



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



# Dynamika relatywistyczna

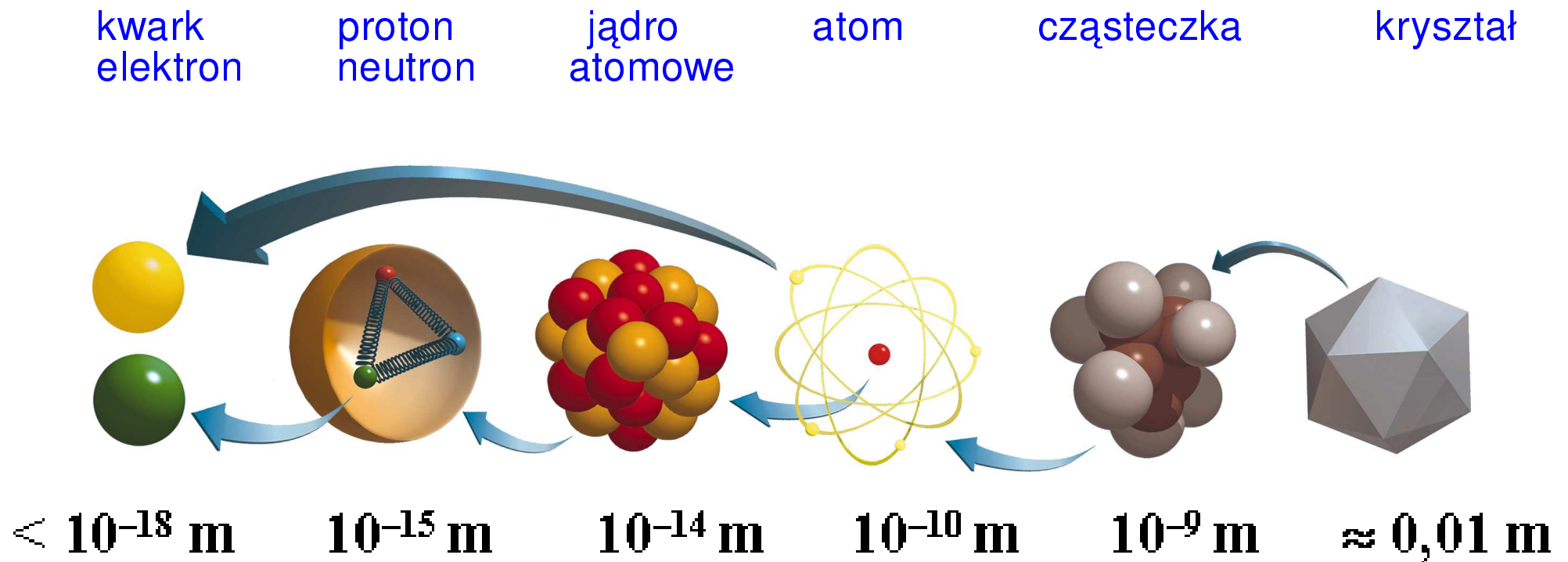
## Fizyka I (Mechanika)

### Wykład XII:

- cząstki elementarne
- akceleratory
- zasady zachowania (przypomnienie)
- rozpady cząstek
- rozpraszanie nieelastyczne

# Świat cząstek elementarnych

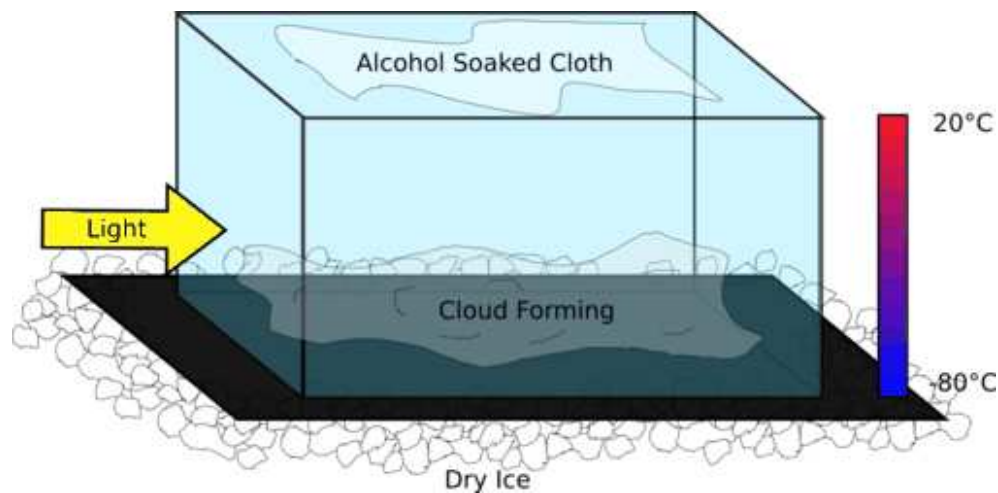
## Budowa materii



# Świat cząstek elementarnych

## Pokaz: komora mgłowa (Komora Wilsona)

Tuż nad dnem komory pary alkoholu wchodzi w stan **przechłodzenia**. Gdy przez komorę przejdzie **naładowana cząstka**, na powstałych jonach powietrza następuje **kondensacja** par alkoholu i w rezultacie obserwujemy smugę mgły układającą się wzdłuż **toru cząstki**. Obserwację mgły ułatwia właściwe oświetlenie.



# Świat cząstek elementarnych

## Fermiony

świat “codzienny” zbudowany jest z 3 “cegielek” (elektron oraz kwarki  $u$  i  $d$ )

Fizyka cząstek znalazła już jednak 12 fundamentalnych “cegielek” materii, **fermionów** (cząstek o spinie  $1/2$ )

	leptony		kwarki	
pokolenie 1	$e$ <i>elektron</i>	$\nu_e$ <i>neutrino el.</i>	$d$ <i>down</i>	$u$ <i>up</i>
pokolenie 2	$\mu$ <i>mion</i>	$\nu_\mu$ <i>neutrino mionowe</i>	$s$ <i>strange</i>	$c$ <i>charm</i>
pokolenie 3	$\tau$ <i>taon</i>	$\nu_\tau$ <i>neutrino taonowe</i>	$b$ <i>beauty</i> <i>(bottom)</i>	$t$ <i>top</i> <i>(truth)</i>
ładunek [e]	-1	0	-1/3	+2/3

**+ anty-fermiony** (kolejnych 12)

# Świat cząstek elementarnych

## Fermiony

Wszystkie **leptony** obserwujemy jako cząstki **swobodne**.

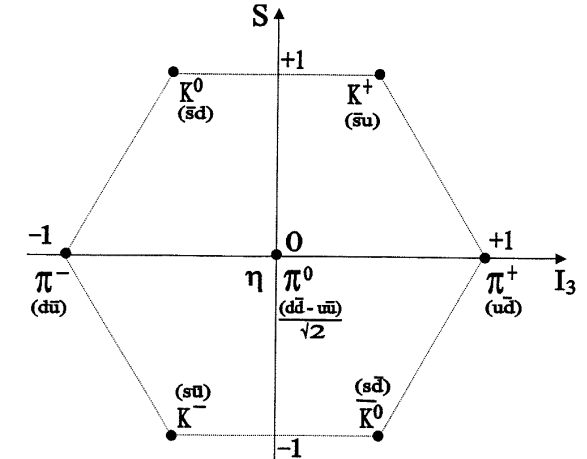
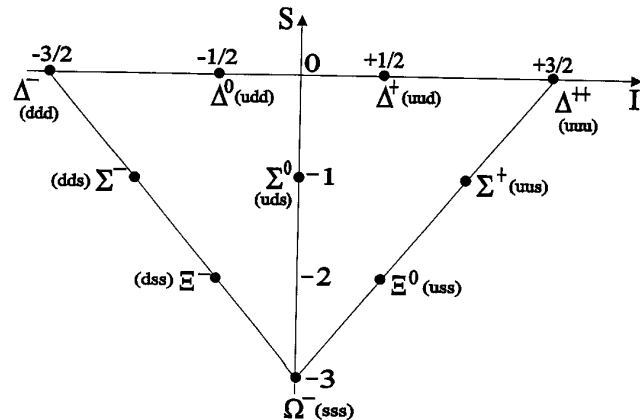
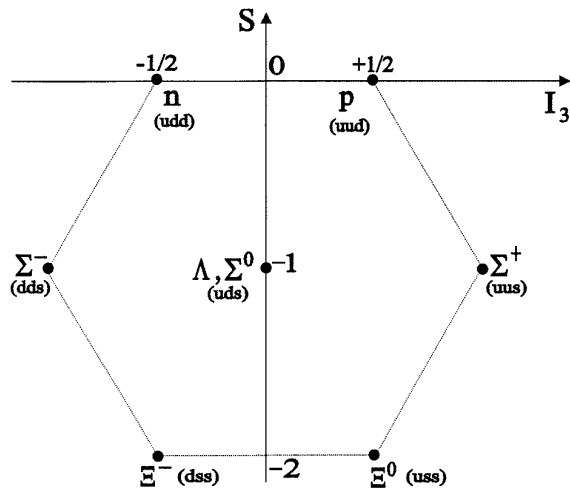
**Kwarki** natomiast są “uwięzione” w **hadronach** (cząstkach oddziałujących silnie).

**Nukleony** składają się z trzech kwarków: proton - **uud**, neutron - **udd**.

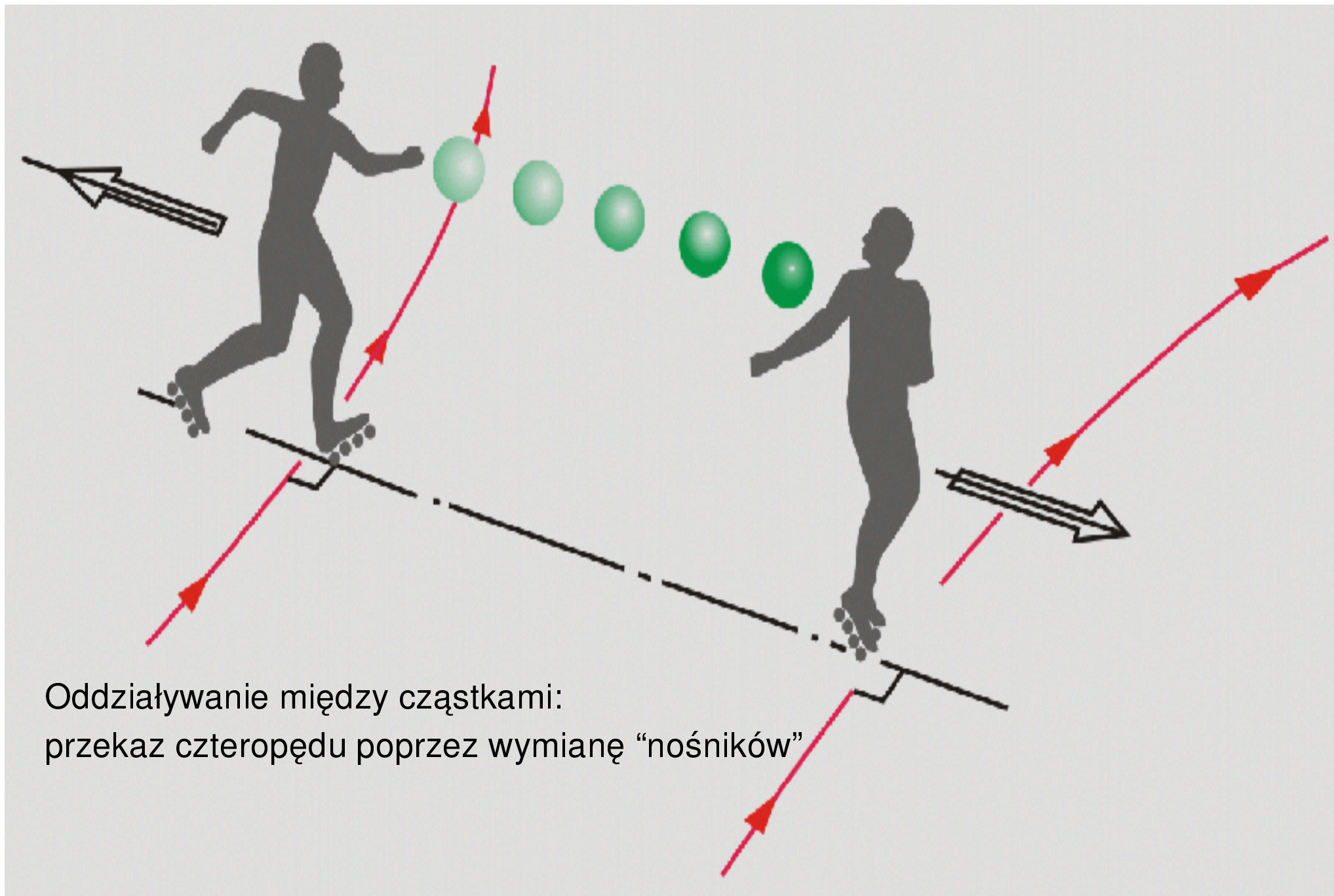
Ale odkryliśmy ponadto wiele innych cząstek.

Trzy kwarki tworzą **bariony**:

Para kwark-antykwar $\bar{k}$  tworzą **mezony**:



trzy **ant**kwarki  $\Rightarrow$  **ant**bariony



Oddziaływanie między cząstkami:  
przekaz czteropędu poprzez wymianę "nośników"

# Świat cząstek elementarnych

## Bozony

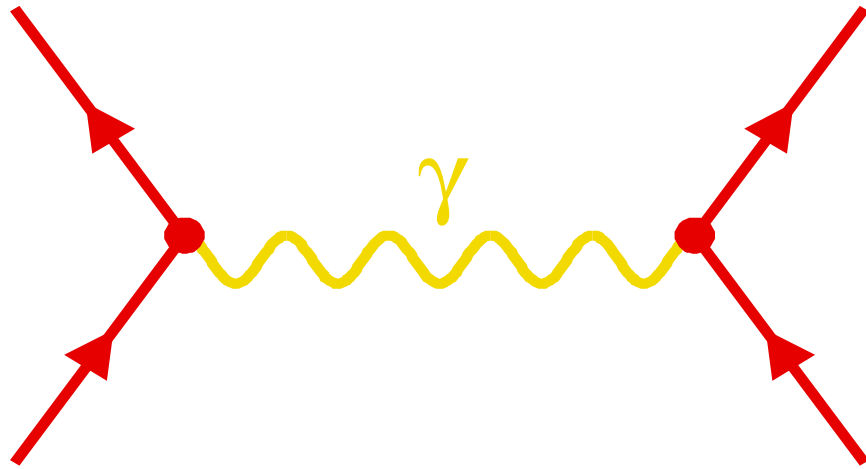
“Cegielki” materii oddziałują ze sobą poprzez wymianę **nośników oddziaływań**

Nośnik przekazuje część energii i/lub pędu jednej cząstki drugiej cząstce

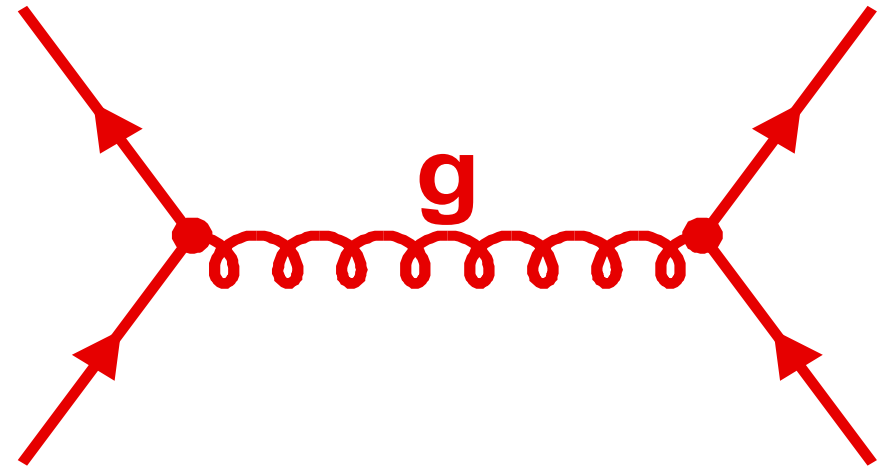
<i>oddziaływanie</i>	<i>źródło</i>	<i>nośnik</i>	<i>moc</i>	
grawitacyjne	masa	grawiton	G	$10^{-39}$
elektromagnetyczne	ładunek	foton	$\gamma$	$10^{-2}$
silne	“kolor”	gluony	$g$	1
słabe	“ładunek słaby”	“bozony pośredniczące”	$W^{\pm}, Z^0$	$10^{-7}$

“moc” - przykładowe porównanie wielkości oddziaływań dla dwóch sąsiadujących protonów

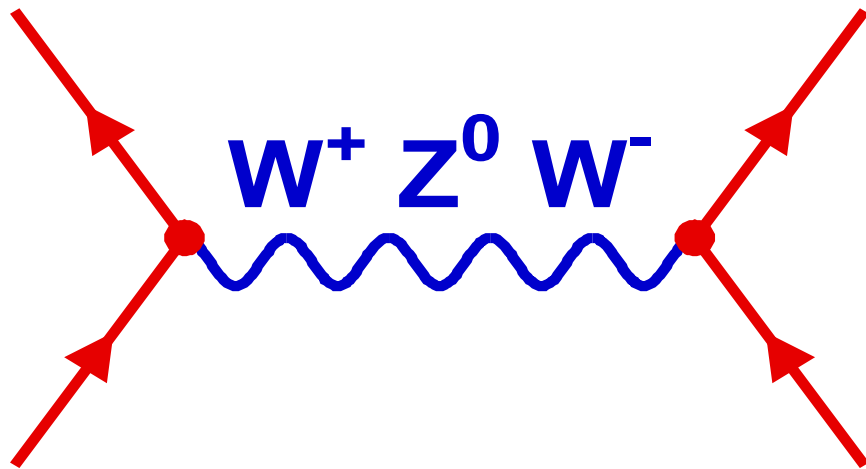




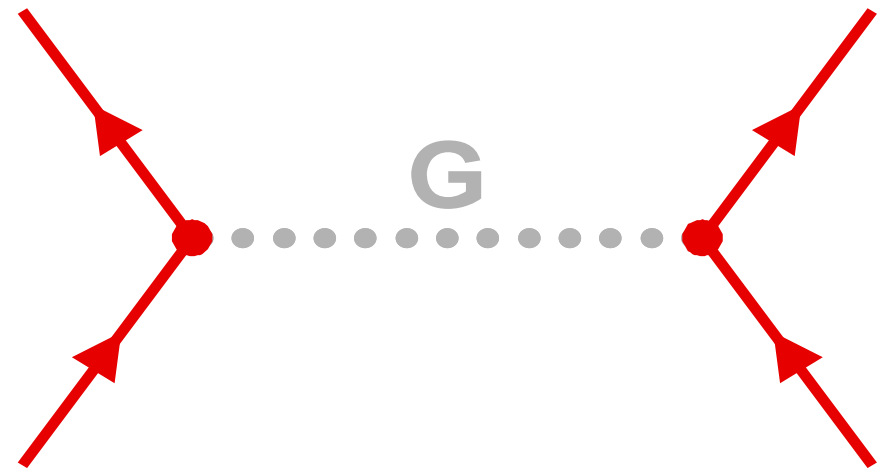
**elektromagnetyczne**



**silne**



**slabe**



**grawitacyjne**



# Świat cząstek elementarnych

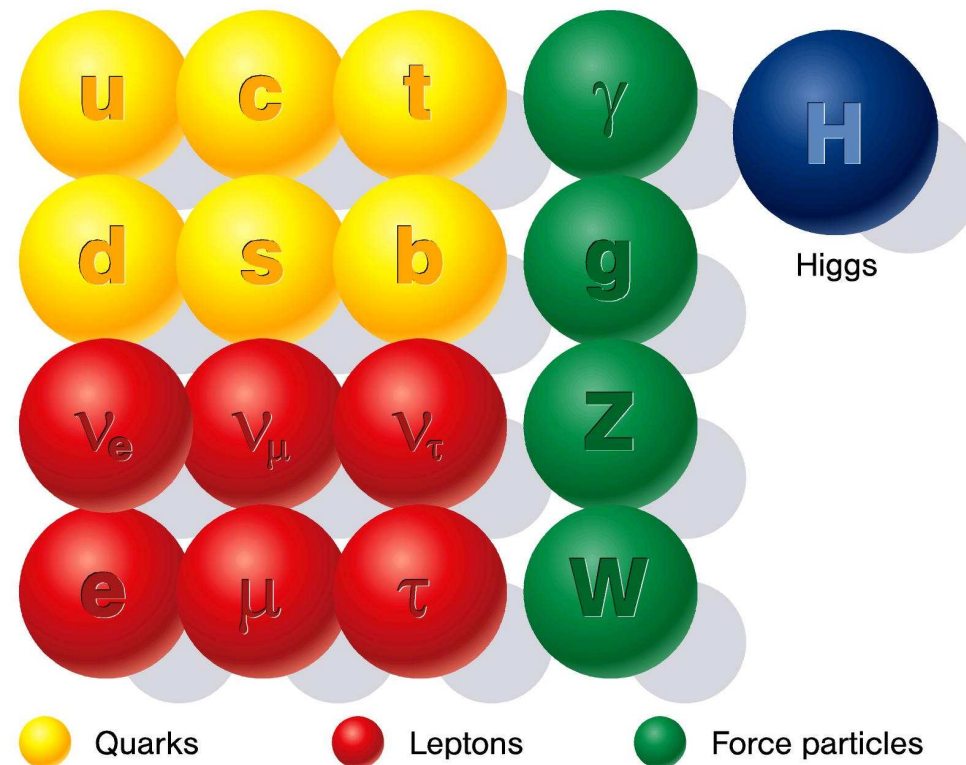
## Model Standardowy

Precyzyjnie opisuje cząstki elementarne i ich oddziaływania: elektromagnetyczne, słabe i silne.

Cząstkami modelu są

- cząstki materii  
kwarki i leptony
- nośniki oddziaływań  
 $\gamma, g, W^{\pm}$  i  $Z^0$
- bozon Higgsa  
konieczny dla spójności modelu

“Nadaje masy” wszystkim cząstkom



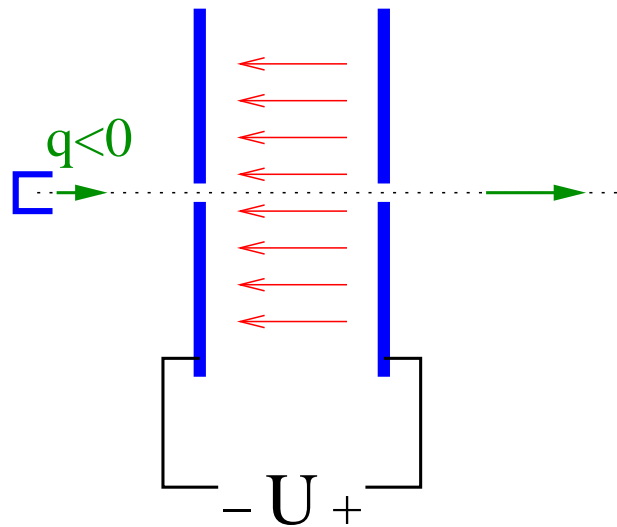
# Akceleratory

## Akceleratory elektrostatyczne

W 1919 roku Rutherford wskazał na korzyści z przyspieszania cząstek.

Najprostszym akceleratorem cząstek jest pole elektrostatyczne:

np. kondensator



Uzyskiwana energia:

$$E = E_0 + U \cdot q$$

Problemem jest uzyskanie odpowiednio wysokiej różnicy napięć.

generator Cockrofta-Waltona (1932)

generator Van de Graaffa (1931)

Obecnie uzyskujemy różnice napięć maksymalnie rzędu 30 MV

energia 30 MeV uzyskiwana przez cząstkę  $|Q|=1e$

W pewnych dziedzinach wciąż używane, ale zbyt mało dla fizyki cząstek.

# Akcelerator

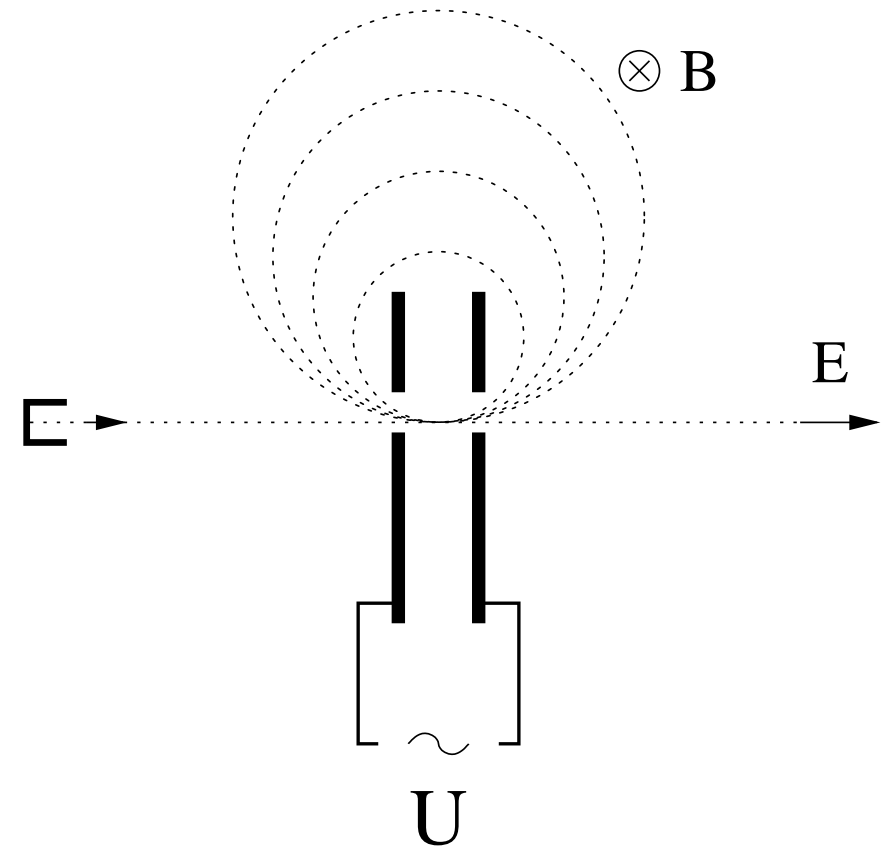
## Akcelerator kołowy

Zamiast używać wielu wnęk możemy wykorzystać pole magnetyczne do “zapętlenia” cząstki.

Cząstki mogą przechodzić przez wnękę przyspieszającą wiele razy...

Pierwszy tego typu akcelerator (**cyklotron**) zbudował w 1931 roku Ernest Lawrence

Schemat poglądowy:



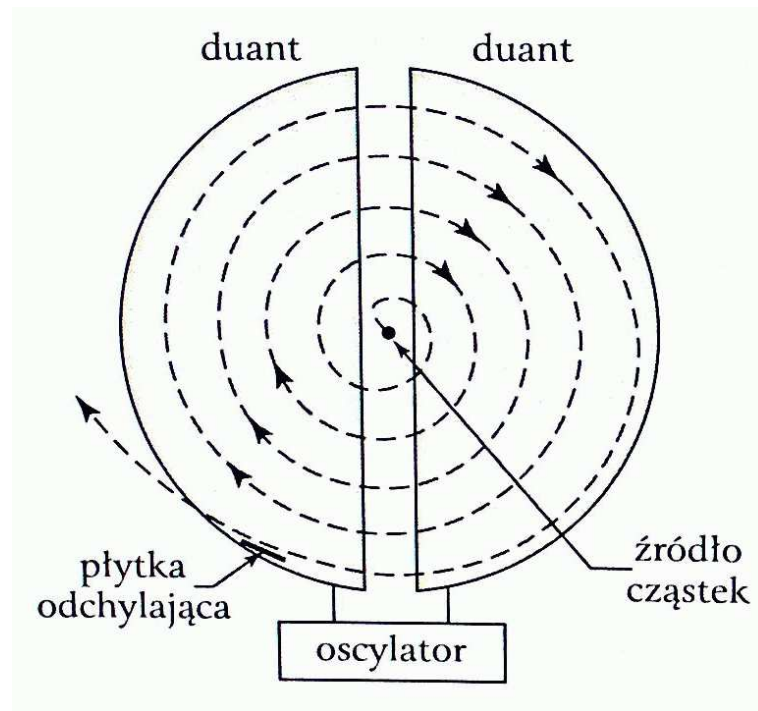
# Akcelerator

## Cyklotron

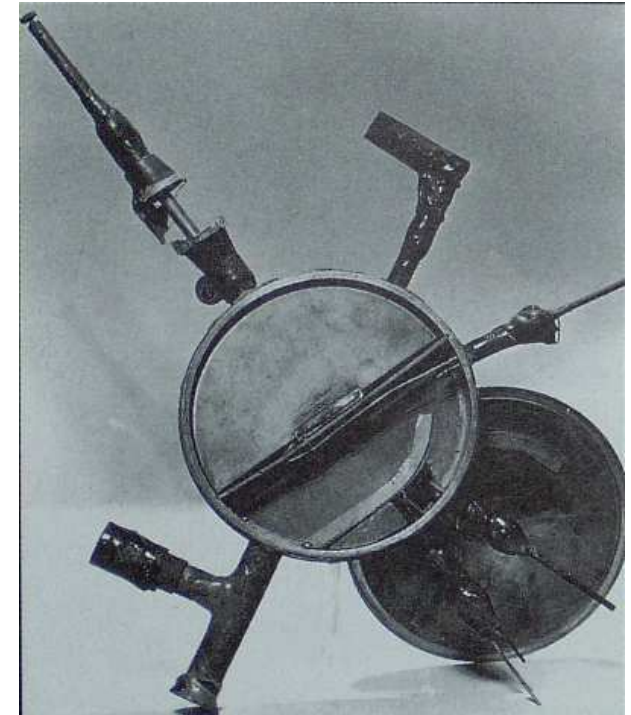
Ernest Lawrence



Schemat



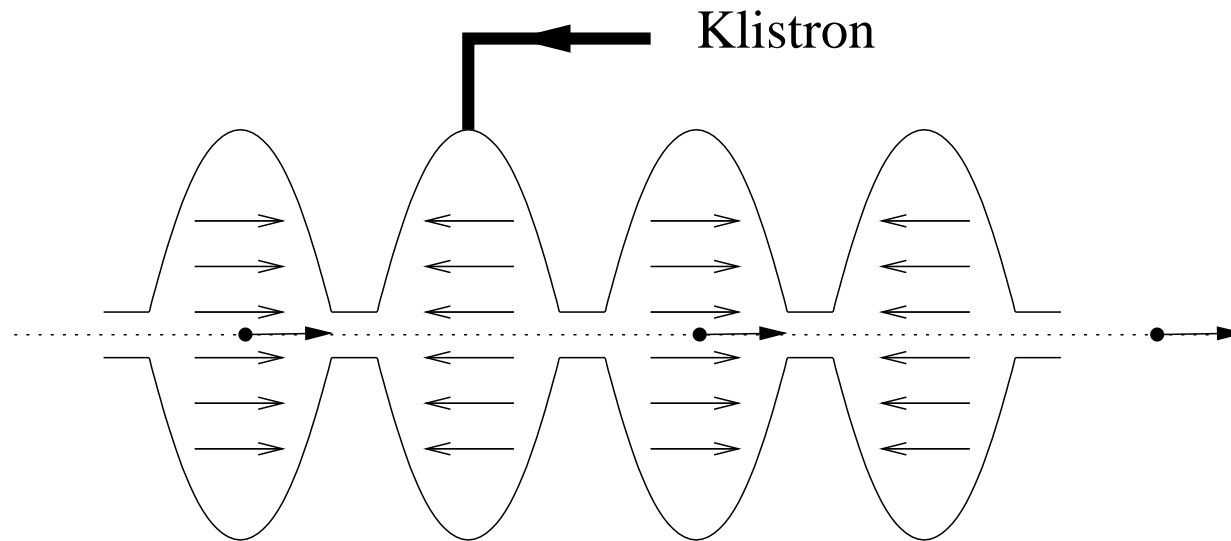
Pierwszy cyklotron



# Akceleratorzy

## Wnęka rezonansowa

Obecnie do przyspieszania cząstek wykorzystujemy wnęki rezonansowe:



Wewnątrz wnęki wytwarzana jest stojąca fala elektromagnetyczna.

Częstości rzędu 1 GHz - mikrofałe.

Wnęki rezonansowe pozwalają uzyskiwać natężenia pola rzędu 10 MV/m

W technologii CLIC wykorzystującej drugą wiązkę jako źródło fali: 100 MV/m

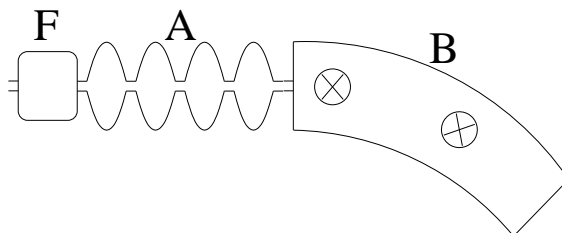
# Akcelerator

## Akcelerator kołowy

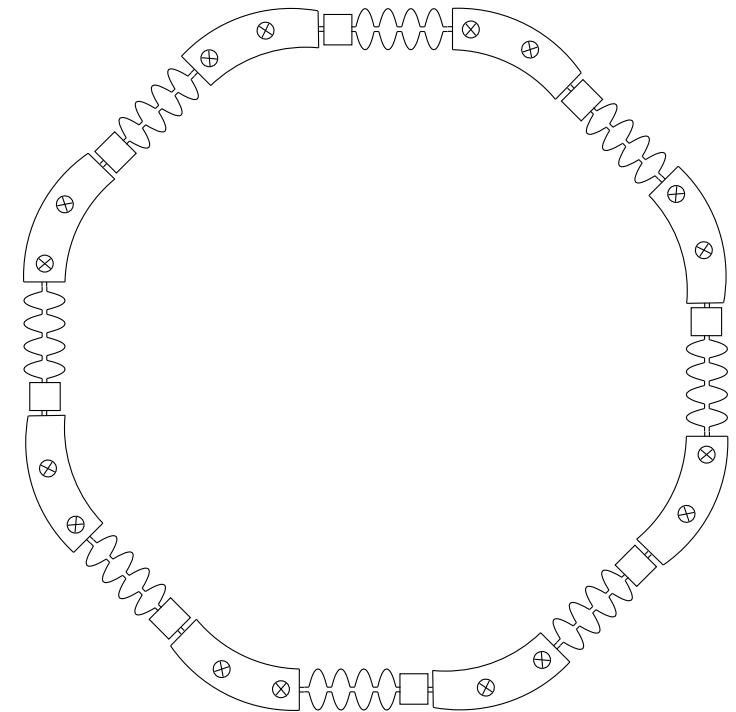
W praktyce akceleratory kołowe zbudowane są z wielu powtarzających się segmentów:

Każdy segment składa się z

- wnęk przyspieszających (A)
- magnesów zakrzywiających (B)
- układów ogniskujących (F)



Schemat akceleratora:



# Akceleratory

## LEP/LHC

Największy zbudowany dotąd akcelerator: **LEP** w CERN pod Genewą, obwód 27 km. Zderzał **przeciwbieżne wiązki elektronów i pozytonów** do energii  $\sim 100$  GeV.

W tym samym tunelu zbudowano następnie **LHC**, który zderzał **przeciwbieżne** wiązki protonów o energii **3.5-4 TeV** (od przyszłego roku 7 TeV).

Docelowo 2800 "paczek" po  $10^{11}$  protonów.

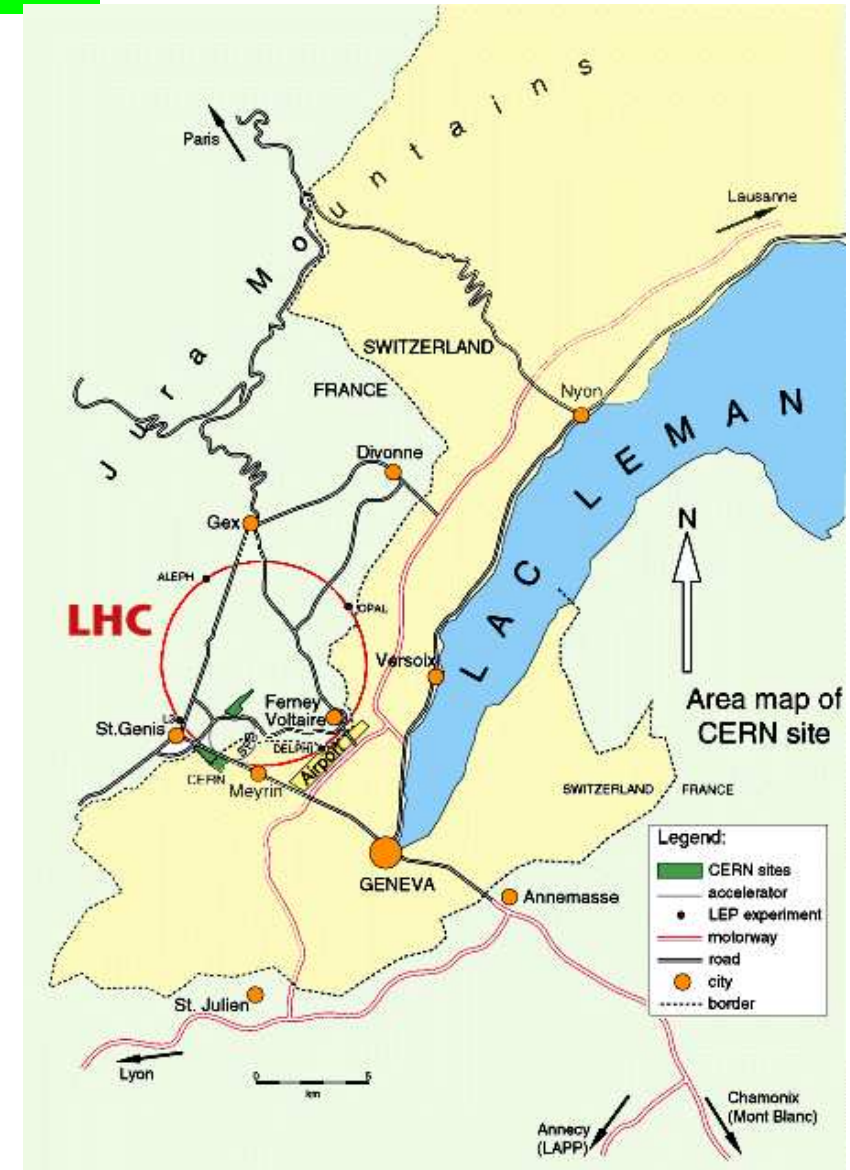
Energia jednej paczki:  $\sim 10^5$  J

**Samochód osobowy jadący ok. 60 km/h**

Całkowita energia wiązek:  $\sim 6 \cdot 10^8$  J

**Energia pola magnetycznego:  $\sim 10^{10}$  J**

**Airbus A380 lecący z prędkością 700 km/h.**





# LHC, CERN, Genewa





# Dynamika relatywistyczna

## Zasady zachowania

Relatywistyczne wyrażenie na pęd cząstki:

$$\vec{p} = m c \gamma \vec{\beta} = m \gamma \vec{V} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{V}}{c}$$

Relatywistyczne wyrażenia na energię cząstki:

energia kinetyczna	$E_k = m c^2 (\gamma - 1)$	nie zachowana
energia spoczynkowa ( $\sim$ masa)	$E_0 = m c^2$	nie zachowana
energia całkowita	$E = m c^2 \gamma$	zachowana !!!

Dla dowolnego izolowanego układu obowiązują zawsze:

$$\sum_i E_i = \sum_i \gamma_i m_i c^2 = \text{const} \quad \text{zasada zachowania energii}$$

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \gamma_i \cdot m_i \vec{V}_i = \text{const} \quad \text{zasada zachowania pędu}$$

# Dynamika relatywistyczna

## Transformacja

Zamiast rozważać niezależnie energię i pęd układu, wygodnie jest wprowadzić czterowektor energii-pędu:

$$\mathcal{E} = (E, c\vec{p}) = (E, cp_x, cp_y, cp_z)$$

Przy zmianie układu odniesienia, czterowektor energii-pędu podlega transformacji Lorentza identycznej z transformacją dla współrzędnych czasoprzestrzennych zdarzeń.

$$\begin{pmatrix} E \\ cp_x \\ cp_y \\ cp_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E' + \gamma \beta c p'_x \\ \gamma \beta E' + \gamma c p'_x \\ c p'_y \\ c p'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \beta & 0 & 0 \\ \gamma \beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E' \\ c p'_x \\ c p'_y \\ c p'_z \end{pmatrix}$$

energia  $\Leftrightarrow$  czas  
pęd  $\Leftrightarrow$  położenie

# Dynamika relatywistyczna

## Masa niezmiennicza

Niezmiennik transformacji Lorentza, (nie zależy od wyboru układu odniesienia)

$$M^2 c^4 = s = E^2 - p^2 c^2$$

Dla dowolnego izolowanego układu fizycznego masa niezmiennicza jest zachowana (nie zmienia się w czasie). Wynika to z zasady zachowania energii i pędu.

⇒ podstawowe pojęcie w analizie zderzeń relatywistycznych, zwłaszcza w procesach nieelastycznych (produkcja nowych cząstek)

Masa niezmiennicza jest tożsama z energią układu w układzie środka masy ( $P^* = 0$ ).

Dla zderzających się cząstek mówimy o **energii dostępnej** (w układzie środka masy).

Dla pojedynczej cząstki masa niezmiennicza jest tożsama z masą cząstki (energią spoczynkową).

# Zderzenia relatywistyczne

## Zderzenia elastyczne $2 \rightarrow 2$

Cząstki rozproszone takie same jak cząstki zderzające się.

W szczególności:  $m'_1 = m_1$  i  $m'_2 = m_2$

W zderzeniach cząstek wysokiej energii jest to jednak wyjątek (!)

## Zderzenia nieelastyczne

W oddziaływaniach cząstek elementarnych, zwłaszcza przy wysokiej energii, obserwujemy bardzo wiele reakcji, w których powstają nowe cząstki:

- Rozpady cząstek:  $a \rightarrow b + c$
- Produkcja pojedynczej cząstki (tzw. “rezonansu”):  $a + b \rightarrow c$
- Rozproszenie nieelastyczne dwóch cząstek:  $a + b \rightarrow c + d$   
jedna z cząstek na końcu może być cząstką stanu początkowego
- Produkcja wielu cząstek:  $a + b \rightarrow X$   
gdzie  $X$  oznacza dowolny stan wielocząstkowy

# Rozpady cząstek

Rozważmy rozpad cząstki o masie  $M$  na  $n$  cząstek o masach  $m_i$  ( $i = 1 \dots n$ ).

Masa niezmiennicza przed rozpadem:  $\mathcal{M}_i = M$ . Masa niezmiennicza po rozpadzie:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_f^2 &= \left( \sum_i E_i \right)^2 - \left( \sum_i \vec{p}_i \right)^2 \\ &= \sum_i E_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j>i} E_i E_j - \sum_i p_i^2 - 2 \sum_i \sum_{j>i} \vec{p}_i \vec{p}_j\end{aligned}$$

Dla dowolnej pary cząstek  $i, j$  mamy:  $E_i^2 = p_i^2 + m_i^2$

$$\begin{aligned}E_i E_j &= \sqrt{(p_i^2 + m_i^2)(p_j^2 + m_j^2)} = \sqrt{(p_i p_j + m_i m_j)^2 + (p_i m_j - p_j m_i)^2} \\ &\geq p_i p_j + m_i m_j \\ \Rightarrow E_i E_j - \vec{p}_i \vec{p}_j &\geq E_i E_j - p_i p_j \geq m_i m_j\end{aligned}$$

$$\text{Ostatecznie: } \mathcal{M}_f^2 \geq \sum_i m_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j>i} m_i m_j = \left( \sum_i m_i \right)^2 = s_{min}$$

# Rozpady cząstek

Warunek konieczny, aby mógł mieć miejsce rozpad:

$$M \geq \sum_i m_i = \sqrt{s_{min}}$$

Dla rozpadu dwuciałowego, w układzie cząstki:  $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

Jaka będzie wartość pędu produktów rozpadu:  $p = |\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$  ?

$$\begin{aligned} M^2 &= (E_1 + E_2)^2 - (p_1 - p_2)^2 = (E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2) - (p_1^2 - 2p_1p_2 + p_2^2) \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2)} + 2p^2 \\ (M^2 - m_1^2 - m_2^2 - 2p^2)^2 &= 4(p^2 + m_1^2)(p^2 + m_2^2) \\ \Rightarrow 4M^2p^2 &= (M^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2m_2^2 \\ p &= \frac{\sqrt{(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)}}{2M} \end{aligned}$$



# Rozpady cząstek

Przypadek równych mas:  $m_1 = m_2 = m$

$$p = \frac{\sqrt{(M^2 - 4m^2)M^2}}{2M} = \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 - m^2} \quad E = \frac{M}{2}$$

W granicy, gdy jeden z produktów rozpadu jest bardzo lekki:  $m_1 \ll m_2 \sim M$

$$p \approx \frac{\sqrt{(M^2 - m_2^2)^2}}{2M} = \frac{M}{2} - \frac{m_2^2}{2M} \approx E_1$$

$\frac{m_2^2}{2M}$  - energia "tracona" na odrzut drugiego ciała

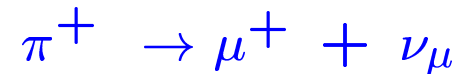
Energie cząstek po rozpadzie **nie są równe** !

Mierząc pęd (lub energię) jednego z produktów rozpadu, możemy wnioskować o **masach** pozostałych cząstek.

# Rozpady cząstek

## Przykład

Spoczywający pion  $\pi^+$  o masie  $m_\pi = 140 \text{ MeV}$  rozpada się na mion  $\mu^+$  ( $m_\mu = 106 \text{ MeV}$ ) i bezmasowe neutrino:



Pędy produktów rozpadu:

$$p = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2 m_\pi} \approx 30 \text{ MeV}$$

Energie liczymy z definicji masy niezmienniczej:

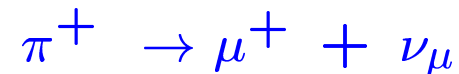
$$\begin{aligned} m^2 &= E^2 - p^2 \\ \Rightarrow E_\mu &= \sqrt{p^2 + m_\mu^2} \approx 110 \text{ MeV} & E_\mu^k &= 4 \text{ MeV} \\ E_\nu &= \sqrt{p^2 + m_\nu^2} = p = 30 \text{ MeV} & &= E_\nu^k \end{aligned}$$

Neutrino wynosi większość energii kinetycznej!

# Rozpady cząstek

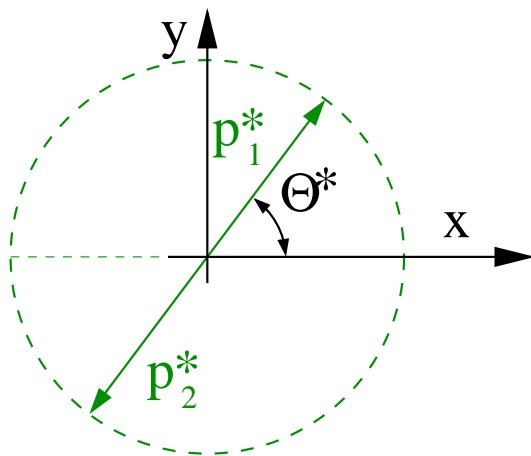
## Rozpad w locie

Pion  $\pi^+$  o energii  $E_\pi = 1.4 \text{ GeV}$  ( $m_\pi = 140 \text{ MeV}$ )  
rozpada się na mion  $\mu^+$  ( $m_\mu = 106 \text{ MeV}$ ) i bezmasowe neutrino:



Jaka jest minimalna i maksymalna energia mionu mierzona w laboratorium?

Wyznaczyliśmy energie i pędy produktów rozpadu w **układzie spoczywającego pionu**.

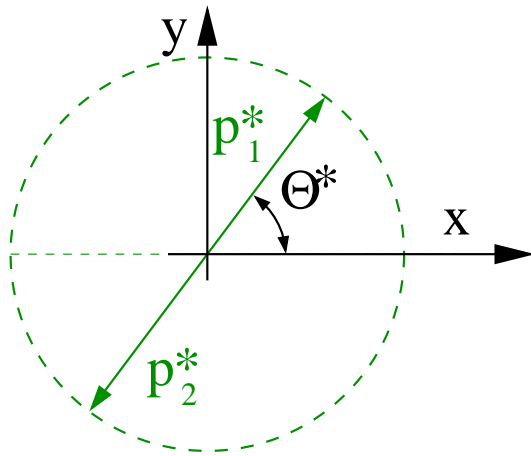


Musimy teraz tylko przetransformować energie i pędy do układu laboratoryjnego.

Podobnie jak w przypadku zderzeń elastycznych, energie i pędy mierzone w laboratorium zależą od **kąta rozproszenia** w układzie środka masy.

# Rozpady cząstek

## Rozpad w locie



Całkowita energia  $E = E_\pi$ , masa  $M_{inv} = m_\pi$ .

⇒ współczynniki transformacji Lorentza:

$$\gamma = \frac{E_\pi}{m_\pi} = 10 \quad \beta \approx 0.995$$

Energia mionu mierzona w laboratorium ( $c \equiv 1$ ):

$$E_\mu = \gamma(E_\mu^* + \beta p_x^*) = \gamma E_\mu^* + \gamma \beta p^* \cdot \cos(\Theta^*)$$

Ponieważ  $E_\mu^*$  i  $p^*$  są dodatnie, widać, że największą energię mionu uzyskamy dla  $\Theta^* = 0$  (mion produkowany “do przodu”), a najmniejszą dla  $\Theta^* = \pi$  (“do tyłu”).

Wstawiając wcześniej wyznaczone  $E_\mu^* = 110 \text{ MeV}$ ,  $p^* = 30 \text{ MeV}$ :

$$E_\mu^{max} \approx 1398 \text{ MeV} \quad E_\mu^{min} \approx 802 \text{ MeV}$$

Niezależnie od kąta rozpadu, mion zawsze uniesie większość energii...

# Rozpady cząstek

Wszystkie cząstki danego rodzaju (np. elektrony lub neutrony) są **identyczne**.

Nie mają też “**pamięci**” - ich własności **nie zależą od czasu**.

Dla cząstek nietrwałych oznacza to, że **prawdopodobieństwo** ich **rozpadu** w danym przedziale czasu jest zawsze takie samo.

Rozważmy bardzo mały przedział czasu  $dt$  (**znacznie mniejszy niż typowy czas rozpadu**).

Jeśli próbka zawiera  $N$  cząstek to liczba oczekiwanych rozpadów musi być proporcjonalna do  $N$  i do  $dt$ :

$$dN = N(t + dt) - N(t) = -\alpha N dt$$

Całkując to równanie otrzymujemy:

$$\frac{dN}{N} = -\alpha dt$$

$$\ln N = -\alpha t + C$$

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\alpha t} \quad \text{prawo rozpadu promieniotwórczego}$$

# Rozpady cząstek

**Prawdopodobieństwo** rozpadu na jednostkę czasu (dla pojedynczej cząstki):

$$p(t) = \alpha e^{-\alpha t}$$

Parametr  $\alpha$  wiąże się ze średnim czasem życia cząstki:

$$\tau = \langle t \rangle = \int_0^{\infty} t \cdot p(t) dt = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow p(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \quad N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

Jeśli cząstka o masie  $m$  i średnim czasie życia  $\tau$  (zawsze definiowanym w układzie cząstki) ma w układzie obserwatora O' energię  $E$  i pęd  $p$ , to obserwator zmierzy:

$$N(t') = N_0 \cdot e^{-\frac{t'}{\gamma\tau}} = N_0 \cdot e^{-\frac{mt'}{E\tau}}$$

$$\langle t' \rangle = \gamma \tau = \frac{E}{m} \tau$$

$$\text{średnia droga swobodna} \quad \lambda = \langle vt' \rangle = \beta \gamma c\tau = \frac{p}{m} c\tau$$

# Rozpady cząstek

## Przykład

Jaki powinien być pęd mionu produkowanego w górnych warstwach atmosfery ( $h = 20 \text{ km}$ ), żeby mógł dolecieć do powierzchni Ziemi zanim się rozpadnie?

Prawdopodobieństwo rozpadu w funkcji odległości:

$$p(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} \quad \lambda = \frac{p}{m} c\tau$$

Prawdopodobieństwo, że mion doleci do powierzchni Ziemi:

$$P(x > h) = \int_h^{\infty} p(x) dx = e^{-h/\lambda}$$

jest formalnie niezerowe dla dowolnego pędu. Duże szanse dolecieć mają jednak tylko miony, dla których  $\lambda > h$ :

$$\frac{p}{m} c\tau > h \quad \Rightarrow \quad p > \frac{h}{c\tau} m$$

Dla mionu:  $\tau = 2.2 \mu\text{s}$  ( $c\tau \approx 660 \text{ m}$ ),  $m \approx 100 \text{ MeV}$ :

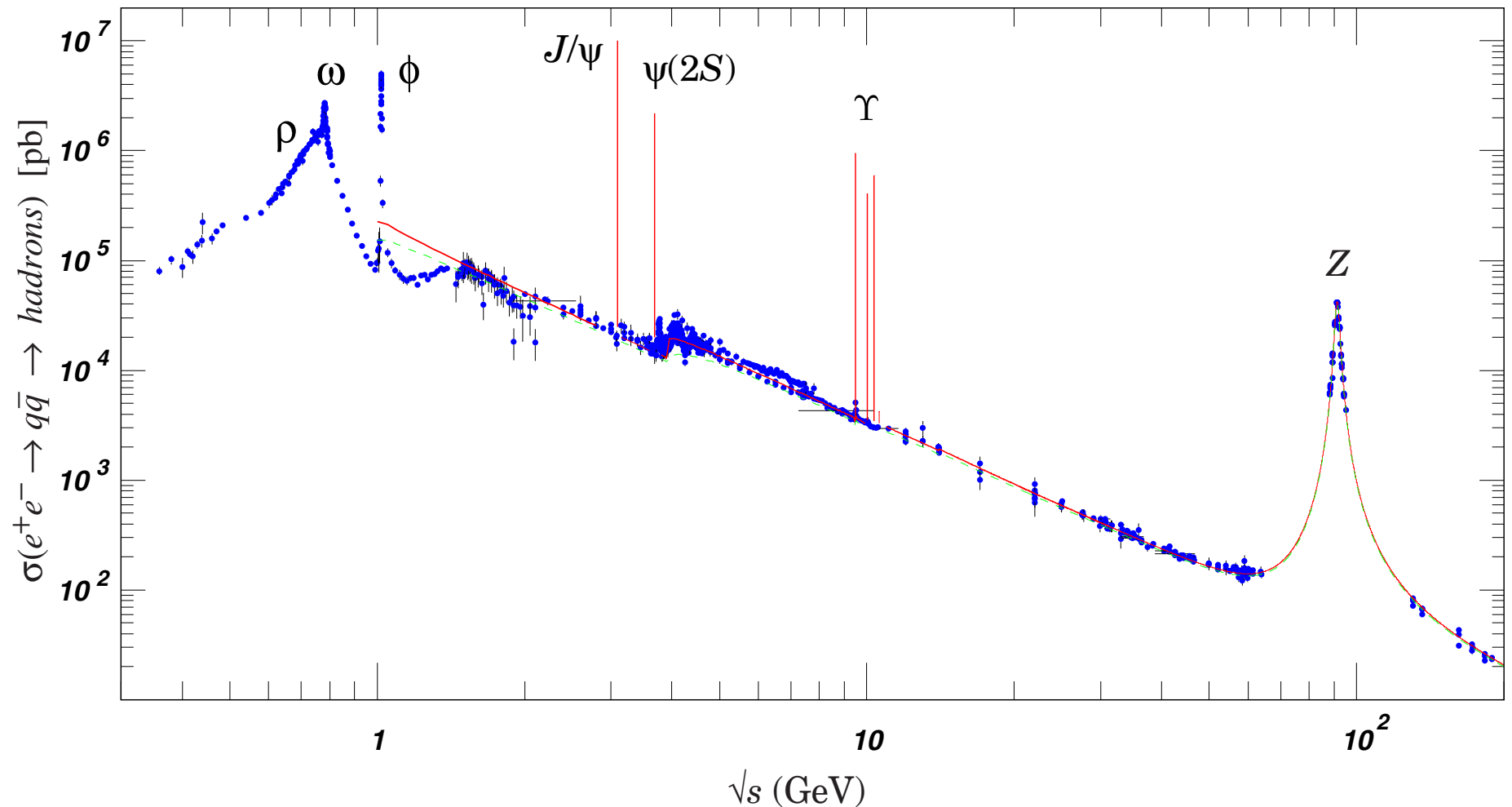
$$p > \frac{h}{c\tau} m \approx 30 \cdot m = 3 \text{ GeV}$$



# Zderzenia relatywistyczne

## Zderzenia $e^+e^-$

Przekrój czynny na produkcję hadronów w funkcji dostępnej energii:

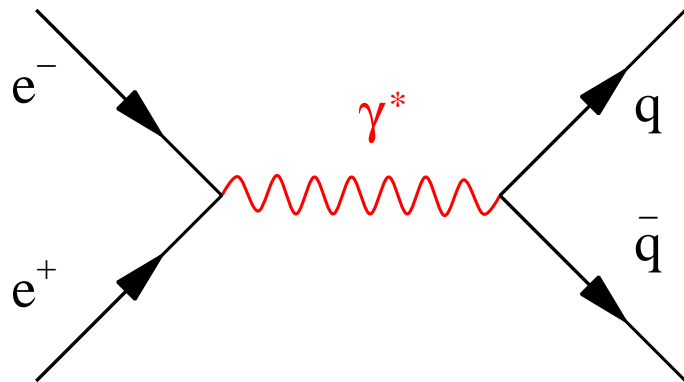


# Zderzenia relatywistyczne

## Zderzenia $e^+e^-$

W całym zakresie zbadanych energii mamy niezerowy przekrój czynny na produkcję kwarków.

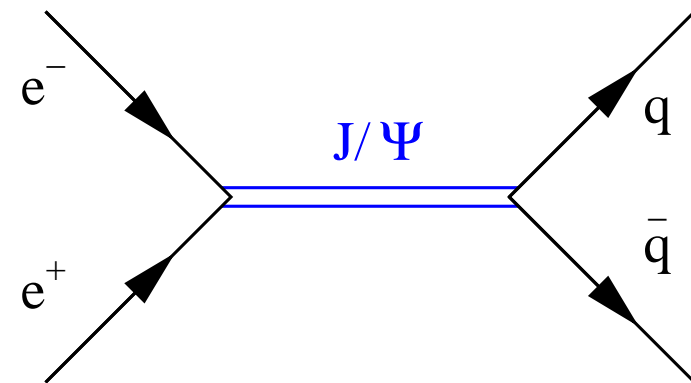
Proces ten opisujemy jako **anihilację**  $e^+e^-$  w **wirtualny foton**, który następnie rozpada się na parę  $q\bar{q}$



## Produkcja rezonansów

Przy pewnych wartościach  $\sqrt{s}$  obserwujemy wzrost produkcji kwarków o kilka rzędów wielkości.

Jest to efekt **rezonansowej** produkcji cząstek



Aby w zderzeniu dwóch cząstek powstała jedna, (np:  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow q\bar{q}$ ) **masa niezmiennicza** zderzających się cząstek musi być równa **masie cząstki** którą produkujemy ( $\sqrt{s} = m_{J/\psi}$ )

# Zderzenia relatywistyczne

## Produkcja rezonansów

Produkcja bozonu  $Z^0$  w eksperymencie L3 (LEP)

$$e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow q\bar{q}$$

Maksimum przekroju czynnego obserwujemy dla

$$\sqrt{s} = m_Z$$

ale ma ono skończoną szerokość:

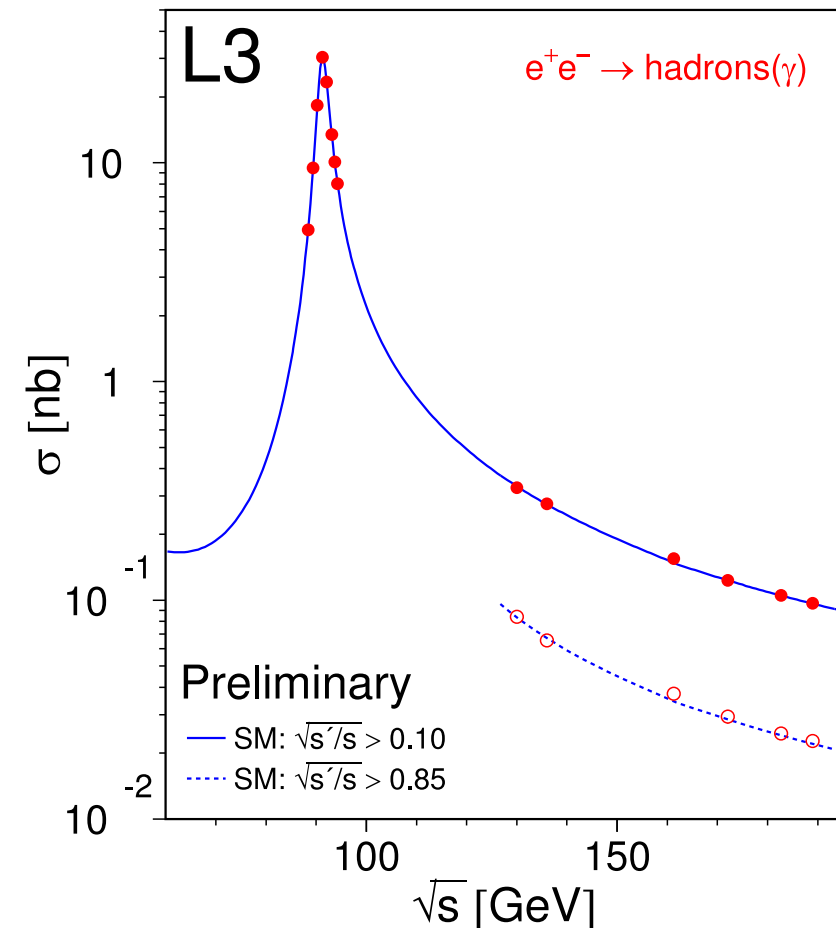
(rozkład Breita-Wignera)

$$\sigma(s) \sim \frac{M_Z^2 \Gamma^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma^2}$$

Szerokość rezonansu wiąże się z czasem życia:

$$\Gamma \cdot \tau = h$$

(zasada nieoznaczoności)



# Zderzenia relatywistyczne

## Produkcja wielu cząstek

Aby w zderzeniu dwóch cząstek powstały dwie lub więcej nowych cząstek, np:

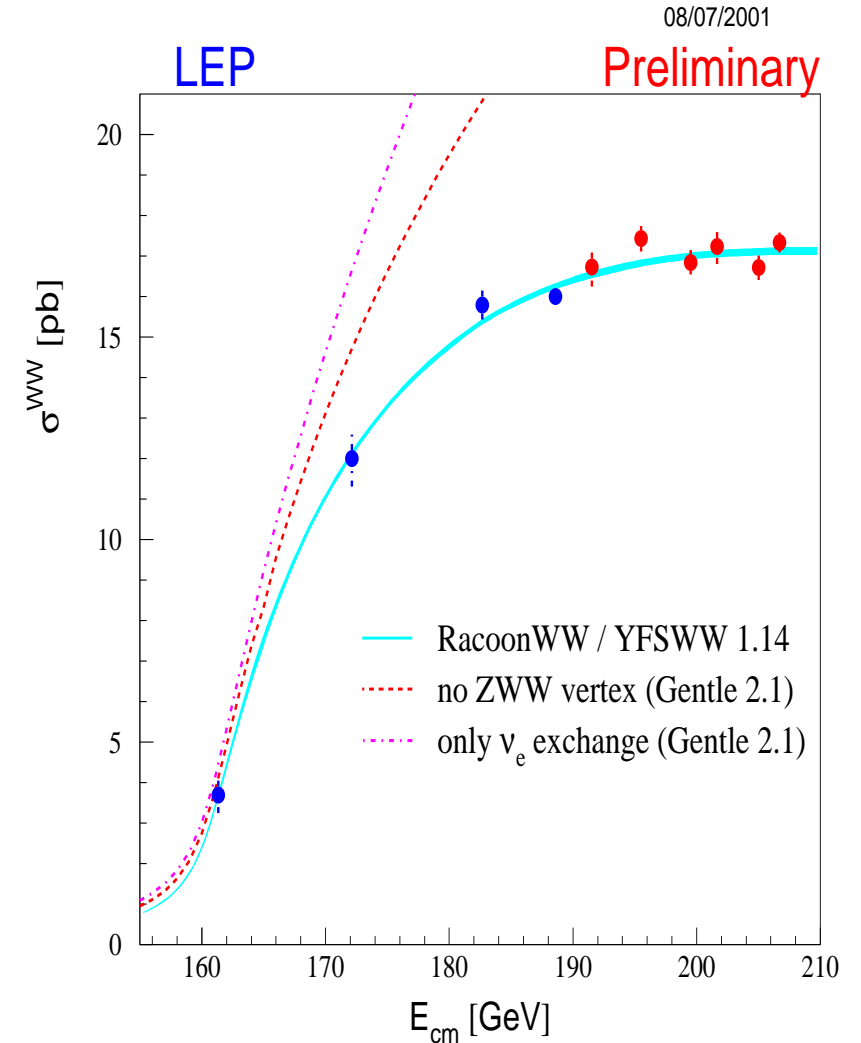


**masa niezmiennicza** zderzających się cząstek musi być większa lub równa **sumie mas** produkowanych cząstek:

$$\sqrt{s} \geq \sum_i m_i$$

Mierzony przekrój czynny  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^- \Rightarrow$

$$\sqrt{s} \geq 2 m_W \approx 160 \text{ GeV}$$



# Zderzenia relatywistyczne

## Energia dostępna

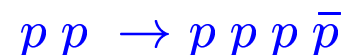
Masę niezmienniczą zderzających się cząstek  $\sqrt{s}$  określamy też jako **energię dostępną** w układzie środka masy.

Energia dostępna jest to część energii kinetycznej, która może zostać zamieniona na masę (energię spoczynkową) nowych cząstek.

$\sqrt{s}$  mówi nam ile energii możemy zużyć na wyprodukowanie nowych cząstek.

### Przykład

Aby wyprodukować antyproton w reakcji



musimy mieć

$$\sqrt{s} \geq 4 m_p$$

⇐ liczymy wszystkie cząstki w stanie końcowym, także cząstki pierwotne

# Zderzenia relatywistyczne

Określoną wartość energii dostępnej możemy uzyskać na różne sposoby:

## Zderzenia z tarczą

Cząstka “pocisk” o energii  $E$  uderza w nieruchomą tarczę:

$$s = 2 E_1 m_2 + m_1^2 + m_2^2$$

w granicy  $E_1 \gg m_1 \sim m_2$

$$s \approx 2 E_1 m_2$$

## Wiązki przeciwbieżne

Zderzenia wiązek o energiach  $E_1$  i  $E_2$ :

$$s = 2 E_1 E_2 + 2 p_1 p_2 + m_1^2 + m_2^2$$

w granicy  $E_1 \sim E_2 \gg m_1 \sim m_2$

$$s \approx 4 E_1 E_2$$

**Dużo wyższe wartości !!!**

## Przykład

Wiązka protonów o energii 50 GeV ( $\approx 50 m_p$ )

- na **tarczy** wodorowej (protony):  $\sqrt{s} \approx \sqrt{2 E m_p} \approx 10 \text{ GeV} \approx 10 m_p$
- dwie **wiązki przeciwbieżne**:  $\sqrt{s} \approx \sqrt{4 E \cdot E} = 2 E = 100 \text{ GeV} \approx 100 m_p$

# Energia progowa

## Zderzenia z tarczą

Minimalna energia wiązki  $E_{min}$  przy której możliwa jest dana reakcja.

Minimalna masa niezmiennicza:

$$s_{min} = \left( \sum_i m_i \right)^2$$

W zderzeniach z nieruchomą tarczą:

$$s_{min} = 2 E_{min} m_2 + m_1^2 + m_2^2$$

⇒ minimalna energia całkowita pocisku:

$$E_{min} = \frac{s_{min} - (m_1^2 + m_2^2)}{2 m_2} = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1^2 + m_2^2)}{2 m_2}$$

⇒ minimalna energia kinetyczna pocisku:

$$E_{k,min} = E_{min} - E_0 = \frac{(\sum_i m_i)^2 - (m_1 + m_2)^2}{2 m_2}$$

# Energia progowa

## Zderzenia z tarczą

Związek minimalnej energii kinetycznej pocisku z przyrostem masy:

$$2 m_2 E_{k,min} = \left( \sum_i m_i \right)_{\text{końcowe}}^2 - \left( \sum_i m_i \right)_{\text{początkowe}}^2$$

⇒ energia kinetyczna pocisku jest “zużywana” na zwiększenie masy układu...

## Przykład 1

Produkcja anty-protonów w reakcji  $pp \rightarrow ppp\bar{p}$        $\sum_i m_i = 4 m_p$        $\Delta M = 2 m_p$

$$E_{min} = \frac{(4 m_p)^2 - (m_p^2 + m_p^2)}{2 m_p} = 7 m_p$$

$$E_{k,min} = E_{min} - m_p = 6 m_p \approx 5.63 \text{ GeV}$$



# Energia progowa

## Wiązki przeciwbieżne

Dla wiązek przeciwbieżnych: dla uproszczenia przyjmujemy  $E_1 = E_2$ ,  $m_1 = m_2$

$$s_{min} \approx 4 E_1 E_2 = 4 E_{min}^2$$

$$E_{min} = \frac{1}{2} \sqrt{s_{min}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sum_i m_i\right)^2} = \frac{1}{2} \sum_i m_i$$

$$E_{k,min} = \frac{1}{2} \left[ \left(\sum_i m_i\right)_{\text{końcowe}} - \left(\sum_i m_i\right)_{\text{początkowe}} \right]$$

⇒ energia rośnie liniowo z masą produkowanego stanu (na tarczy: kwadratowo)

⇒ dużo niższe energie potrzebne do wytworzenia tego samego stanu

### Przykład 1 (c.d.)

Produkcja anty-protonów w reakcji  $p p \rightarrow p p p \bar{p}$   $\sum_i m_i = 4 m_p$

$$E_{k,min} = \frac{1}{2} [4m_p - 2m_p] = m_p \approx 0.94 \text{ GeV} \quad \text{na tarczy: } 5.63 \text{ GeV}$$

# Energia progowa

## Wiązki przeciwbieżne

### Przykład 2

Produkcja par bozonów  $W^+W^-$  w zderzeniach elektron-pozyton:  $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$

Gdybyśmy chcieli użyć pojedynczej wiązki pozytonów i tarczy  $\sum_i m_i = 2 m_W$

$$E_{min} = \frac{(2 m_W)^2 - (m_e^2 + m_e^2)}{2 m_e} \approx \frac{2 m_W^2}{m_e} \approx 25\,300\,000 \text{ GeV}$$

$$m_W = 80.4 \text{ GeV} \quad m_e = 0.000511 \text{ GeV}$$

Tak ogromnych energii nie jesteśmy w stanie wytworzyć !

Dotychczas wiązki pozytonów  $E \approx 100 \text{ GeV}$ , projektowane  $E \approx 1000 - 5000 \text{ GeV}$ ...

Dla przeciwbieżnych wiązek elektron-pozyton:  $s \approx 4 E^2$

$$E_{min} = \frac{1}{2} \sqrt{s_{min}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sum_i m_i\right)^2} = \frac{1}{2} \sum_i m_i = m_W \approx 80 \text{ GeV}$$

Takie energie to już nie problem...

# Egzamin

## Przykładowe pytania testowe:

1. Która z cząstek nie jest cząstką fundamentalną  
 A foton       B elektron       C neutrino       D proton
2. W akceleratorach elektrostatycznych uzyskuje się energie protonów sięgające  
 A 50 keV       B 30 MeV       C 14 GeV       D 7 TeV
3. W zderzeniach nieelastycznych, w przypadku relatywistycznym, zmienia się  
 A masa niezmiennicza układu       B energia całkowita układu       C pęd układu  
 D masa spoczynkowa cząstek
4. Cząstka o masie  $M$  może rozpaść się na dwie cząstki o masach  $m_1$  i  $m_2$  jeśli  
 A  $M^2 \geq m_1^2 + m_2^2$        B  $M^2 = m_1^2 + m_2^2$        C  $M \geq m_1 + m_2$        D  $M = m_1 + m_2$
5. Energia dostępna w zderzeniach przeciwbieżnych wiązek elektronów o energiach 1 GeV i 9 GeV wynosi  
 A 5 GeV       B 10 GeV       C 8 GeV       D 6 GeV



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej  
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego