

# Metody eksperymentalne w fizyce wysokich energii

prof. dr hab. A.F.Żarnecki

Zakład Cząstek i Oddziaływań Fundamentalnych IFD

## Wykład II

- Oddziaływanie cząstek naładowanych z materią
- Oddziaływanie elektronów i pozytonów
- Oddziaływanie fotonów

# Wprowadzenie

## Oddziaływanie cząstek z materią

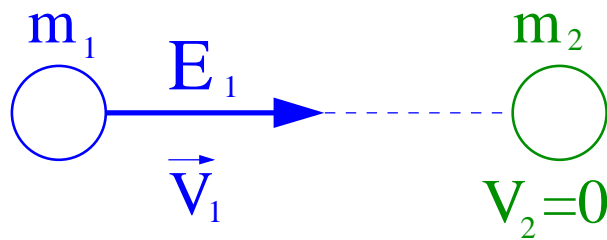
Ze względu na oddziaływanie z materią (prowadzące do detekcji cząstek) cząstki elementarne możemy podzielić na następujące kategorie:

- cząstki naładowane (z wyłączeniem  $e^{\pm}$ )  
⇒ główny proces: jonizacja
- elektrony i pozytony  
⇒ jonizacja + straty radiacyjne
- fotony  
⇒ efekt fotoelektryczny, efekt Comptona, kreacja par
- (nienaładowane) hadrony  
⇒ kaskady hadronowe
- **neutrino**

# Wprowadzenie

## Rozpraszanie elastyczne

Rozważmy zderzenie **elastyczne** cząstki o masie  $m_1$  i energii  $E_1$  ze spoczywającą cząstką o masie  $m_2$ .



Jaki będzie **maksymalny przekaz energii** w tym zderzeniu?

Wiemy, że będziemy z nim mieli do czynienia, gdy w układzie środka masy (CMS) cząstka  $m_2$  rozproszy się “do przodu”

Przyjmijmy, że parametry transformacji do CMS dane są przez  $\gamma^*$  i  $\beta^*$

Energia i pęd  $m_2$  w CMS ( $c \equiv 1$ ) przed zderzeniem:

$$p_2^* = -\beta^* \gamma^* m_2$$

$$E_2^* = \gamma^* m_2$$

po zderzeniu:

$$p_2'^* = -p_2^* = \beta^* \gamma^* m_2$$

$$E_2'^* = E_2^* = \gamma^* m_2$$

Transformując do układu LAB:

$$\begin{aligned} E_2' &= \gamma^* \cdot E_2'^* + \beta^* \gamma^* \cdot p_2'^* \\ &= \gamma^{*2} (1 + \beta^{*2}) m_2 \end{aligned}$$

# Wprowadzenie

## Maksymalny przekaz energii

Przekaz energii:

$$\begin{aligned}\Delta E_{max} &= E'_2 - E_2 = E'_2 - m_2 \\ &= \gamma^{*2} \left( 1 + \beta^{*2} - \frac{1}{\gamma^{*2}} \right) m_2 \\ &= 2 (\beta^* \gamma^*)^2 m_2\end{aligned}$$

Dla układu dwóch ciał mamy:

$$\begin{aligned}E &= E_1 + E_2 = E_1 + m_2 \\ P &= P_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \\ M^2 &= E^2 - P^2 = (E_1 + m_2)^2 - P_1^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2 E_1 m_2\end{aligned}$$

Transformacja do układu środka masy:

$$\beta^* \gamma^* = \frac{P}{M} = \frac{\beta \gamma m_1}{\sqrt{m_1^2 + 2\gamma m_1 m_2 + m_2^2}}$$

gdzie:  $\gamma$  i  $\beta$  - współczynniki dla cząstki  $m_1$

**Maksymalny** przekaz energii:

$$\Delta E_{max} = \frac{2 \beta^2 \gamma^2 m_2}{1 + 2\gamma \frac{m_2}{m_1} + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2}$$

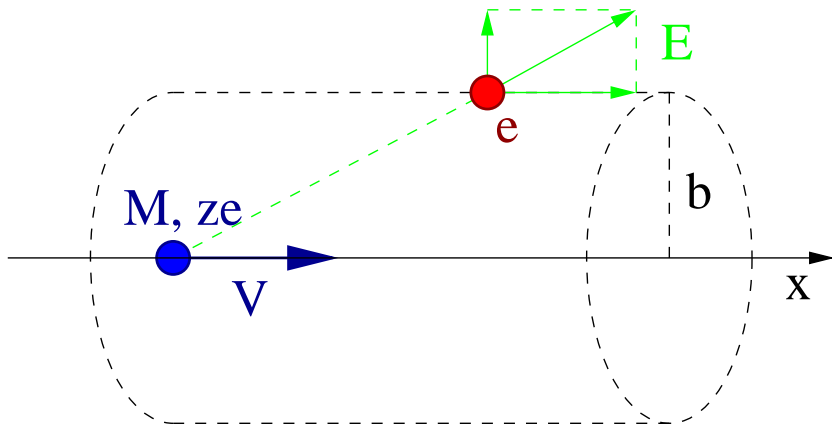
W granicy  $m_1 \gg m_2$  maksymalny przekaz energii rośnie jak  $\beta^2 \gamma^2 \sim p_1^2$

$$\Delta E_{max} \approx 2 \beta^2 \gamma^2 m_2$$

# Jonizacja

## Podejście klasyczne (Bohr)

Ciężka ( $M \gg m_e$ ) naładowana cząstka przelatuje w odległości  $b$  elektronu:



Założenia:

- zanedbujemy zmiany w ruchu cząstki
- zanedbujemy ruch elektronu

Z symetrii wynika, że na przekaz pędu wpływ ma wyłącznie prostopadła składowa pola:

$$\Delta \vec{p} = \int dt \vec{F} = e \int dt \vec{E}_{\perp}$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= e \int dt E_{\perp} = e \int dx \frac{dt}{dx} E_{\perp} \\ &= \frac{e}{2\pi b V} \int 2\pi b dx E_{\perp} \end{aligned}$$

Z prawa Gaussa dla ładunku  $ze$ :

$$\int dS E_{\perp} = \frac{ze}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{2ze^2}{4\pi\epsilon_0 b V}$$

$$\Rightarrow \Delta E(b) = \frac{\Delta p^2}{2m_e} = \frac{2z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e b^2 V^2}$$

# Jonizacja

## Podójście klasyczne

Liczba elektronów w przedziale odległości  $[b, b + db]$   $n_e$  - gęstość elektronów

$$N_e = n_e dV = 2\pi b n_e db dx$$

Łączna strata energii cząstki na odległości  $dx$ :  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \alpha$

$$-dE = \Delta E(b) N_e = \frac{4\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e b V^2} db dx$$

Całkując po parametrze zderzenia otrzymujemy całkowitą stratę na jednostkę długości:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e V^2} \cdot \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}$$

Wyrażając granice całkowania przez przekaz energii:  $\Delta E(b) \sim b^{-2}$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e V^2} \cdot \ln \frac{\Delta E_{max}}{\Delta E_{min}}$$

# Jonizacja

## Podejście klasyczne

Gęstość elektronów w materiale:

$$n_e = Z \cdot N_A \cdot \frac{\rho}{A} \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$$

gdzie:  $\rho$  - gęstość,  $A$  - liczba masowa,  $Z$  - liczba porządkowa (ładunek jądra)

Podstawiając uzyskany wzór na  $\Delta E_{max}$   $M \gg m_e$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi N_A z^2 \alpha^2}{m_e V^2} \cdot \rho \frac{Z}{A} \cdot \ln \left( \frac{2 \beta^2 \gamma^2 m_e}{\Delta E_{min}} \right)$$

$\Delta E_{min}$  powinno być rzędu energii jonizacji atomów ośrodka -  $I$

Wyprowadzenie klasyczne, choć niedokładne, daje poprawny charakter zależności:

- w obszarze małych  $V$  - im szybsza cząstka tym mniej czasu ma na oddziaływanie z elektronem, siły wykonują mniejszą pracę
- dla  $V \rightarrow c$  - logarytmiczny wzrost związany ze wzrostem maksymalnego dozwolonego przekazu energii

# Jonizacja

## Wzór Bethe-Blocha

Uwzględniając w rachunku efekty kwantowe otrzymujemy:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 \Delta E_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

gdzie: 
$$K = \frac{4\pi N_A z^2 \alpha^2}{m_e} \approx 0.307 \frac{\text{MeV}}{\text{g/cm}^2}$$

$\delta$  - poprawka związana z polaryzacją ośrodka

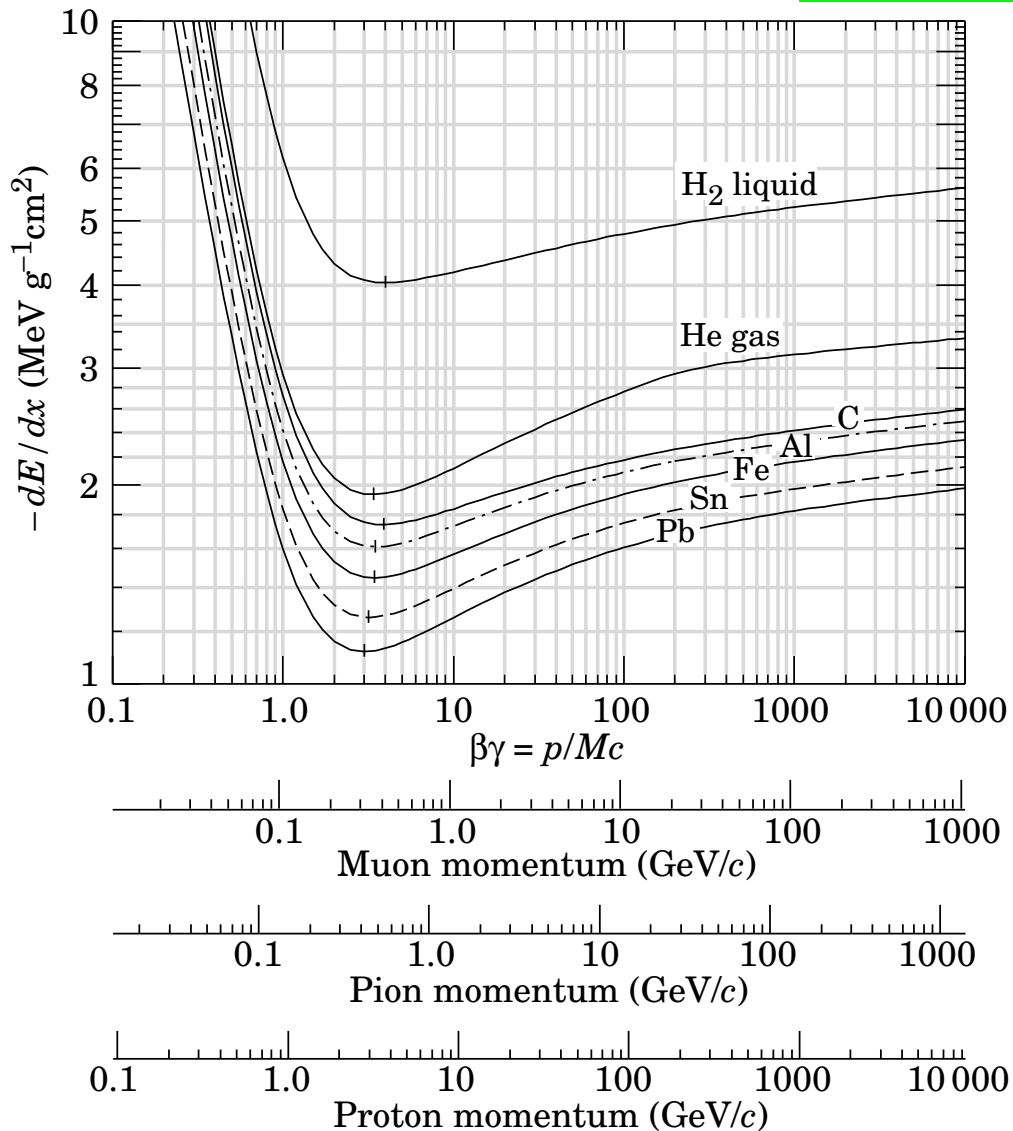
Przy założeniu  $m \gg m_e$  jonizacja zależy wyłącznie od  $\beta\gamma$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

Średnia energia jonizacji elektronów  $I \sim Z \cdot 10\text{eV}$



# Jonizacja



Zależność straty energii na jonizację od energii ma **uniwersalny kształt!**

Dla różnych cząstek skaluje się z  $\beta\gamma$ .

Wysokość strat zależy od materiału.

Straty minimalne dla  $\gamma \sim 3$

poniżej: szybki wzrost

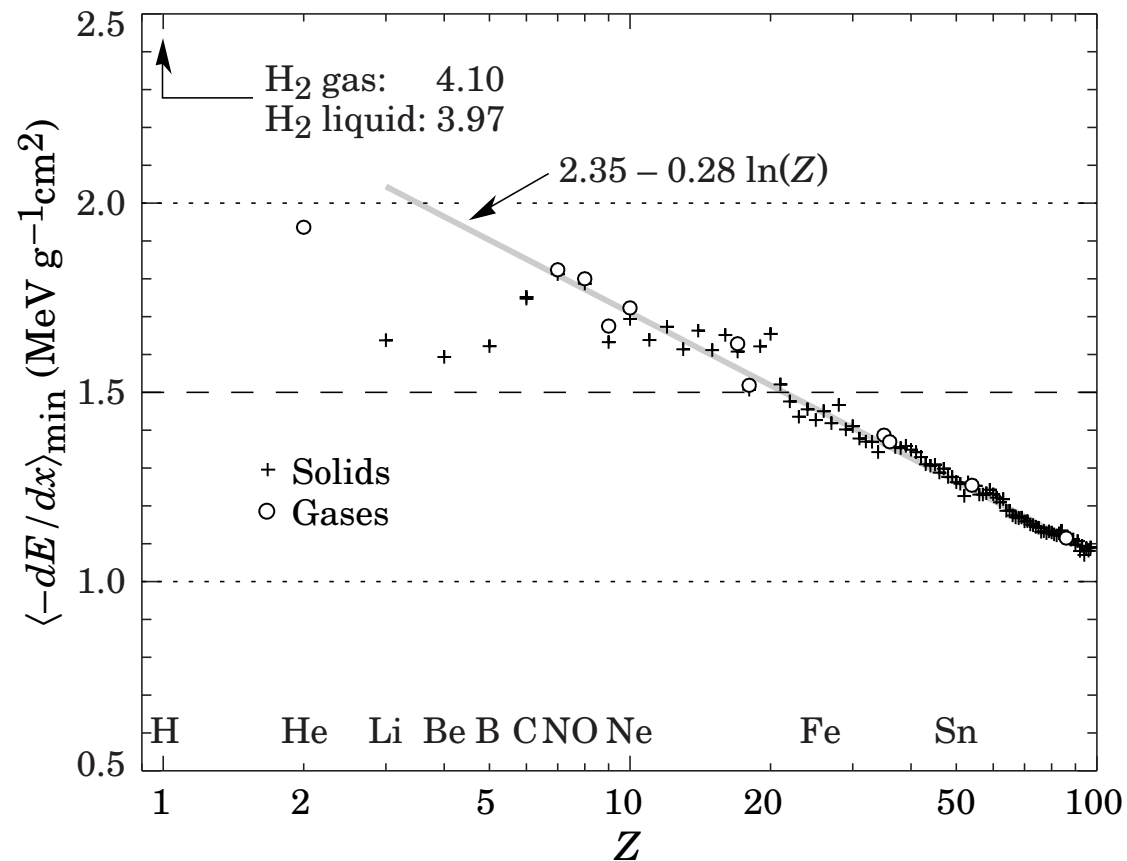
powyżej: wzrost logarytmiczny

Straty dla cząstek minimalnej jonizacji:

$$-\left.\frac{dE}{dx}\right|_{min} \sim 1 - 2 \text{MeV} / \frac{g}{\text{cm}^2}$$

# Jonizacja

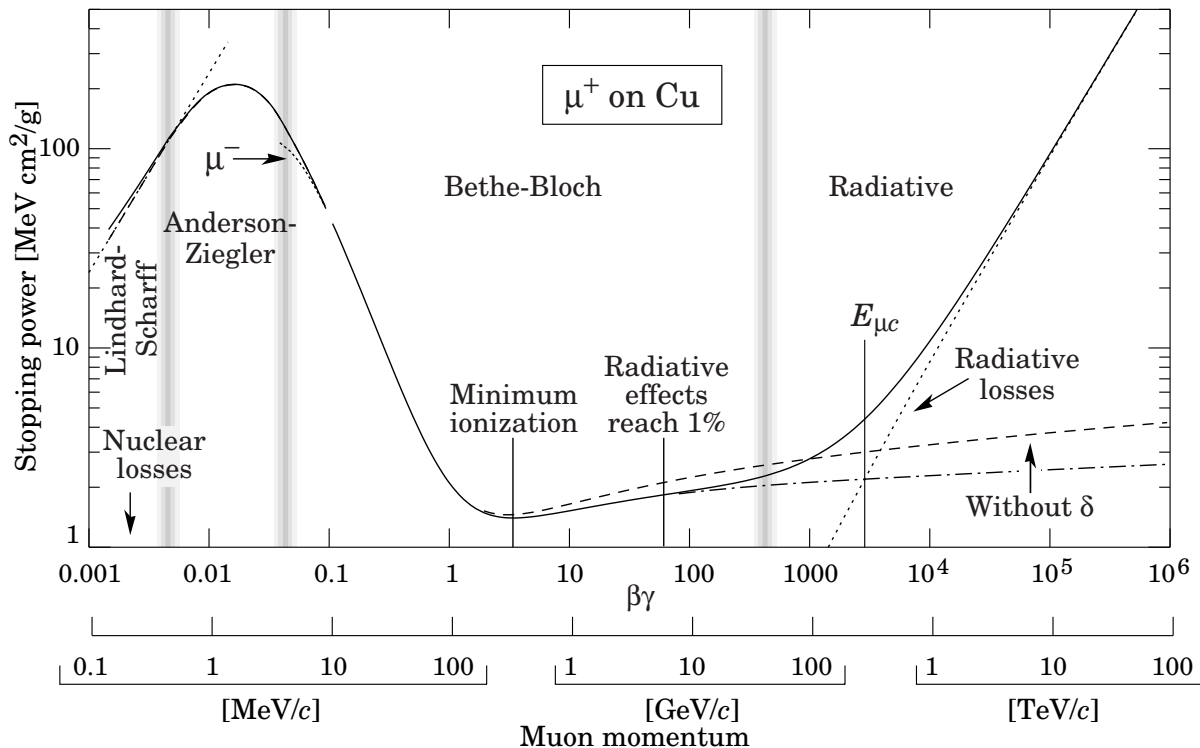
Minimalna jonizacja (w przeliczeniu na jednostkę gęstości) dla różnych pierwiastków:



Jonizacja największa dla wodoru, dla  $Z > 6$  maleje w przybliżeniu logarytmicznie z  $Z$ .

# Jonizacja

Straty energii dla mionu  $\mu^+$ , w funkcji pędu:



Wzór Bethe-Blocha przestaje obowiązywać dla:

$\beta < 0.05$  - nie można zaniedbać wiązania i ruchu elektronu oraz rozproszenia cząstki

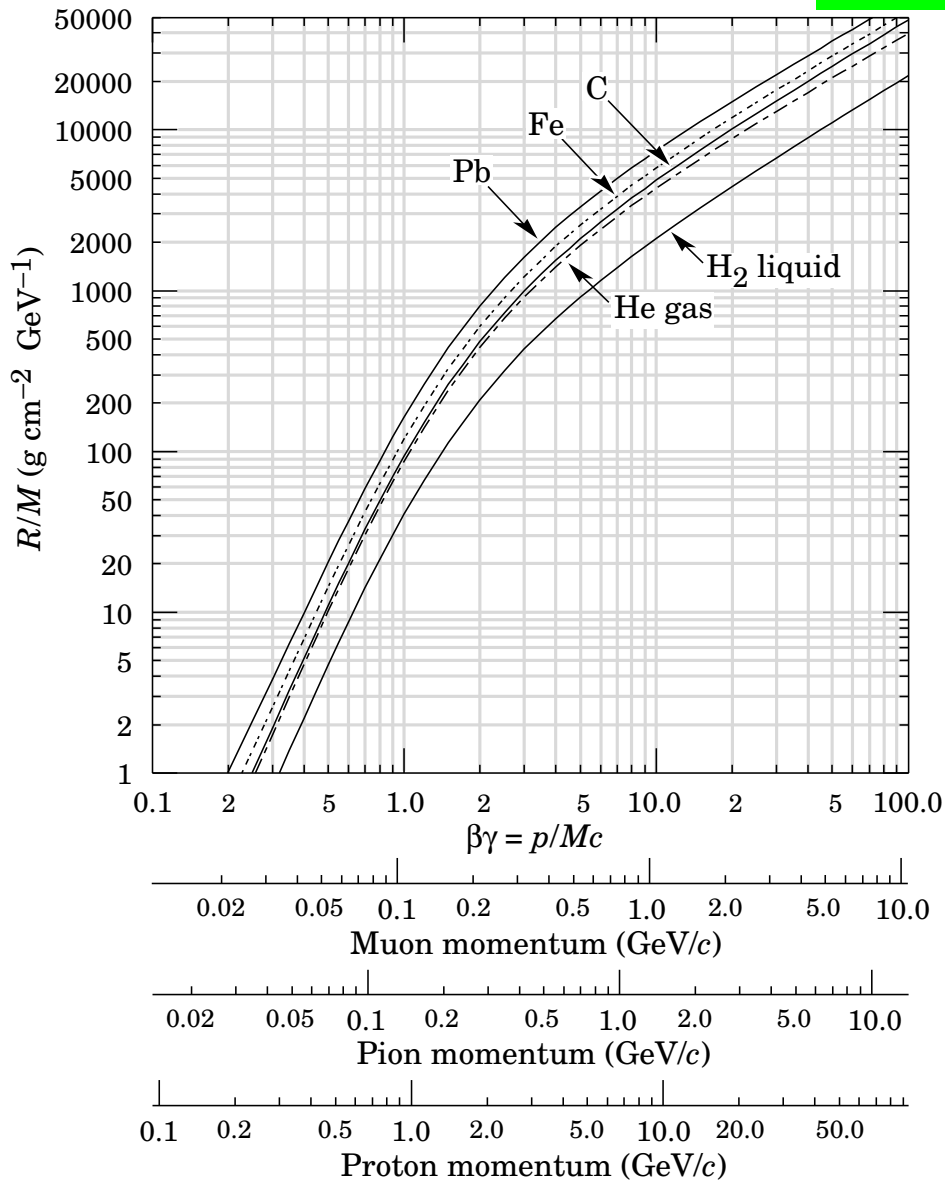
$\beta\gamma > 300$  (dla mionów) - istotne stają się straty radiacyjne

W przypadku mionów przewidywania dokładne w zakresie pędów 10 MeV do 30 GeV

⇒ zakres najczęściej spotykany w eksperymentach

Straty radiacyjne bardzo istotne dla mionów powyżej 100 GeV (LHC, IceCube,...)

# Jonizacja



## Zasięg cząstek

Wzór Bethego-Blocha można zcałkować i uzyskać oczekiwany zasięg cząstki.

$$R(E_{kin}) = \int_{E_{min}}^{E_{kin}} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE' + R(E_{min})$$

W obszarze małych energii

$$-\frac{dE}{dx} \sim \beta^{-2} \sim E_{kin}^{-1} \Rightarrow R \sim E_{kin}^2$$

W obszarze dużych energii:

$$R \sim E_{kin}$$

$R/M$  wyrażone jako funkcja  $\beta\gamma$  jest takie samo dla różnych cząstek.

Dla różnych materiałów:  $R \sim \frac{\sqrt{A}}{\rho}$

# Jonizacja

## Zasięg cząstek

Dla mionu o pędzie (energii) 1 GeV zasięg w żelazie:  $R/M \approx 5500 \text{ g/cm}^2/\text{GeV}$

Gęstość żelaza  $\rho = 7.87 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow R \approx 73 \text{ cm}$

Zakładając, że straty na jonizację są stałe i równe:  $-\left. \frac{dE}{dx} \right|_{min} \approx 11.4 \text{ MeV/cm}$

Możemy oszacować zasięg 1 GeV mionu w żelazie:  $\tilde{R} \approx 88 \text{ cm}$

$\Rightarrow$  Założenie, że mion jest “cząstką minimalnej jonizacji” jest często wystarczające dla szacunkowych wyliczeń.

Zasięg “jonizacyjny” odpowiada rzeczywistemu zasięgowi cząstki tylko wtedy, gdy inne procesy można pominąć (np. nieelastyczne oddziaływania z jądrami).

W przypadku hadronów oznacza to energie poniżej 1 GeV.

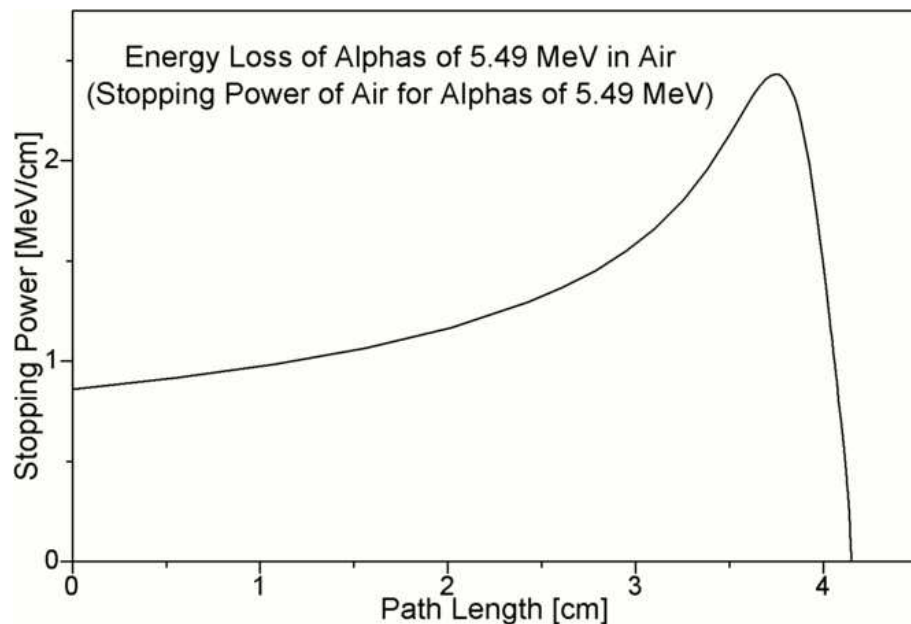
Dla mionów do energii **rzędu 100 GeV**.

# Jonizacja

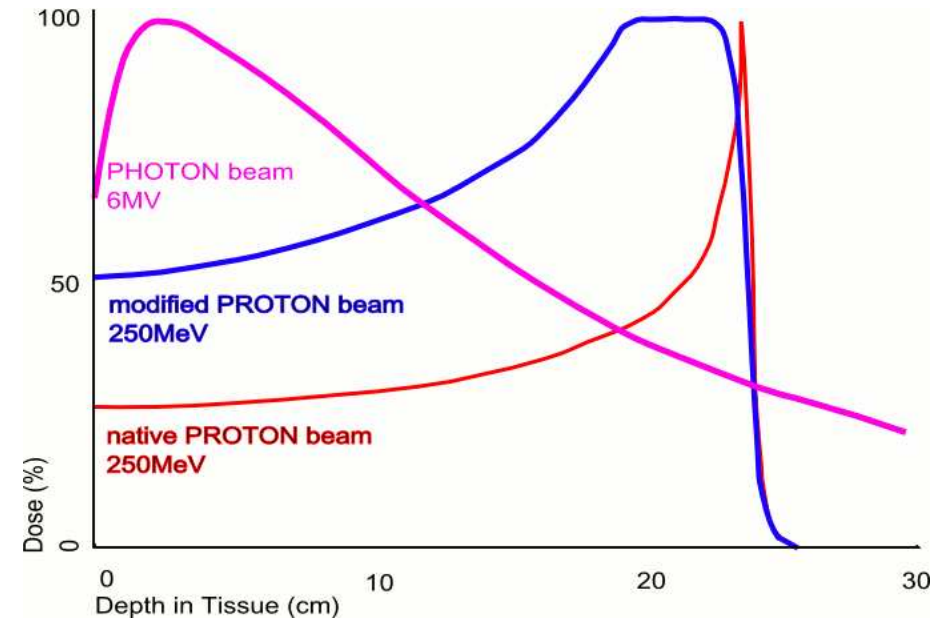
## Krzywa Bragga

Zależność strat na jonizację od długości drogi w materiale:

Cząstki  $\alpha$  w powietrzu:



Protony i fotony w tkance:



Gdy cząstka znajdzie się poniżej minimum jonizacji, straty energii gwałtownie rosną  
⇒ depozyt energii największy blisko miejsca zatrzymania cząstki (terapia hadronowa)

# Jonizacja

## Rozkład strat energii

Wzór Bethe-Blocha określa **średnią wartość** strat energii na jonizację.

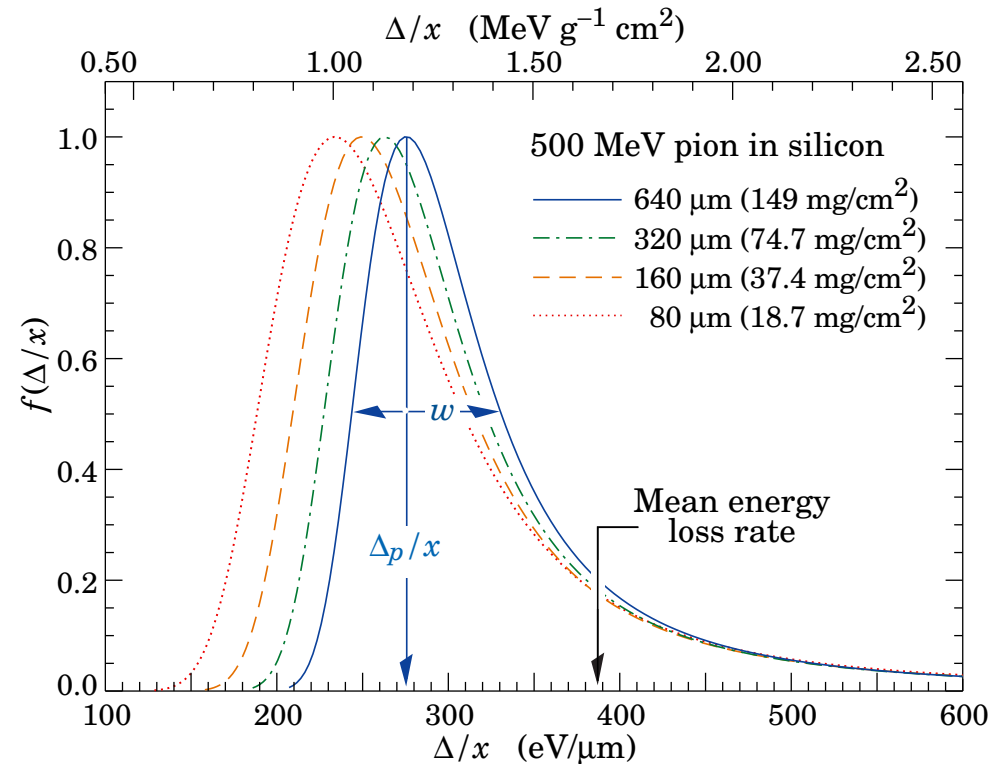
Dla grubych warstw absorbera oczekujemy, że rozkład strat będzie **rozkładem Gaussa**

**Tak jednak nie jest!**

Straty energii w pojedynczym oddziaływaniu mają rozkład typu

$$p(\Delta E) \sim \frac{1}{\Delta E}$$
$$\Delta E_{min} < \Delta E < \Delta E_{max}$$

Ponieważ  $\Delta E_{max} \gg \Delta E_{min}$  rozkład pozostaje niesymetryczny nawet po zsumowaniu dużej liczby oddziaływań  
 $\Rightarrow$  **rozkład Landaua**

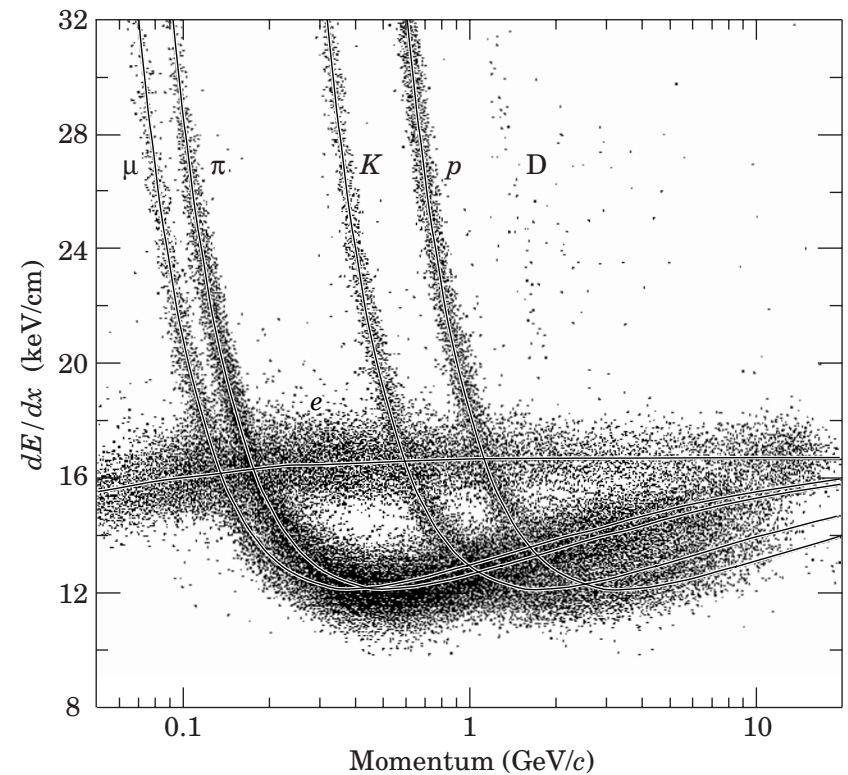
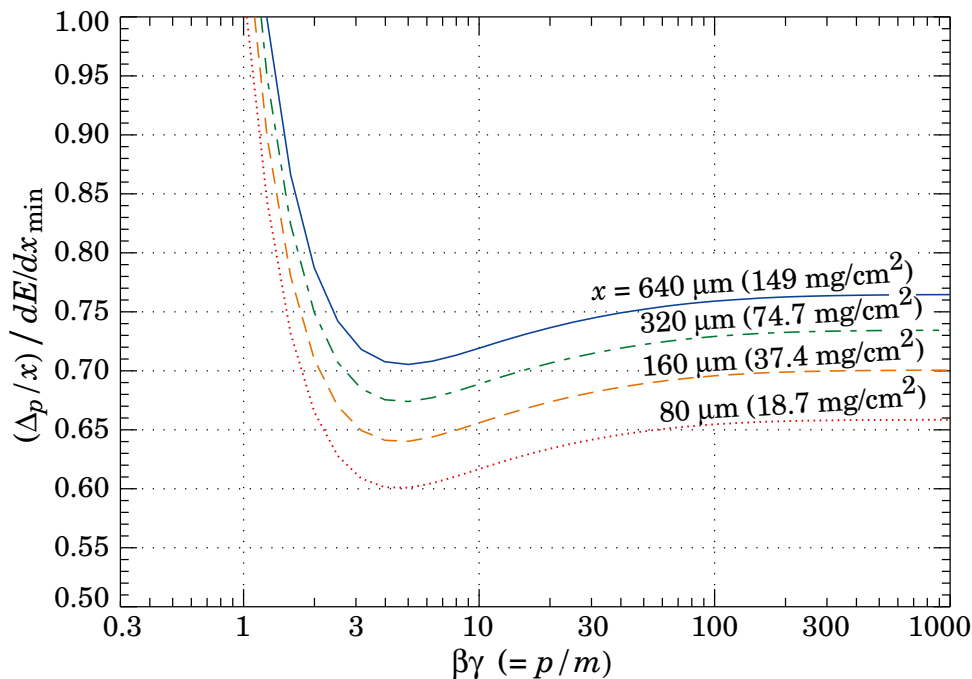


# Jonizacja

Ze względu na dużą asymetrię rozkładu Landaua i długi ogon (do  $\Delta E_{max} \gg \langle E \rangle$ ) pomiar średniej wartości strat na jonizację jest obarczony dużym błędem.

Znacznie dokładniej mierzona może być wartość najbardziej prawdopodobna (MPV)

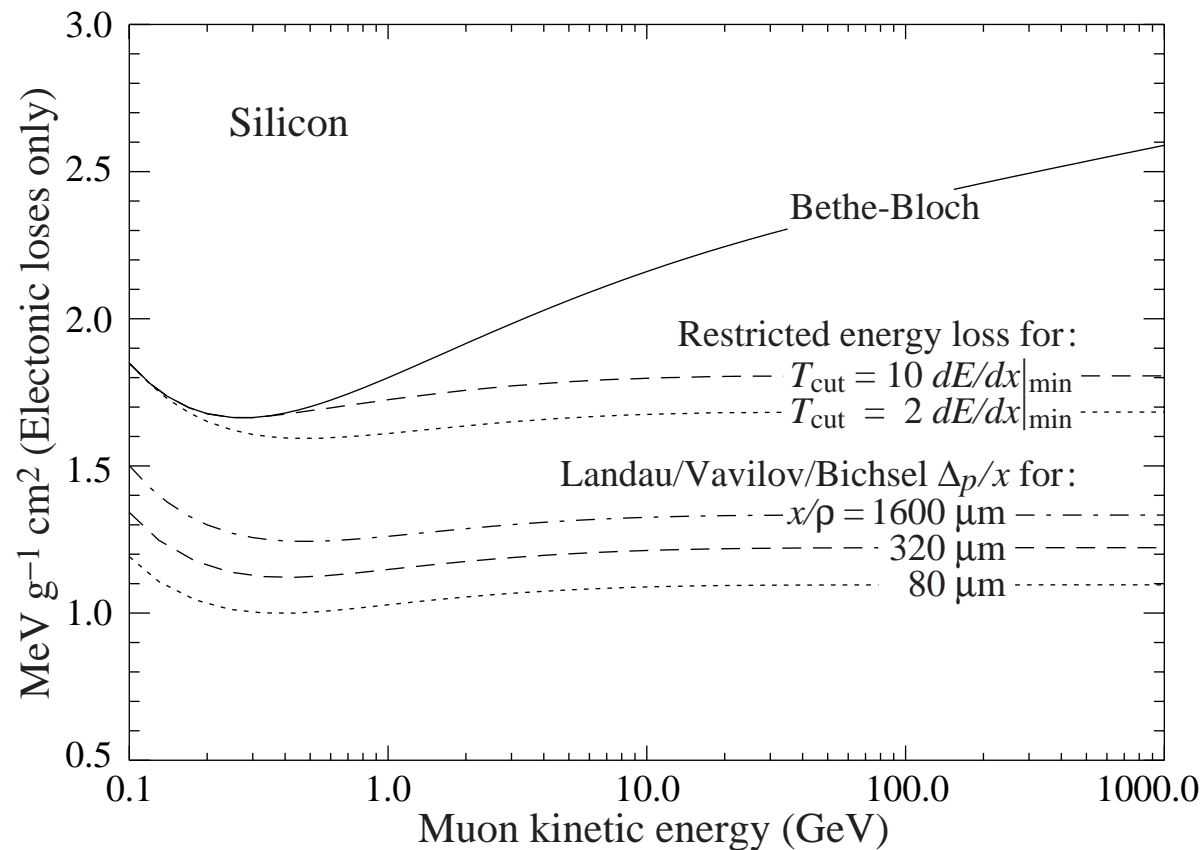
W granicy dużych energii MPV dąży do stałej!





# Jonizacja

Porównanie średnich strat na jonizację, średnich strat liczonych w ograniczonym zakresie energii i wartości najbardziej prawdopodobnej, w funkcji energii mionu.



⇒ relatywistyczny wzrost średnich strat wynika wyłącznie z wydłużania się ogona

# Wielokrotne rozpraszanie

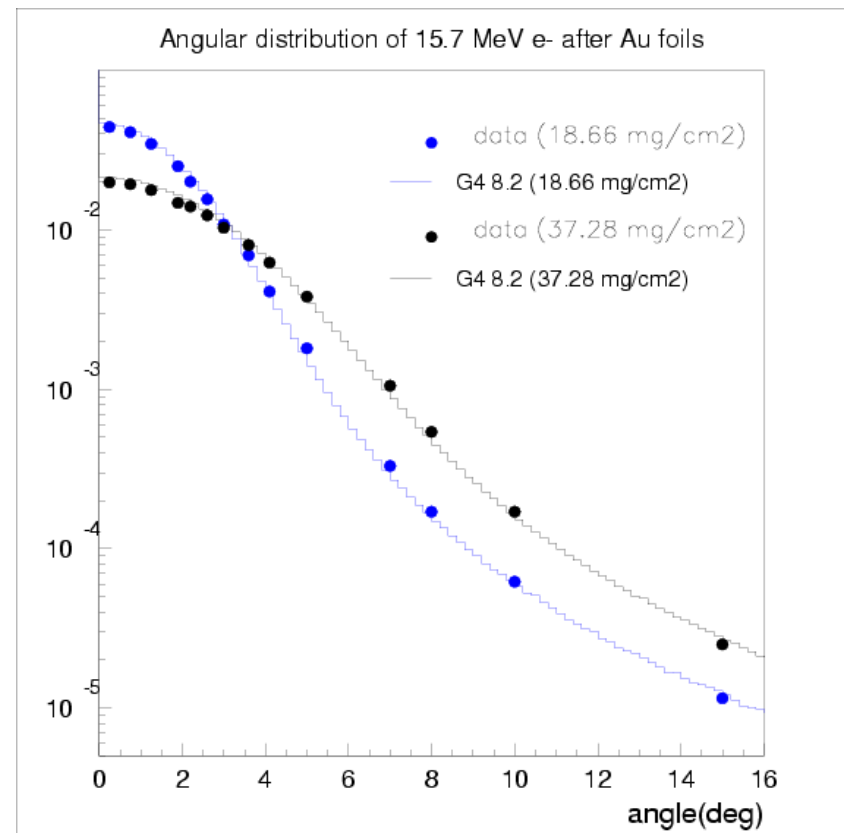
Cząstka naładowana w ośrodku rozprasza się elastycznie na jądrach atomów

Dla pojedynczego rozproszenia (wzór Rutherforda) **skala logarytmiczna!**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

podobnie jak w przypadku energii: średni kąt rozproszenia jest bardzo niewielki, ale rozkład ma długi ogon...

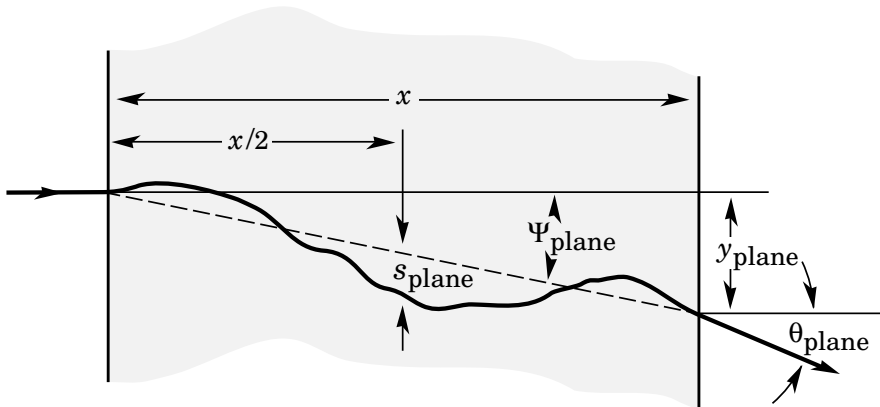
Wielokrotne rozpraszanie: rozkład kąta rozproszenia zbliża się do rozkładu Gaussa, ale pozostaje wyraźnie nie-gaussowski ogon!



# Wielokrotne rozpraszanie

## Przybliżenie małych kątów

Rozproszenie przy przejściu ośrodka o grubości  $x$



Rozważamy rozproszenie w jednej płaszczyźnie. Średni (kwadratowy) kąt rozproszenia (dyspersja rozkładu)

$$\theta_0 = \sqrt{\langle \theta_{plane}^2 \rangle}$$

W przybliżeniu rozproseń pod małymi kątami (odrzucając ogony  $\pm 1\%$ )

$$\theta_0 \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \cdot \left[ 1 + 0.038 \ln \left( \frac{x}{X_0} \right) \right]$$

przybliżenie dobre dla  $10^{-3} < \frac{x}{X_0} < 100$

**Rozpraszanie maleje jak  $\frac{1}{p}$  !**

Przesunięcie toru:

$$\sqrt{\langle y_{plane}^2 \rangle} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_0$$

# Elektrony i pozytony

## Straty energii

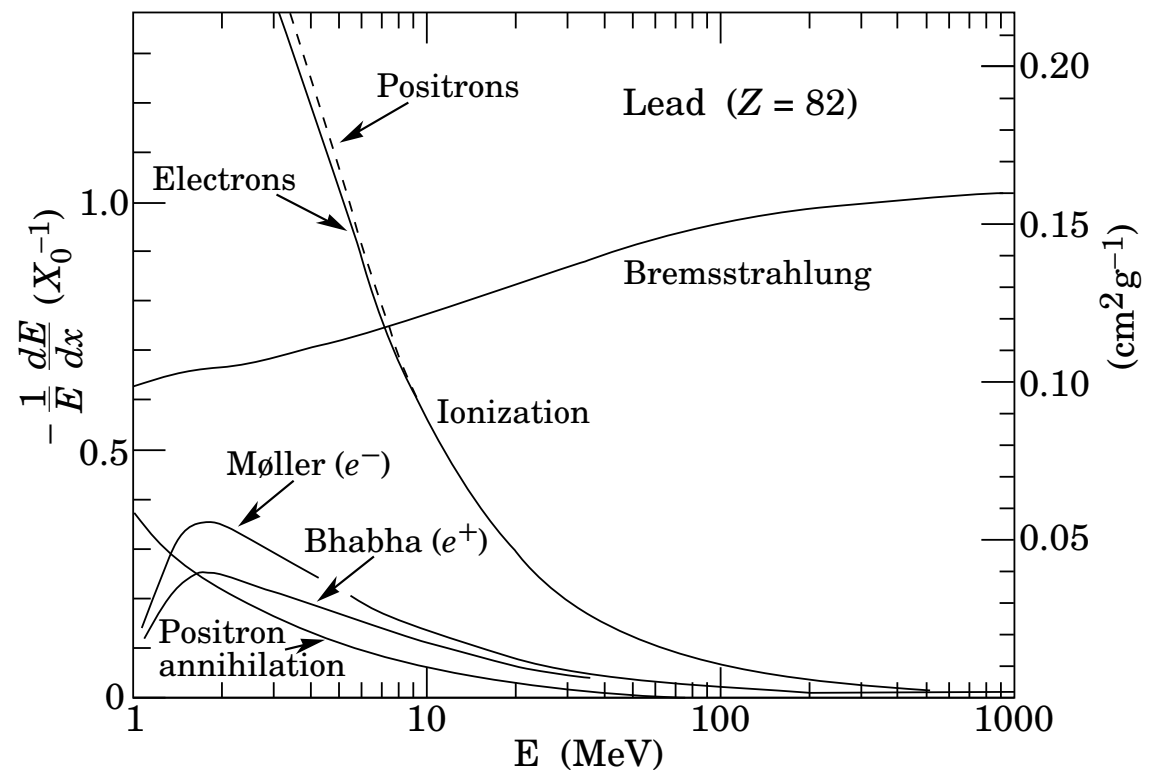
Cząstka rozpraszająca się w polu jądra (podelegająca przyspieszeniu) może emitować promieniowanie hamowania.

Prawdopodobieństwo emisji:

$$p \sim \frac{1}{M^2}$$

⇒ efekt istotny dla najlżejszych cząstek

Straty energii elektronów w funkcji energii:



Wysokoenergetyczne elektrony (pozytony) tracą energię praktycznie wyłącznie na promieniowanie hamowania

# Elektrony i pozytony

## Straty radiacyjne

Wiązka elektronów o energii  $E_0$  przy przejściu przez ośrodek o grubości  $x$ :

$$E(x) = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{X_0}\right)$$

$X_0$  - droga radiacyjna w danym materiale. Przybliżona formuła:

$$X_0 = \frac{A \cdot 716.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})}$$

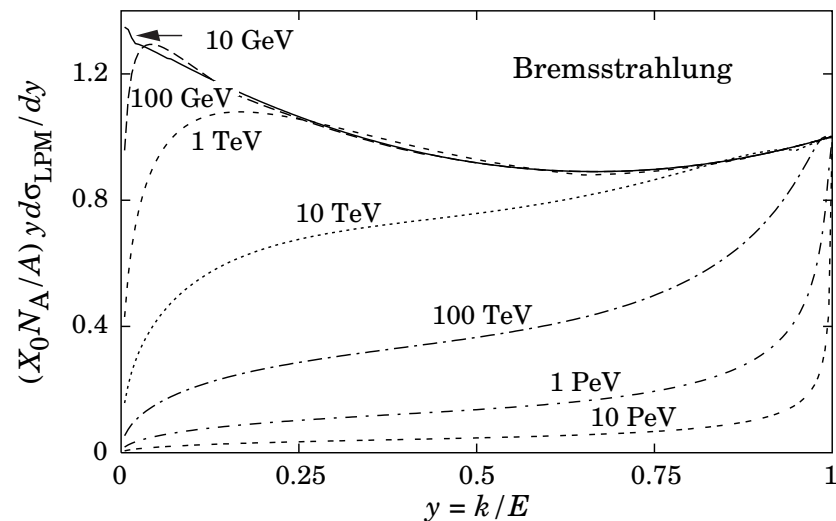
Bardzo szybko maleje z  $Z$  !

${}_{13}\text{Al}$ : 8.9 cm,     ${}_{26}\text{Fe}$ : 1.76 cm

${}_{29}\text{Cu}$ : 1.43 cm,     ${}_{82}\text{Pb}$ : 0.56 cm

Rozkład energii emitowanego fotonu:  $y = \frac{E_\gamma}{E_0}$

$$\frac{d\sigma}{dE_\gamma} = \frac{A}{X_0 N_A E_\gamma} \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3}y + y^2 \right)$$

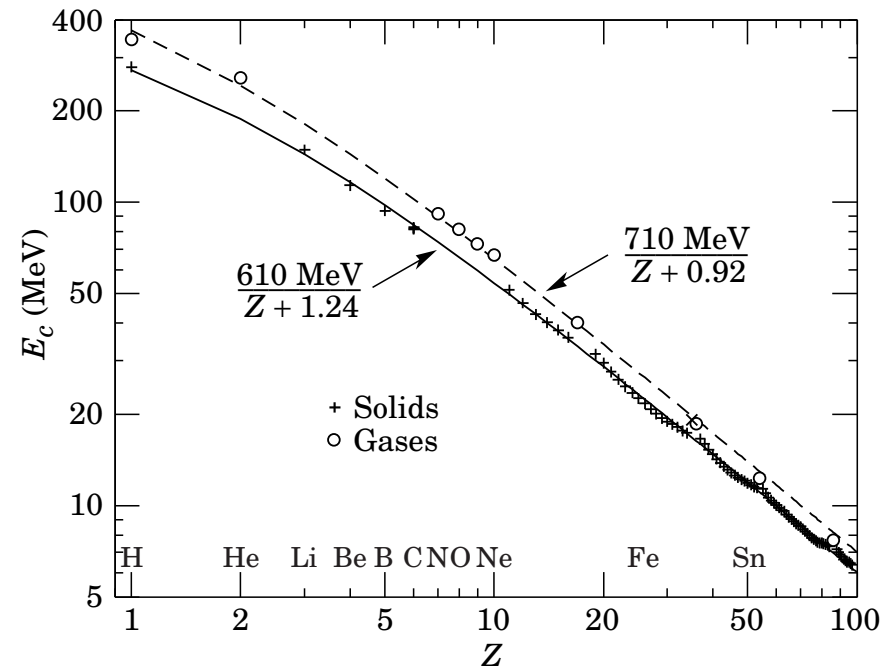
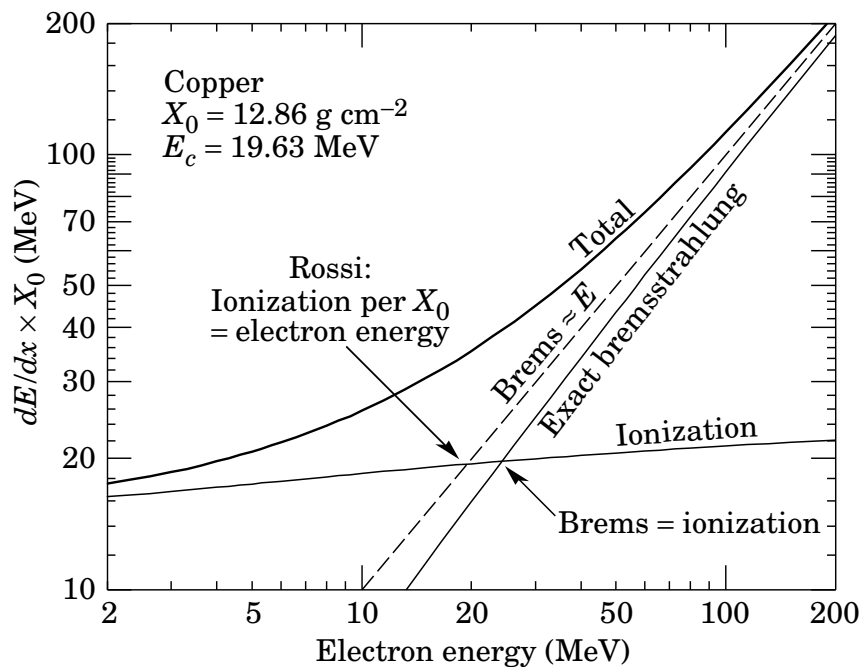


Odstępstwo dla bardzo energetycznych elektronów: promieniowanie coraz "twardsze"

# Straty radiacyjne

## Energia krytyczna

Energia powyżej której straty radiacyjne przewyższają straty na jonizację ośrodka.



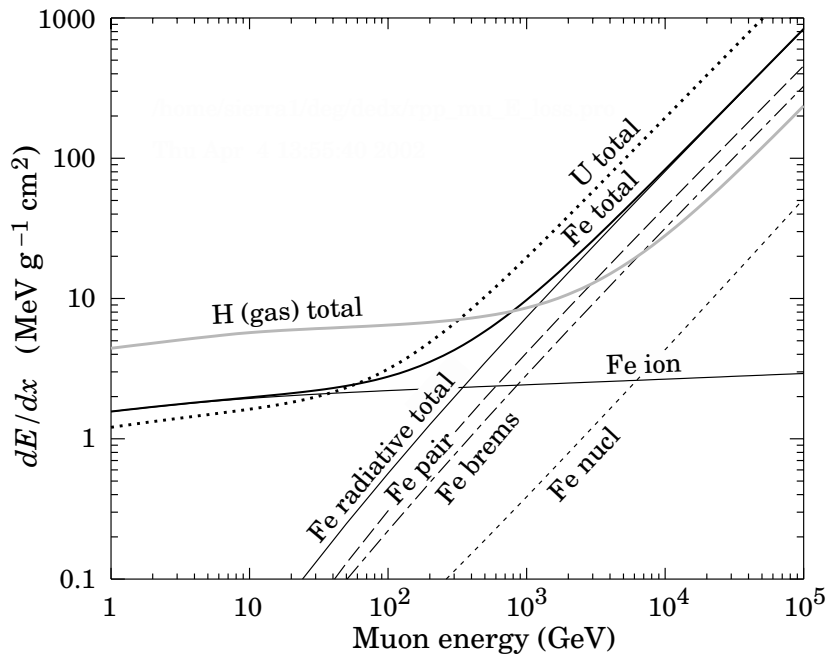
Energia krytyczna  $E_c$  maleje szybko z  $Z$  (podobnie do  $X_0$ )

Powyżej  $E_c$  cząstka traci energię prawie wyłącznie na promieniowanie.

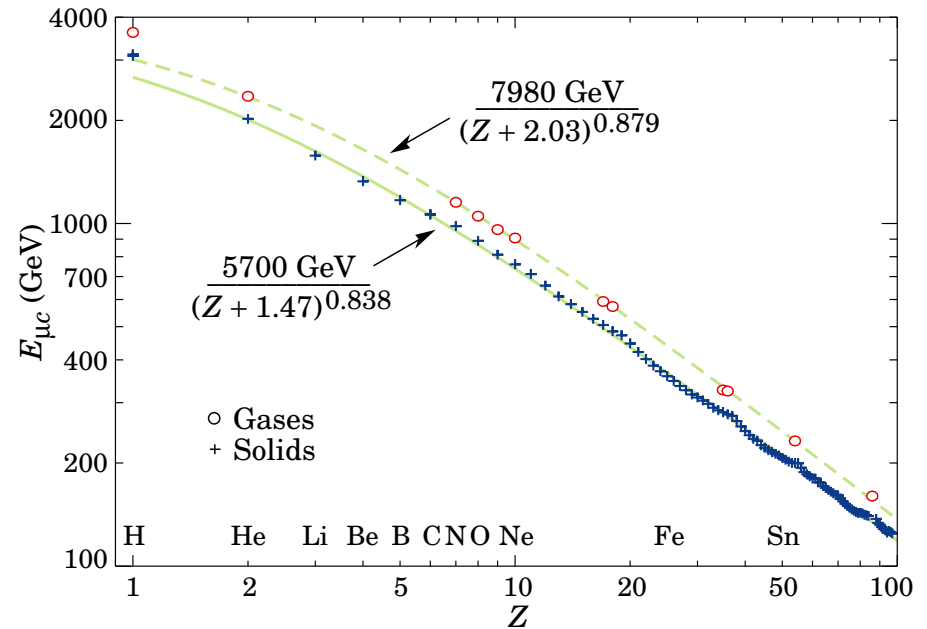
# Straty radiacyjne

Straty radiacyjne istotne także dla innych cząstek, przy odpowiednio wysokich energiach. Szczególne znaczenie ma to dla mionów (brak oddziaływań silnych)

## Straty energii dla mionu



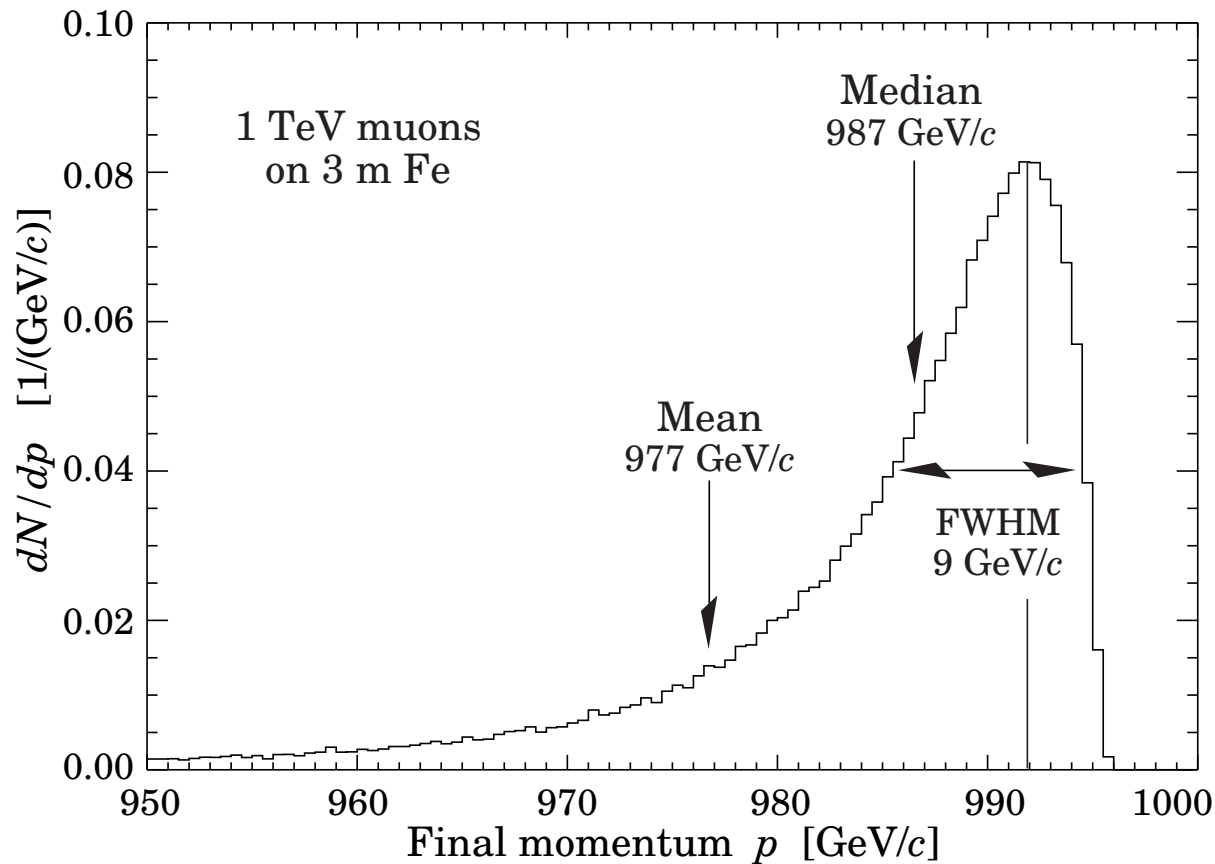
## Energia krytyczna dla mionu



Dla energii powyżej 100 GeV pomiar pędu mionów w żelaznym jaźmie detektora może być zakłócony przez straty radiacyjne...

# Straty radiacyjne

Ponieważ emitowane fotony mogą przejąć znaczną część energii mionu, procesy radiacyjne powodują bardzo dużą asymetrię rozkładu strat energii



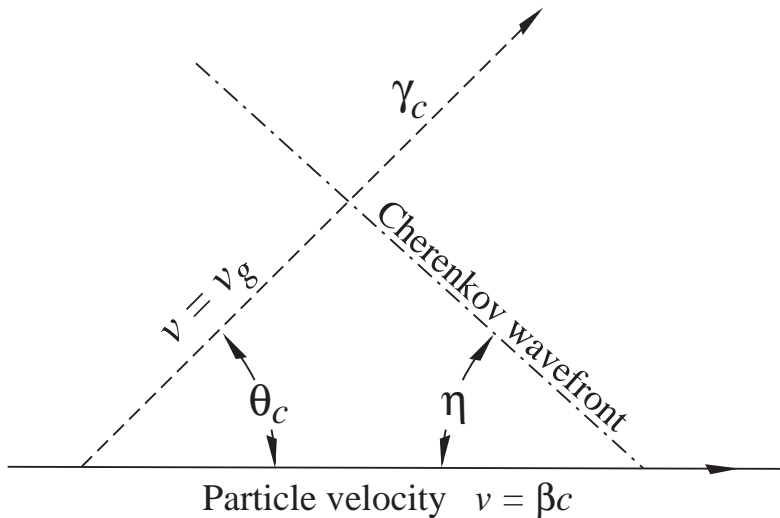


# Promieniowanie Czerenkowa

Jeśli cząstka porusza się w ośrodku z prędkością większą niż prędkość światła ( $\beta > \frac{1}{n}$ ) **wzbudzone atomy** mogą wypromieniować **niewielką część** traconej energii w postaci spójnej fali.

Kąt emisji promieniowania:

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n\beta}$$



Widmo promieniowania jest ciągłe.

Liczba emitowanych fotonów na jednostkę energii:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_\gamma}{dE_\gamma dx} &= \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \sin^2 \theta_c \\ &\approx 370 \frac{1}{\text{eV} \cdot \text{cm}} \cdot \sin^2 \theta_c \end{aligned}$$

Pomiar kąta rozwarcia stożka pozwala na bezpośredni pomiar prędkości cząstki!