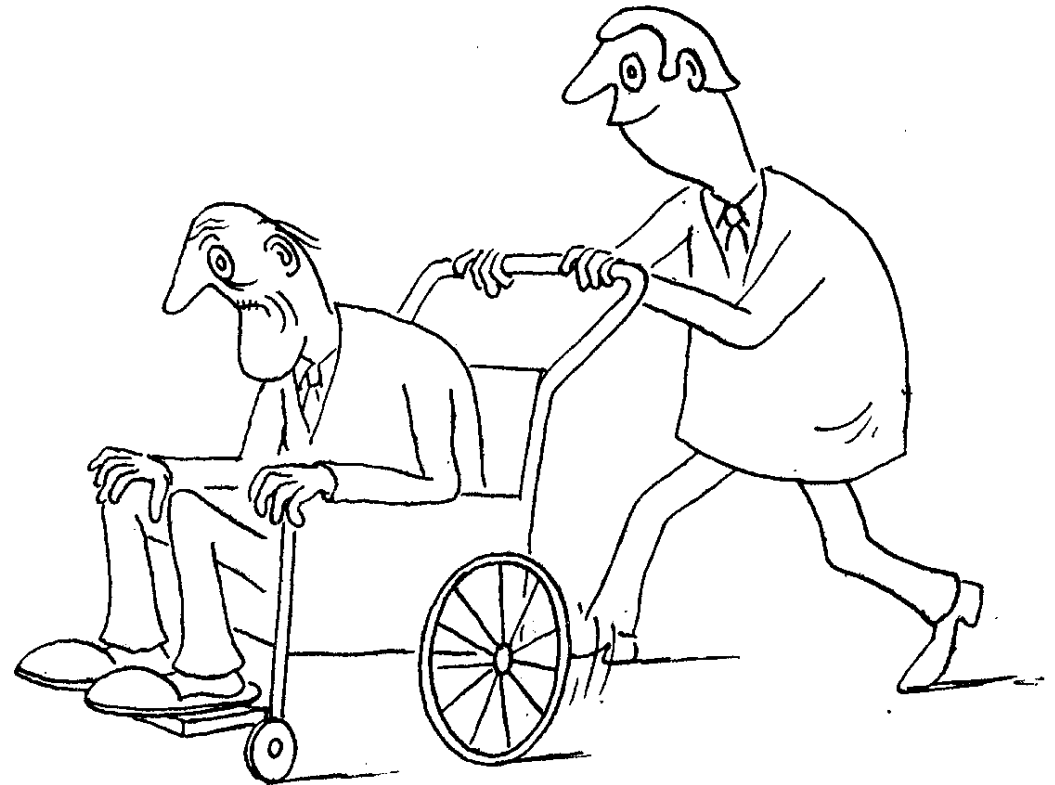
Poruszają się względem siebie z prędkością porównywalną z prędkością światła

⇒ każdy z nich stwierdzi, że jego brat powinien być **młodszy** (dylatacja czasu)

Paradoks bliźniąt

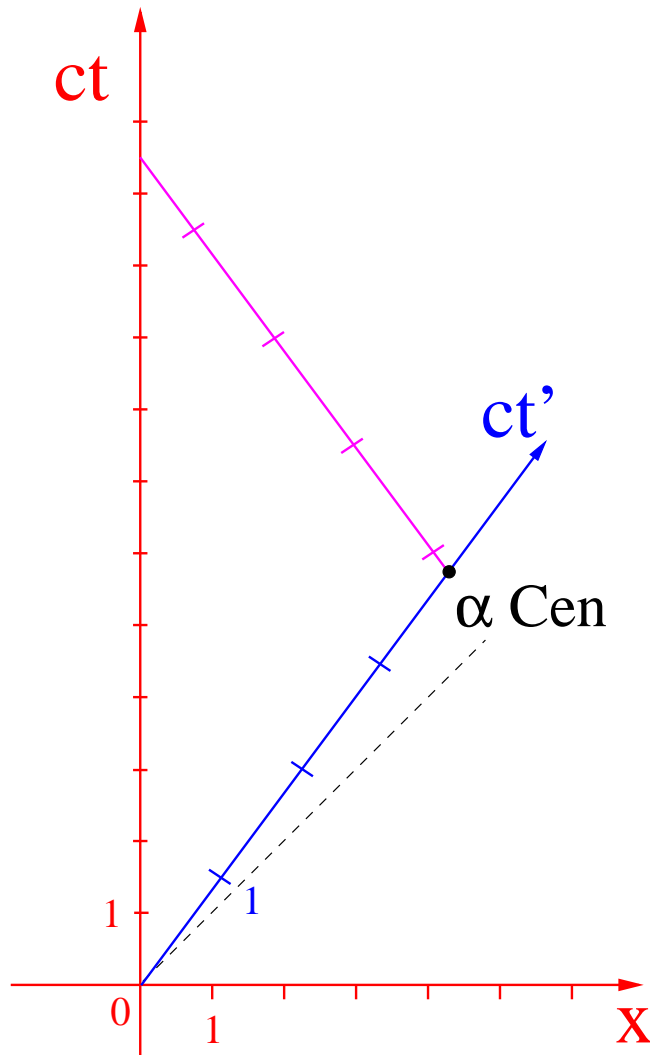
Ale dla obu z nich oba zdarzenia zaszły
też w tym samym miejscu

⇒ powinni być w tym samym wieku !
(z niezmienniczości interwału)



Jak rozstrzygnąć czy i który z braci będzie młodszy ?

Paradoks bliźniąt



Przyjmijmy, że podróż odbywa się z prędkością $v = 0.745 c$ ($\gamma = 1.5$)

Według obserwatora na Ziemi podróż zajmie

$$\frac{2 \times 4.3}{0.745} \approx 11.5 \text{ lat}$$

Dzięki dylatacji czasu, mierzony przez kosmonautę czas podróży skróci się do:

$$\frac{11.5 \text{ lat}}{1.5} \approx 7.7 \text{ lat}$$

Paradoks bliźniąt

Dla kosmonauty odległość skróci się do $\frac{4.3}{1.5} \approx 2.9$ lat świetlnych (skrócenie Lorentza)

Podróż będzie jego zdaniem trwała $\frac{2 \times 2.9}{0.745} \approx 7.7$ lat (to samo powiedział jego brat)

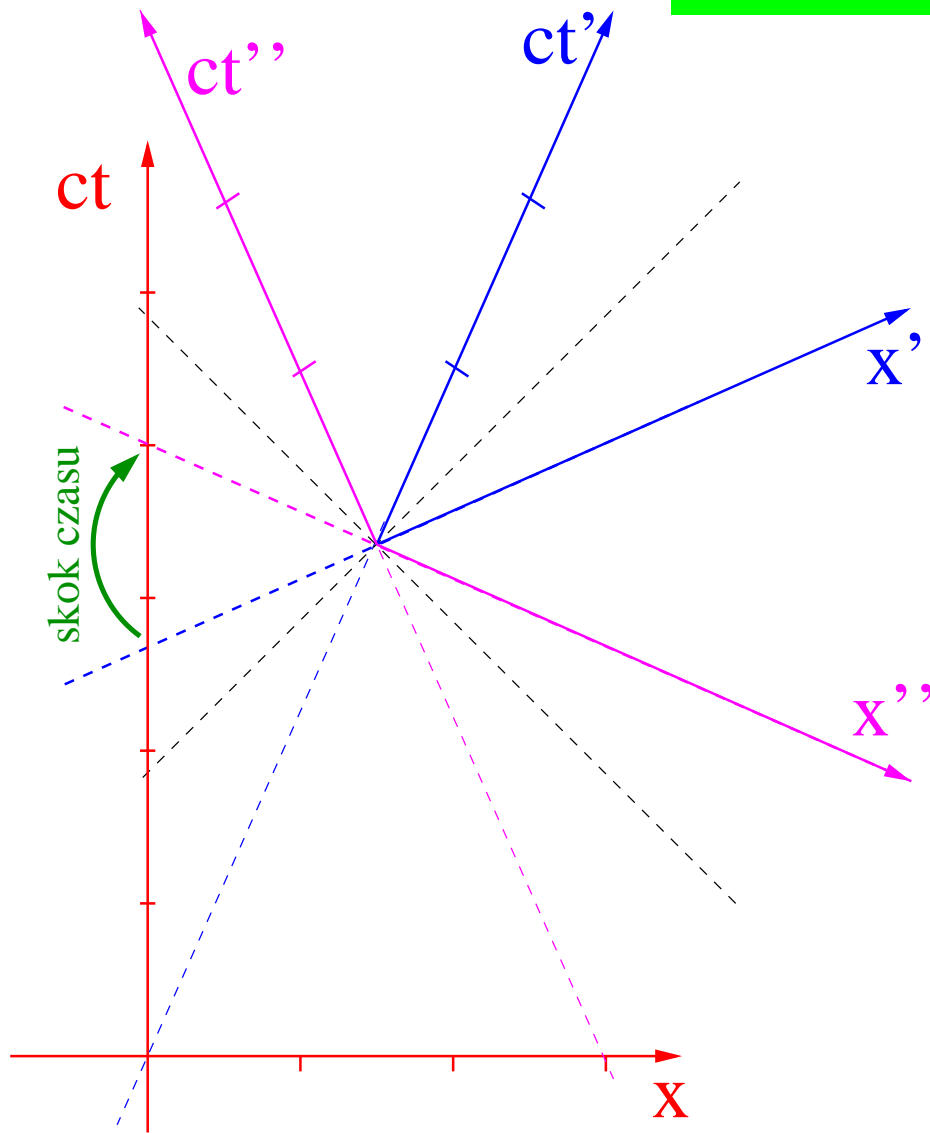
Ale dla kosmonauty bieg zegarów na Ziemi ulega spowolnieniu (dylatacja czasu)

W czasie jego lotu do układu α -Centaura na Ziemi mija tylko $\frac{0.5 \times 7.7 \text{ lat}}{1.5} \approx 2.6$ lat,
tyle samo czasu mija na Ziemi w czasie jego podróży powrotnej.

Łącznie powinno minąć $\frac{7.7 \text{ lat}}{1.5} \approx 5.1$ lat, ale brat na Ziemi stwierdzi, że minęło 11.5 lat

Gdzie znika ponad 6 lat !?

Paradoks bliźniąt



Kosmonauta obserwuje wskazania zegara na Ziemi.

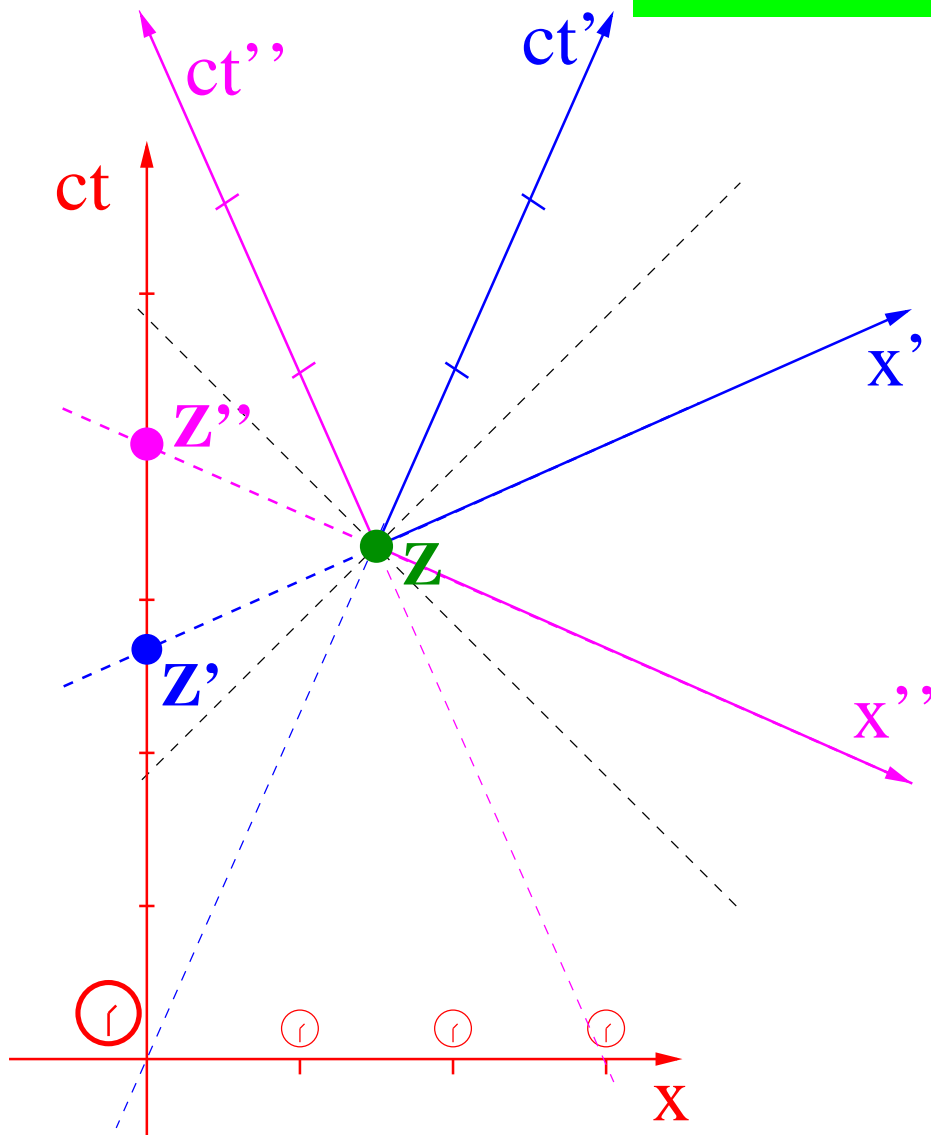
Na zegarze tym przybywa **“skokowo”** ponad 6 lat w momencie zmiany przez kosmonautę układu współrzędnych.

Zegar na Ziemi nie może być wprost porównywany z zegarem kosmonauty
⇒ zawsze porównywany jest z najbliższym zegarem układu **współporuszającego się**.

⇒ Istotna jest synchronizacja zegarów

Synchronizacja zmienia się przy zmianie układu odniesienia.

Paradoks bliźniąt



Kosmonauta obserwuje wskazania zegara na Ziemi porównując go zawsze z najbliższym zegarem jego układu.

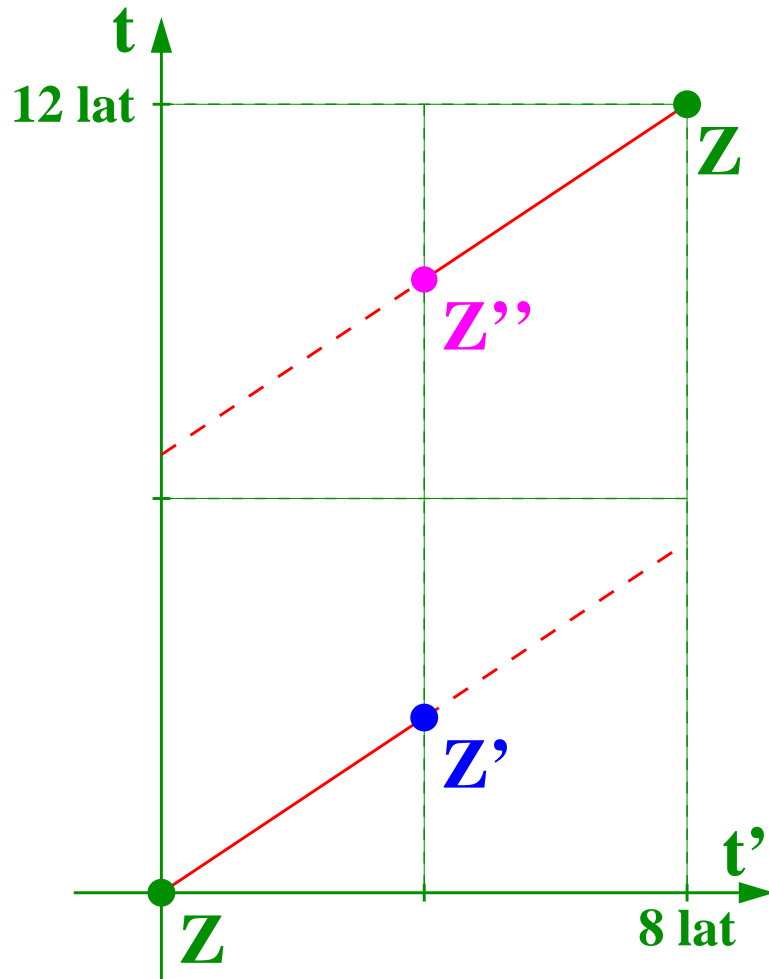
W chwili startu ($t = t' = 0$) jest to jego własny zegar **Z**.

Gdy dotrze do celu są to zegary **Z'** (przed) i **Z''** (po zawróceniu).

Także obserwator na Ziemi może obserwować wskazania zegarów kosmonauty (**Z**, **Z'** i **Z''**) porównując je ze swoją siatką zegarów.

Paradoks bliźniąt

Czas na Ziemi według kosmonauty



Rakieta

Dolatuując do celu, po $t' \sim 4$ latach (według swojego zegara **Z**), kosmonauta stwierdza, że na Ziemi minęło $t < 3$ lata.

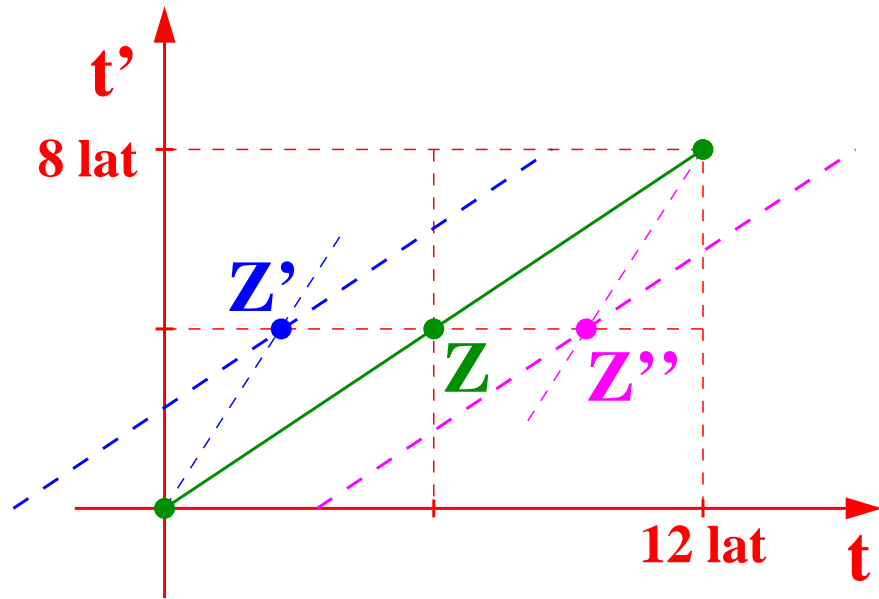
Kosmonauta opiera się na wskazaniach zegara **Z'** zsynchronizowanego z **Z**.

Po zawróceniu informacja o wskazaniach zegara na Ziemi pochodzi od zegara **Z''**, też zsynchronizowanego z **Z** ale w nowym układzie odniesienia.

Według zegara **Z''** w chwili zawracania zegar na Ziemi wskazywał $t > 9$ lat.

Paradoks bliźniąt

Wskazania zegarów kosmonauty rejestrowane przez obserwatora na Ziemi



Ziemia

Według obserwatora na Ziemi bieg zegara **Z** kosmonauty jest spowolniony na skutek **dylatacji czasu**.

Kosmonauta źle ocenił bieg czasu na Ziemi gdyż:

- najpierw użył zegara **Z'** który spieszył się względem **Z**
- potem użył zegara **Z''** który spóźniał się względem **Z**

Według obserwatora na Ziemi, zawrócenie rakiety **Z**, oraz zdarzenia porównania czasu na Ziemi z przelatującymi zegarami **Z'** i **Z''** nie były równoczesne.

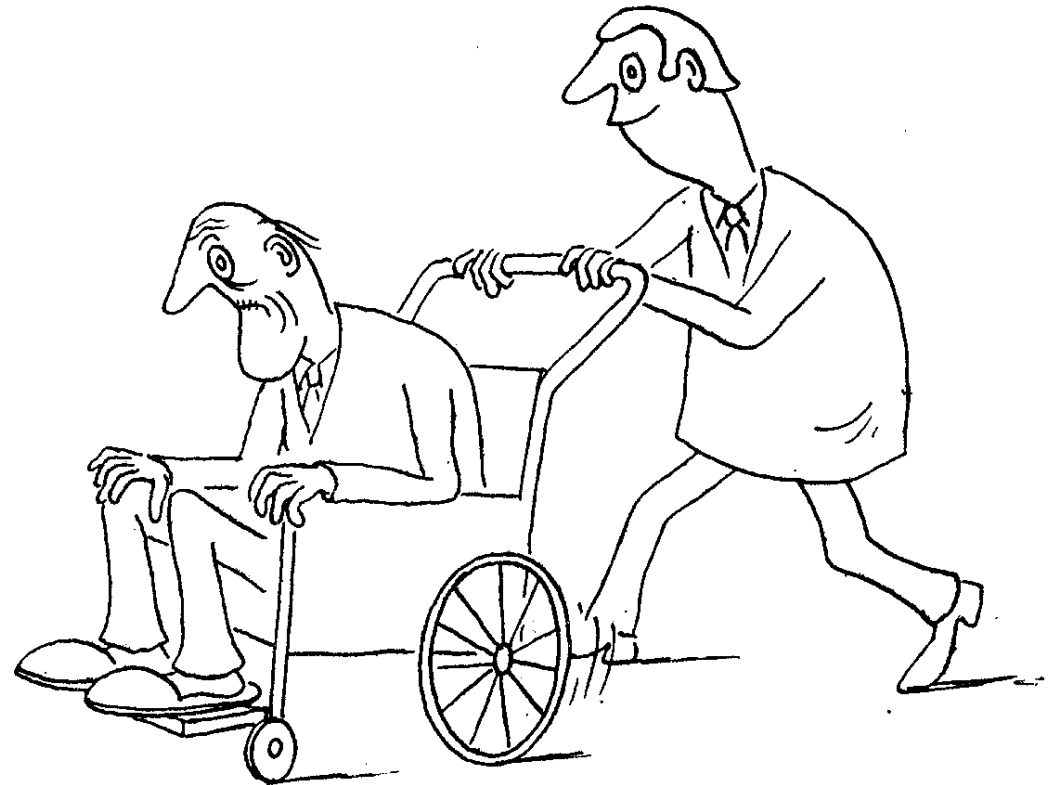
W chwili **zawracania** zegar **Z'** dawno minął Ziemię, a zegar **Z''** jeszcze do niej nie doleciał.

Paradoks bliźniąt

Dokonany przez kosmonautę pomiar czasu jaki upłynął na Ziemi jest **nieprawidłowy**, ze względu na **zmianę układu odniesienia**.

Na ziemi minęło **11.5 lat**.

Obaj obserwatorzy zgadzają się, że dla kosmonauty minęło **7.7 lat**.

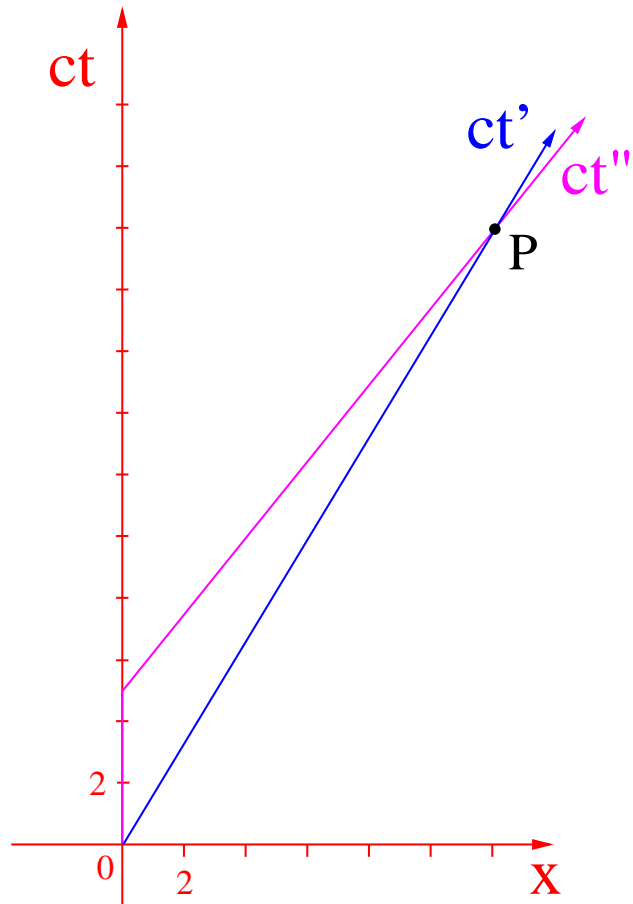


“Ziemianin”

kosmonauta

Paradoks bliźniąt

Inna wersja



Jeden z braci bliźniaków leci z prędkością $v_1 = 0.6c$ do planety odległej od Ziemi o **12 Ly** (mierzonej z Ziemi). Podróż zajmie mu 20 lat.

Drugi brat buduje lepszą raketę i po upływie $\Delta t = 5$ lat wyrusza za nim z prędkością $v_2 = 0.8c$. Podróż zajmie mu 15 lat.

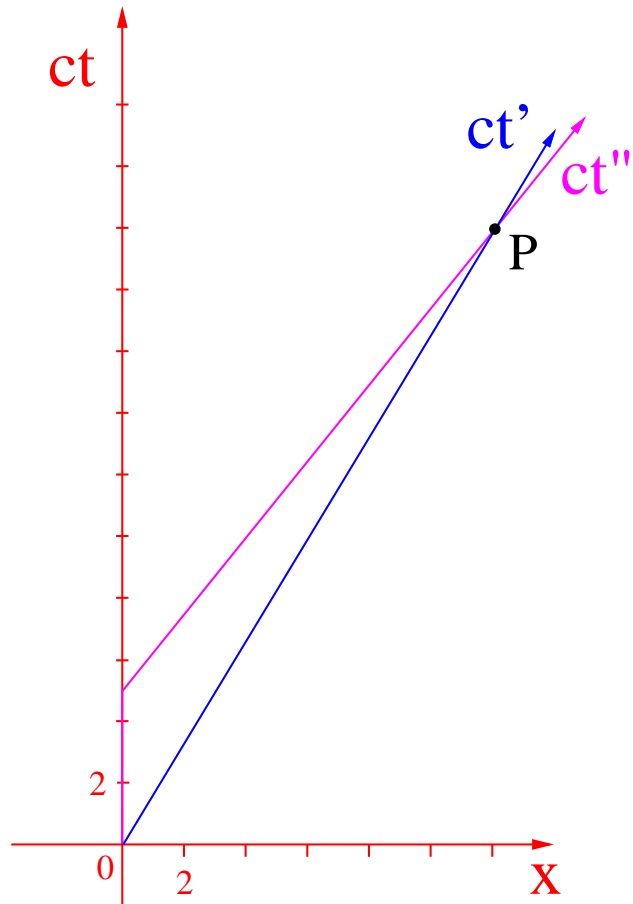
Do planety dolatują równocześnie!

Na Ziemi upłynęło 20 lat (od pierwszego startu).

Który z nich będzie młodszy?!

Paradoks bliźniąt

Inna wersja



Według kontrolera lotów na Ziemi:

- pierwszy brat postarzał się o $20/\gamma_1 = 16$ lat
- drugi brat postarzał się o $5 + 15/\gamma_2 = 14$ lat

To samo powie pierwszy brat!

(dla niego start brata nastąpił po $6\frac{1}{4}$ lat, lot trwał $9\frac{3}{4}$ lat)

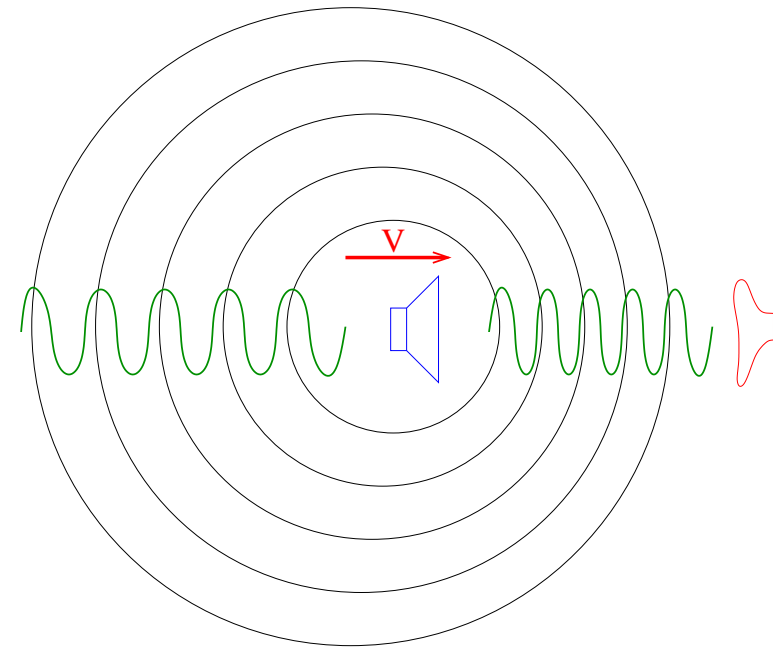
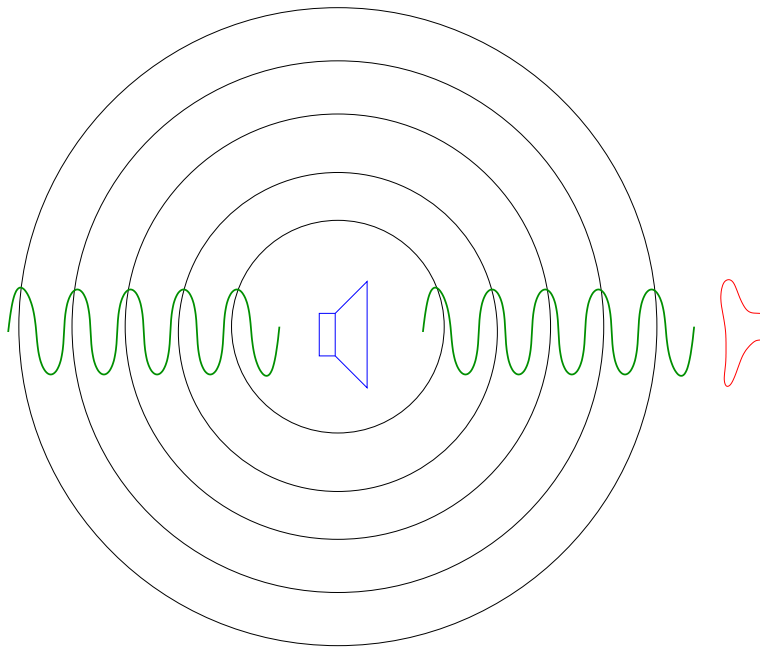
Drugi brat powie, że pierwszy brat:

- zestarzał się o 4 lata do czasu jego startu
- i o kolejne 8.3 lat od jego startu do chwili spotkania

Ale nie zauważa, że zestarzał się też o 3.7 lat w chwili jego startu - zmiany układu odniesienia...

Efekt Dopplera

W przypadku **fal dźwiękowych** znamy z codziennego doświadczenia...



Jeśli źródło dźwięku jest **nieruchome** względem obserwatora, obserwator słyszy dźwięk o **niezmienionej częstotliwości**.

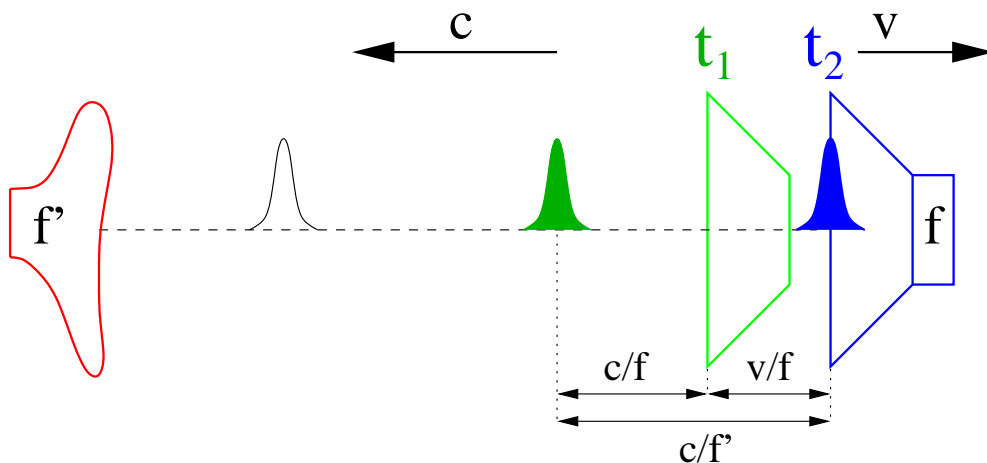
Jeśli **źródło** dźwięku **porusza się** względem **obserwatora**, obserwator słyszy dźwięk o wyższej lub niższej częstotliwości

Efekt Dopplera

Ruchome źródło

źródło dźwięku o częstotliwości f poruszające się z prędkością v względem ośrodka w którym prędkość dźwięku wynosi c .

Dla uproszczenia: krótkie impulsy wysyłane co $\Delta t = 1/f$:



t_1 - wysłanie pierwszego impulsu

t_2 - wysłanie drugiego impulsu

odległość między impulsami:

$$\frac{c}{f'} = \lambda' = \frac{c}{f} + \frac{v}{f}$$

ruch impulsu ruch źródła

Częstość dźwięku i **długość fali**

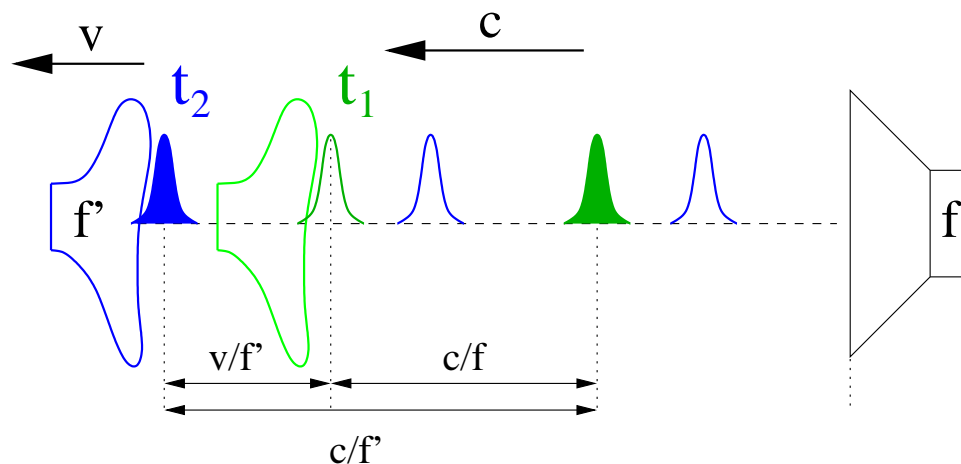
mierzona przez obserwatora nieruchomego względem ośrodka:

$$f' = \frac{f}{1 + \frac{v}{c}} \qquad \lambda' = \lambda \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

Efekt Dopplera

Ruchomy obserwator

obserwator porusza się z prędkością v względem ośrodka i źródła dźwięku



aby dogonić obserwatora impuls musi pokonać odległość

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} + \frac{v}{f'}$$

odległość początkowa ruch obserwatora

Mierzona **częstość**:

$$f' = f \left(1 - \frac{v}{c} \right)$$

W klasycznym efekcie Dopplera zmiana częstości zależy nie tylko od względnej prędkości **źródła** i **obserwatora** ale i ruchu względem **ośrodka**.

Ale światło nie potrzebuje “ośrodka”!!! Powinien się liczyć tylko ruch względny !...

Efekt Dopplera

Źródło i obserwator definiują dwa układy odniesienia poruszające się względem siebie!

Jeśli poruszają się z dużymi prędkościami

należy uwzględnić dylatację czasu:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}}$$

Ruchome źródło

Z punktu widzenia obserwatora poruszające się źródło drga z częstością γ razy mniejszą:

$$f' = \frac{f/\gamma}{1 + \beta} = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

Ruchomy obserwator

Z punktu widzenia źródła czas w układzie poruszającego się obserwatora biegnie wolniej, dlatego mierzy częstość γ razy większą:

$$f' = \gamma f (1 - \beta) = f \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

⇒ Pełna symetria !

Efekt Dopplera

Ruch źródła

Wysłanie impulsu w układzie O' :

$$A : (T, 0, 0, 0)$$

W układzie O : ($c = 1$)

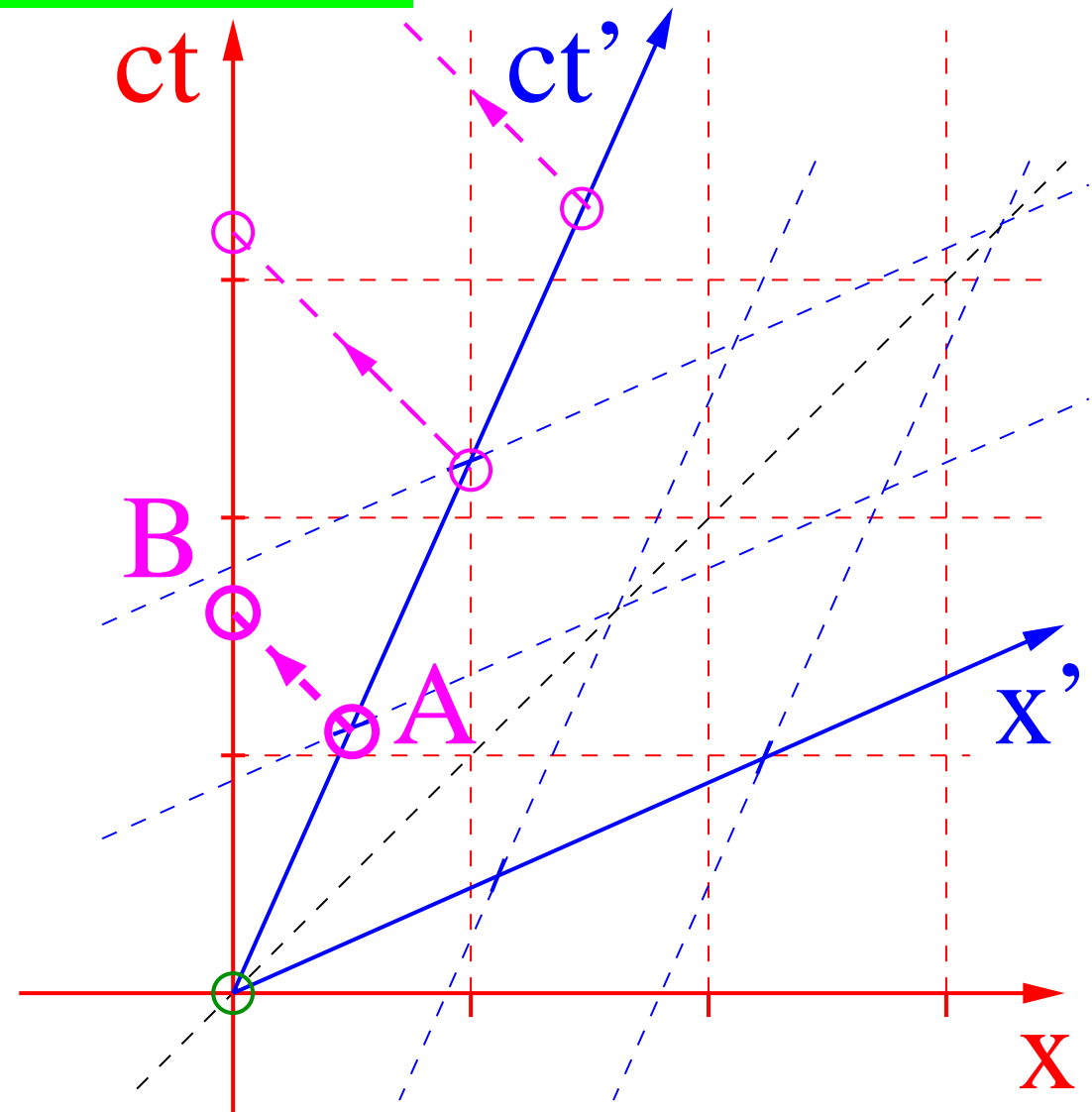
$$A : (\gamma T, \beta\gamma T, 0, 0)$$

Na pokonanie odległości $\beta\gamma T$ światło potrzebuje $\beta\gamma T$ czasu

\Rightarrow dotarcie impulsu światła do obserwatora O :

$$B : (\gamma T + \beta\gamma T, 0, 0, 0)$$

$$T' = \gamma(1 + \beta) T = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} T$$



Efekt Dopplera

Wysłanie impulsu w układzie O :

$$A : (T, 0, 0, 0)$$

Dotarcie impulsu do obserwatora O' :

$$B : (T + \Delta T, \Delta T, 0, 0)$$

Prędkość O' względem O :

$$\beta = \frac{\Delta T}{T + \Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{\beta}{1 - \beta} T$$

Współrzędne dotarcia impulsu w O :

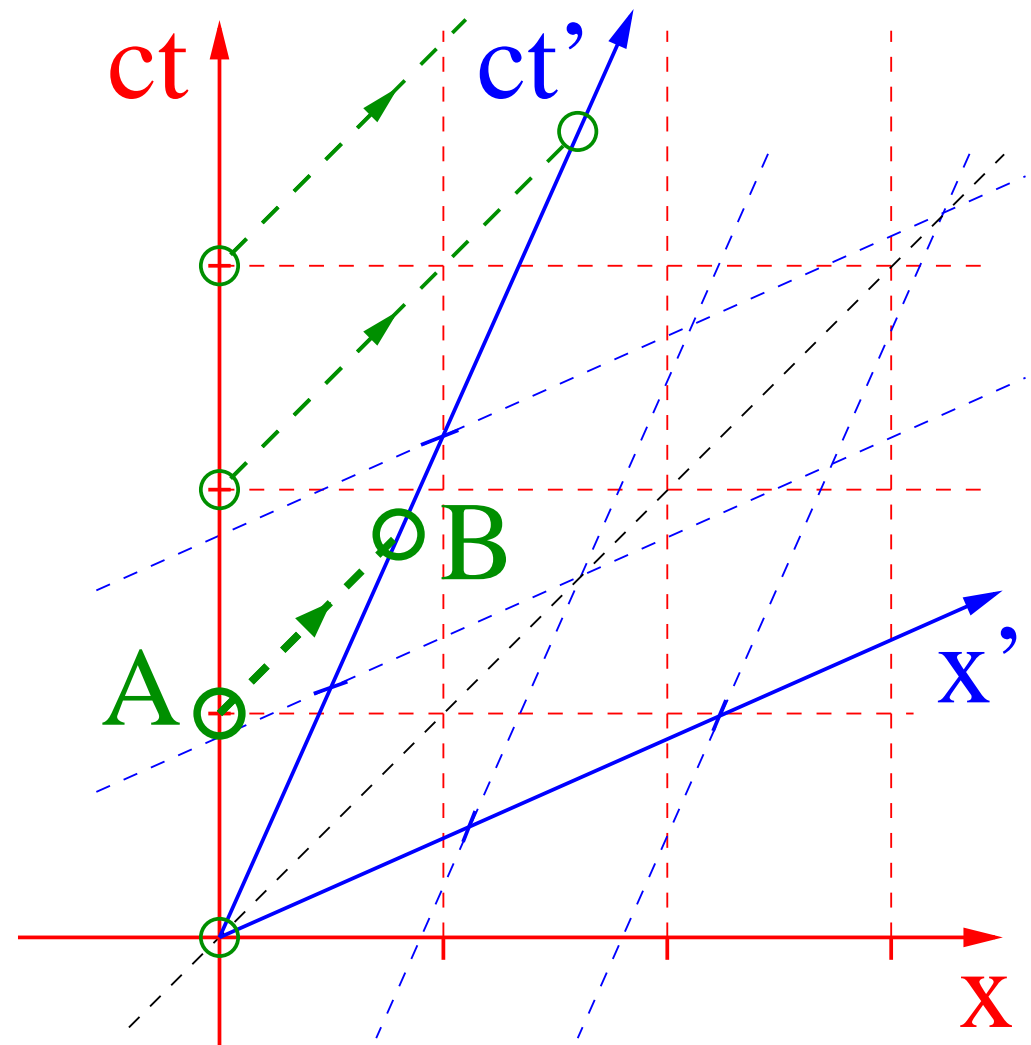
$$B : \left(\frac{T}{1 - \beta}, \frac{\beta T}{1 - \beta}, 0, 0 \right)$$

\Rightarrow według O' (dylatacja czasu)

$$B : \left(\frac{T}{\gamma(1 - \beta)}, 0, 0, 0 \right)$$

$$\Rightarrow T' = \frac{T}{\gamma(1 - \beta)} = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} T$$

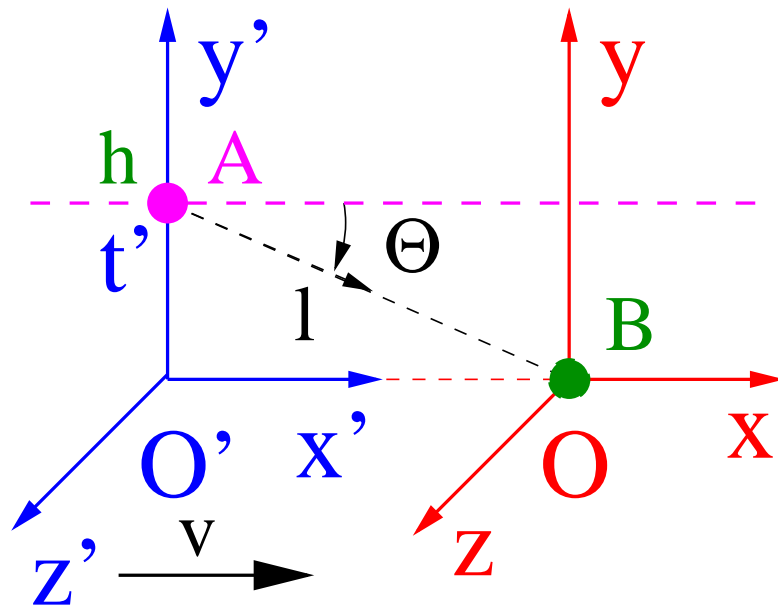
Ruch obserwatora



Efekt Dopplera

Przypadek ogólny

Źródło światła przelatuje w odległości h od obserwatora:



mierzona emitowana $\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{dt'}{dt} = \gamma + \frac{\gamma^2 \beta^2 t}{\sqrt{(\gamma \beta t)^2 + h^2}} = \gamma \left(1 + \beta \frac{x}{l} \right) = \gamma (1 - \beta \cos \Theta)$

Θ - kąt lotu fotonu rejestrowany w O

t - czas wysłania impulsu mierzony w układzie O':

$$A : (t, 0, h, 0)$$

Współrzędne tego zdarzenia w układzie O:

$$A : (\gamma t, \gamma \beta t, h, 0)$$

\Rightarrow czas dotarcia impulsu do obserwatora O (B):

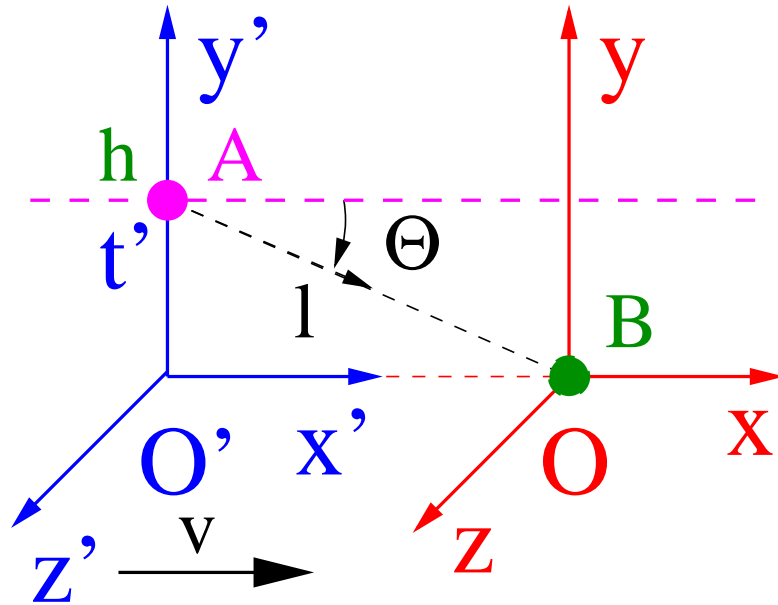
$$t' = \gamma t + l = \gamma t + \sqrt{(\gamma \beta t)^2 + h^2}$$

Różnica dt' między czasami dotarcia dwóch impulsów wysłanych w odstępie czasu dt

\Rightarrow współczynnik przesunięcia dopplerowskiego:

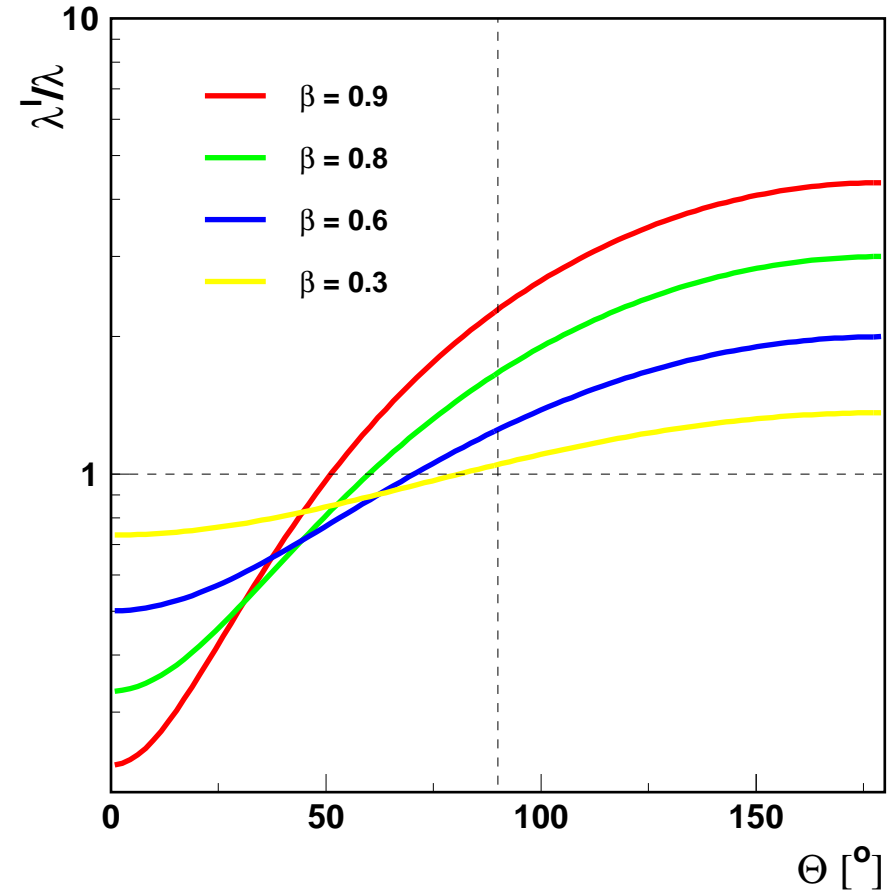
Efekt Dopplera

Przypadek ogólny



Przesunięcie długości fali:

mierzona $\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{T'}{T} = \gamma(1 - \beta \cos \Theta)$
 emitowana



Zmiana częstości także dla $\Theta = 90^\circ$!!!

Klasycznie nie ma zmiany częstości...

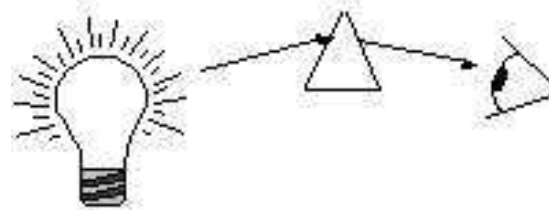
Efekt Dopplera

Efekt Dopplera obserwowany w warunkach laboratoryjnych dla dla fal elektromagnetycznych jest na ogół bardzo niewielki (z wyjątkiem akceleratorów cząstek i ciężkich jonów).

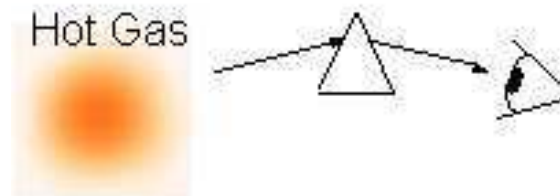
Duże efekty widoczne w obserwacjach astronomicznych

Linie emisyjne

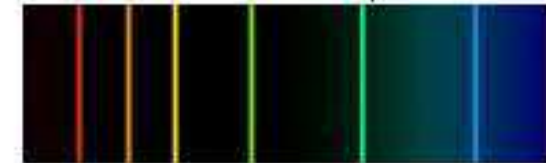
Światło emitowane przez wzbudzone atomy.



Continuum Spectrum

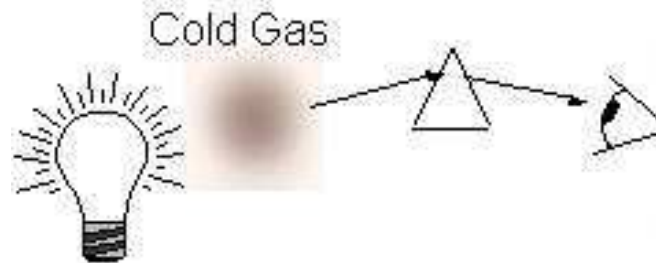


Emission Line Spectrum

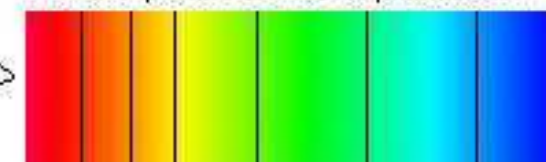


Linie absorpcyjne

Widoczne w świetle przechodzącym przez gaz.



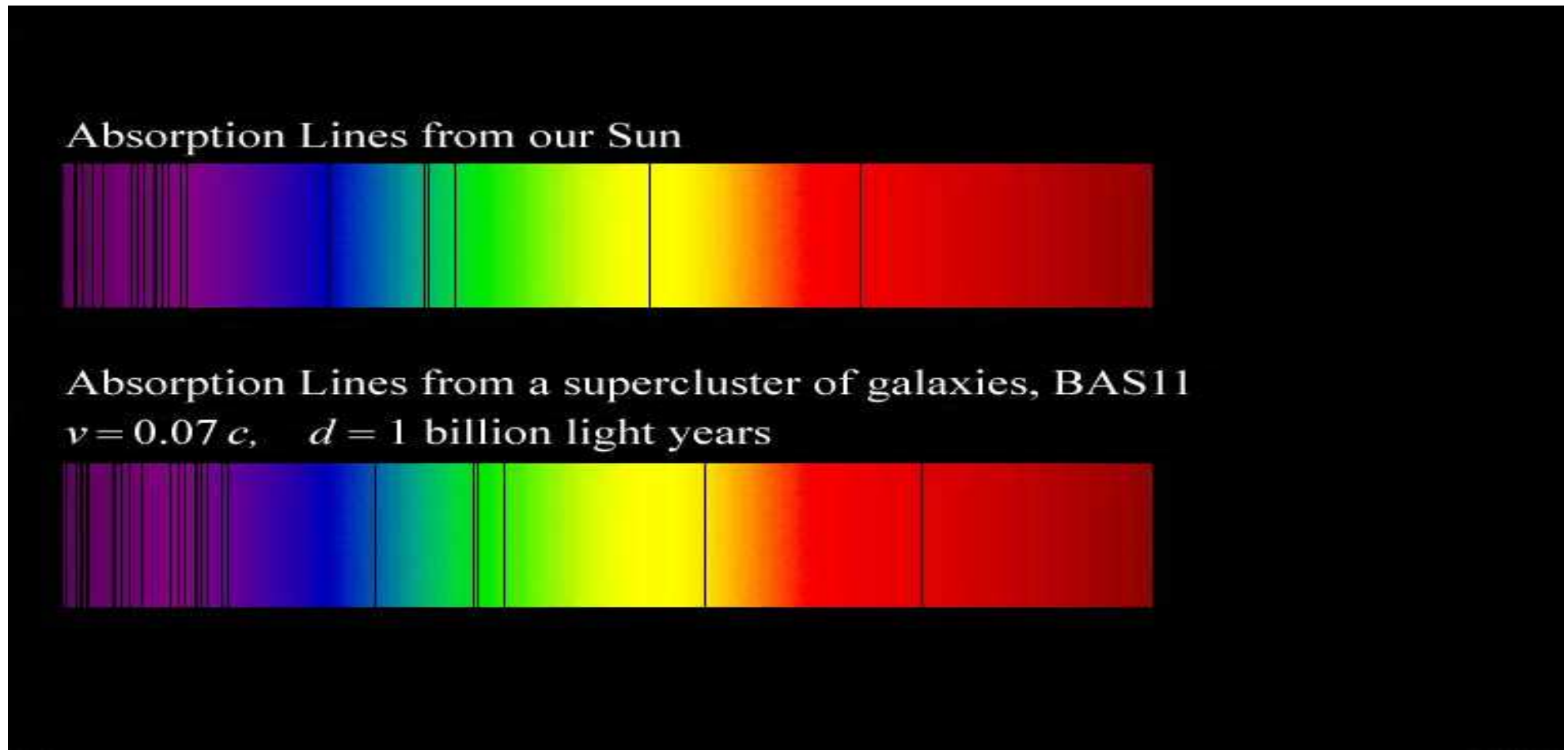
Absorption Line Spectrum



W obu przypadkach pozycja linii jest ściśle określona (dla danego atomu)

Efekt Dopplera

Mierząc linie absorpcyjne w widmie galaktyk możemy wnioskować o ich ruchu i **wyznaczyć ich prędkość względem nas**



Prawo Hubble'a

Dzięki efektowi Dopplera wiemy, że **Wszechświat się rozszerza**.

W 1929 roku **Edwin Hubble** jako pierwszy powiązał obserwowane prędkości mgławic z ich odległością od Ziemi.

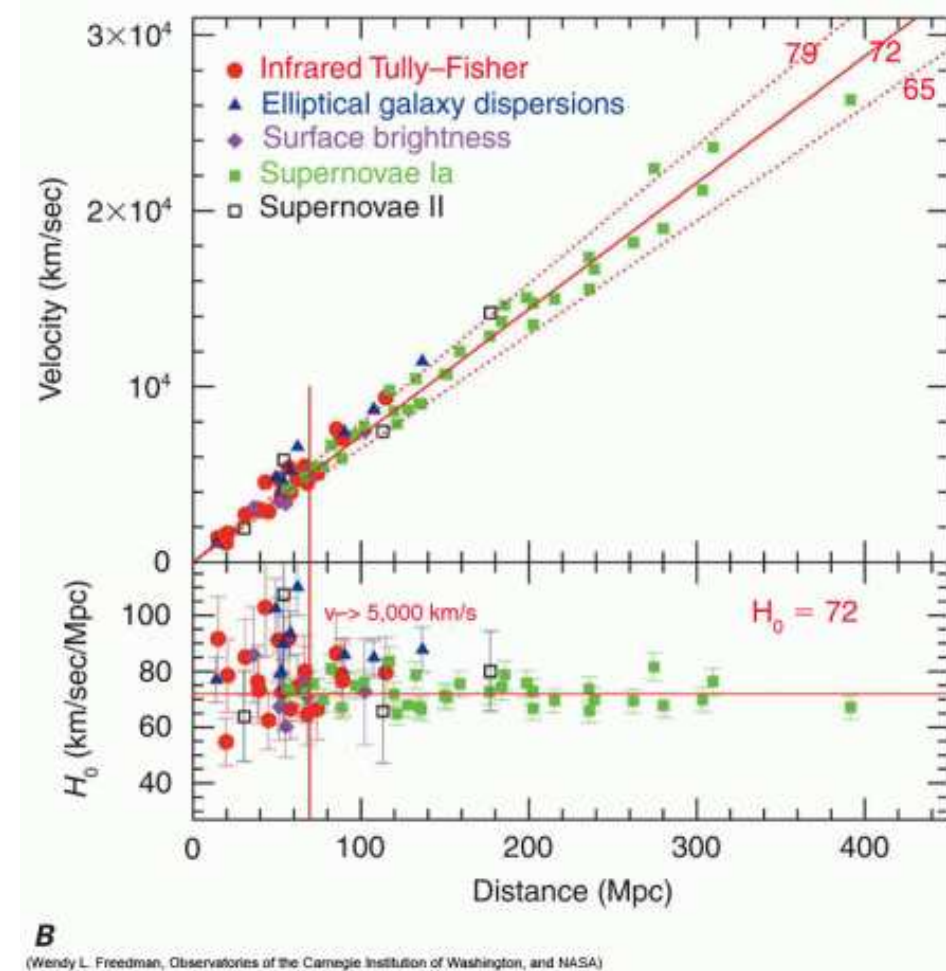
Zauważył on, że **prędkość 'ucieczki' rośnie z odległością** od Ziemi:

$$v = H \cdot r$$

r - odległość, H - stała Hubble'a

Obecne pomiary: $H \sim 72 \text{ km/s/Mpc}$

$$1 \text{ Mpc} \approx 3 \cdot 10^{22} \text{ m}$$



Egzamin

Przykładowe pytania testowe:

1. Dla obserwatora na Ziemi zegarek kosmonauty, w poruszającej się szybko rakiecie, chodzi
 A zależnie od kierunku ruchu rakiety B za wolno C normalnie D za szybko
2. W rakiecie o długości 20m wahadło ma okres $T=2s$. Jaki jest okres wahań tego wahadła dla obserwatora na Ziemi, jeśli dla niego rakietka ma 10m długości.
 A 1 s B 8 s C 2 s D 4 s
3. Cząstki o średnim czasie życia $\tau = 2\mu s$ poruszają się z prędkością $v = 0.6c$. Średni czas rozpadu mierzony w laboratorium wynosi
 A $2.5\mu s$ B $5\mu s$ C $3\mu s$ D $1.5\mu s$
4. Które ze stwierdzeń związanych z paradoksem bliźniąt jest fałszywe
 A dla brata w rakiecie, zegar na Ziemi chodzi wolniej
 B dla brata w rakiecie cała podróż trwała krócej
 C czas biegnie szybciej w układzie związanym z Ziemią
 D dla brata na Ziemi, zegar w rakiecie chodzi wolniej
5. Dla odległych galaktyk prawo Hubble'a wiąże
 A prędkość oddalania z przesunięciem ku czerwieni B odległość od Ziemi z typem widmowym
 C prędkość oddalania z odległością od Ziemi D przesunięcie ku czerwieni z masą obiektu



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego