

Metody eksperymentalne w fizyce wysokich energii

prof. dr hab. A.F.Żarnecki

Zakład Cząstek i Oddziaływań Fundamentalnych IFD

Wykład II

- Oddziaływanie cząstek naładowanych z materią
- Oddziaływanie elektronów i pozytonów
- Oddziaływanie fotonów

Wprowadzenie

Oddziaływanie cząstek z materią

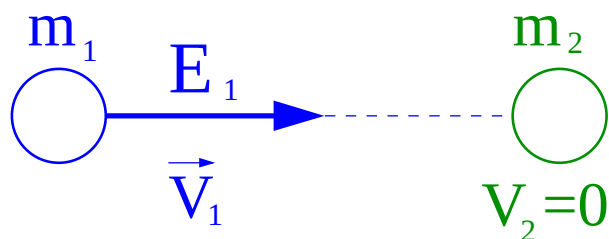
Ze względu na oddziaływanie z materią (prowadzące do detekcji cząstek) cząstki elementarne możemy podzielić na następujące kategorie:

- cząstki naładowane (z wyłączeniem $e^{\pm}$)
⇒ główny proces: jonizacja
- elektrony i pozytony
⇒ jonizacja + straty radiacyjne
- fotony
⇒ efekt fotoelektryczny, efekt Comptona, kreacja par
- (nienaładowane) hadrony
⇒ kaskady hadronowe
- **neutrino**

Wprowadzenie

Rozpraszanie elastyczne

Rozważmy zderzenie **elastyczne** cząstki o masie m_1 i energii E_1 ze spoczywającą cząstką o masie m_2 .



Jaki będzie **maksymalny przekaz energii** w tym zderzeniu?

Wiemy, że będziemy z nim mieli do czynienia, gdy w układzie środka masy (CMS) cząstka m_2 rozproszy się “do przodu”

Przyjmijmy, że parametry transformacji do CMS dane są przez γ^* i β^*

Energia i pęd m_2 w CMS ($c \equiv 1$) przed zderzeniem:

$$\begin{aligned} p_2^* &= -\beta^* \gamma^* m_2 \\ E_2^* &= \gamma^* m_2 \end{aligned}$$

po zderzeniu:

$$\begin{aligned} p_2'^* &= -p_2^* = \beta^* \gamma^* m_2 \\ E_2'^* &= E_2^* = \gamma^* m_2 \end{aligned}$$

Transformując do układu LAB:

$$\begin{aligned} E_2' &= \gamma^* \cdot E_2'^* + \beta^* \gamma^* \cdot p_2'^* \\ &= \gamma^{*2} (1 + \beta^{*2}) m_2 \end{aligned}$$

Wprowadzenie

Maksymalny przekaz energii

Przekaz energii:

$$\begin{aligned}\Delta E_{max} &= E'_2 - E_2 = E'_2 - m_2 \\ &= \gamma^{*2} \left(1 + \beta^{*2} - \frac{1}{\gamma^{*2}} \right) m_2 \\ &= 2 (\beta^* \gamma^*)^2 m_2\end{aligned}$$

Dla układu dwóch ciał mamy:

$$\begin{aligned}E &= E_1 + E_2 = E_1 + m_2 \\ P &= P_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \\ M^2 &= E^2 - P^2 = (E_1 + m_2)^2 - P_1^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2 E_1 m_2\end{aligned}$$

Transformacja do układu środka masy:

$$\beta^* \gamma^* = \frac{P}{M} = \frac{\beta \gamma m_1}{\sqrt{m_1^2 + 2 \gamma m_1 m_2 + m_2^2}}$$

gdzie: γ i β - współczynniki dla cząstki m_1

Maksymalny przekaz energii:

$$\Delta E_{max} = \frac{2 \beta^2 \gamma^2 m_2}{1 + 2 \gamma \frac{m_2}{m_1} + \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2}$$

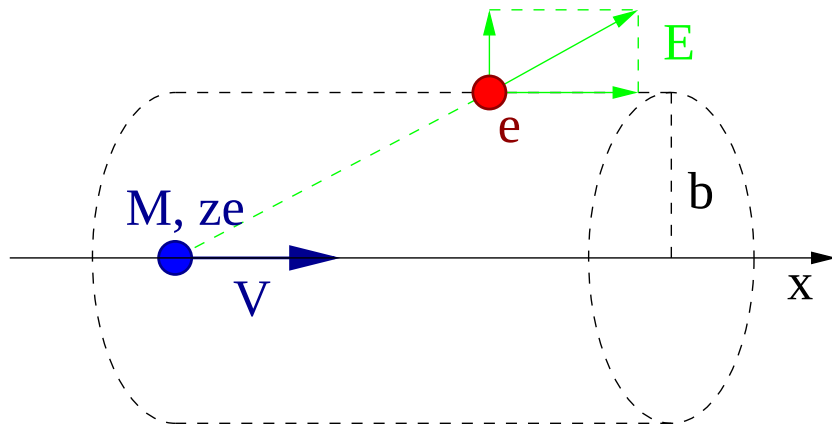
W granicy $m_1 \gg m_2$ maksymalny przekaz energii rośnie jak $\beta^2 \gamma^2 \sim p_1^2$

$$\Delta E_{max} \approx 2 \beta^2 \gamma^2 m_2$$

Jonizacja

Podejście klasyczne (Bohr)

Ciężka ($M \gg m_e$) naładowana cząstka przelatuje w odległości b elektronu:



Założenia:

- zaniedbujemy zmiany w ruchu cząstki
- zaniedbujemy ruch elektronu

Z symetrii wynika, że na przekaz pędu wpływ ma wyłącznie prostopadła składowa pola:

$$\Delta \vec{p} = \int dt \vec{F} = e \int dt \vec{E}_{\perp}$$

$$\begin{aligned} \Delta p &= e \int dt E_{\perp} = e \int dx \frac{dt}{dx} E_{\perp} \\ &= \frac{e}{2\pi b V} \int 2\pi b dx E_{\perp} \end{aligned}$$

Z prawa Gaussa dla ładunku ze :

$$\int dS E_{\perp} = \frac{ze}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{2ze^2}{4\pi\epsilon_0 b V}$$

$$\Rightarrow \Delta E(b) = \frac{\Delta p^2}{2m_e} = \frac{2z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e b^2 V^2}$$

Jonizacja

Podejście klasyczne

Liczba elektronów w przedziale odległości $[b, b + db]$ n_e - gęstość elektronów

$$N_e = n_e dV = 2\pi b n_e db dx$$

Łączna strata energii cząstki na odległości dx : $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \alpha$

$$-dE = \Delta E(b) N_e = \frac{4\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e b V^2} db dx$$

Całkując po parametrze zderzenia otrzymujemy całkowitą stratę na jednostkę długości:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e V^2} \cdot \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}$$

Wyrażając granice całkowania przez przekaz energii: $\Delta E(b) \sim b^{-2}$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 \alpha^2 n_e}{m_e V^2} \cdot \ln \frac{\Delta E_{max}}{\Delta E_{min}}$$

Jonizacja

Podejście klasyczne

Gęstość elektronów w materiale:

$$n_e = Z \cdot N_A \cdot \frac{\rho}{A} \qquad N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$$

gdzie: ρ - gęstość, A - liczba masowa, Z - liczba porządkowa (ładunek jądra)

Podstawiając uzyskany wzór na ΔE_{max} $M \gg m_e$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi N_A z^2 \alpha^2}{m_e V^2} \cdot \rho \frac{Z}{A} \cdot \ln \left(\frac{2 \beta^2 \gamma^2 m_e}{\Delta E_{min}} \right)$$

ΔE_{min} powinno być rzędu energii jonizacji atomów ośrodka - I

Wyprowadzenie klasyczne, choć niedokładne, daje poprawny charakter zależności:

- w obszarze małych V - im szybsza cząstka tym mniej czasu ma na oddziaływanie z elektronem, siły wykonują mniejszą pracę
- dla $V \rightarrow c$ - logarytmiczny wzrost związany ze wzrostem maksymalnego dozwolonego przekazu energii

Jonizacja

Wzór Bethe-Blocha

Uwzględniając w rachunku efekty kwantowe otrzymujemy:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 \Delta E_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

gdzie: $K = \frac{4\pi N_A z^2 \alpha^2}{m_e} \approx 0.307 \frac{MeV}{g/cm^2}$

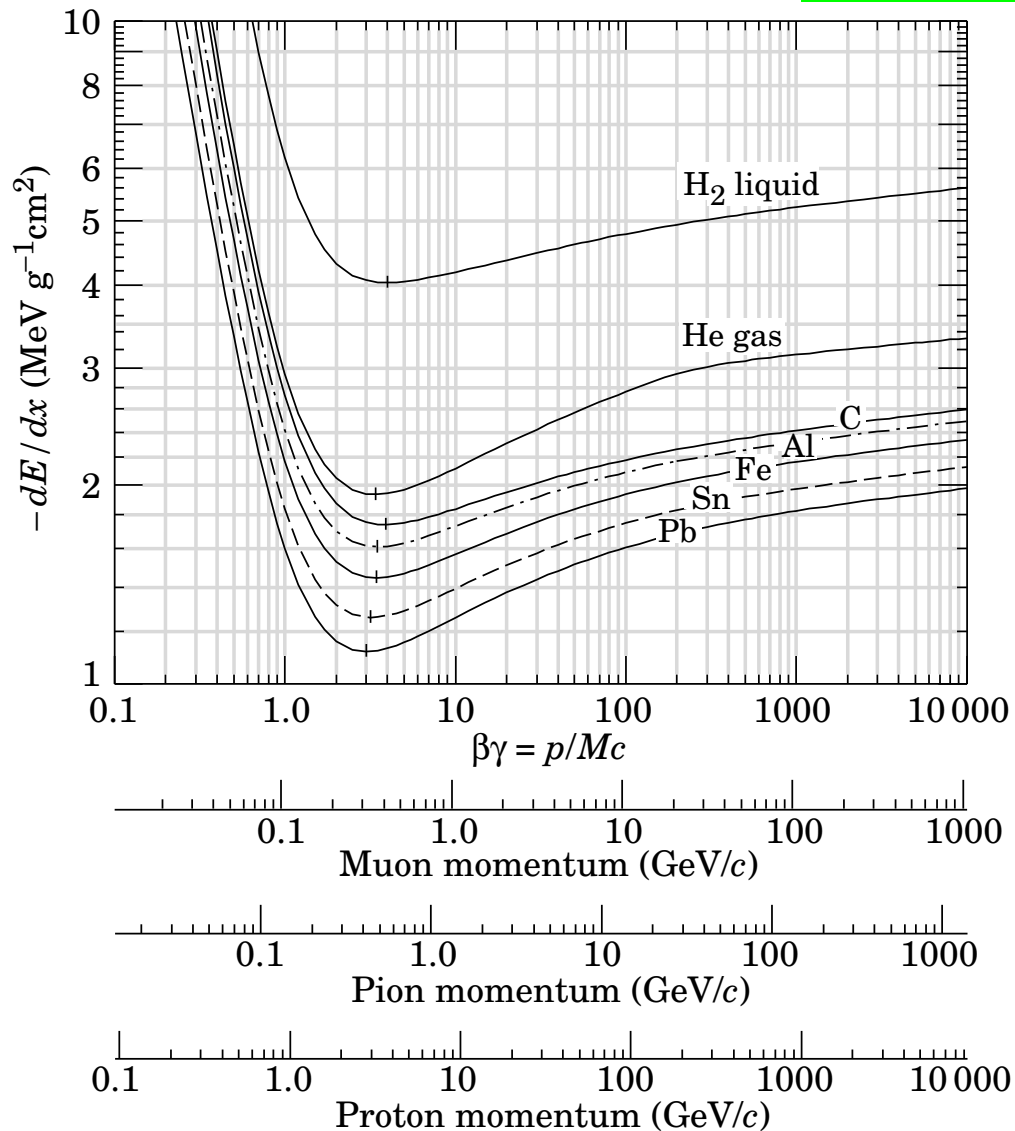
δ - poprawka związana z polaryzacją ośrodka

Przy założeniu $m \gg m_e$ jonizacja zależy wyłącznie od $\beta\gamma$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

Średnia energia jonizacji elektronów $I \sim Z \cdot 10eV$

Jonizacja



Zależność straty energii na jonizację od energii ma **uniwersalny kształt!**

Dla różnych cząstek skaluje się z $\beta\gamma$.

Wysokość strat zależy od materiału.

Straty minimalne dla $\gamma \sim 3$

poniżej: szybki wzrost

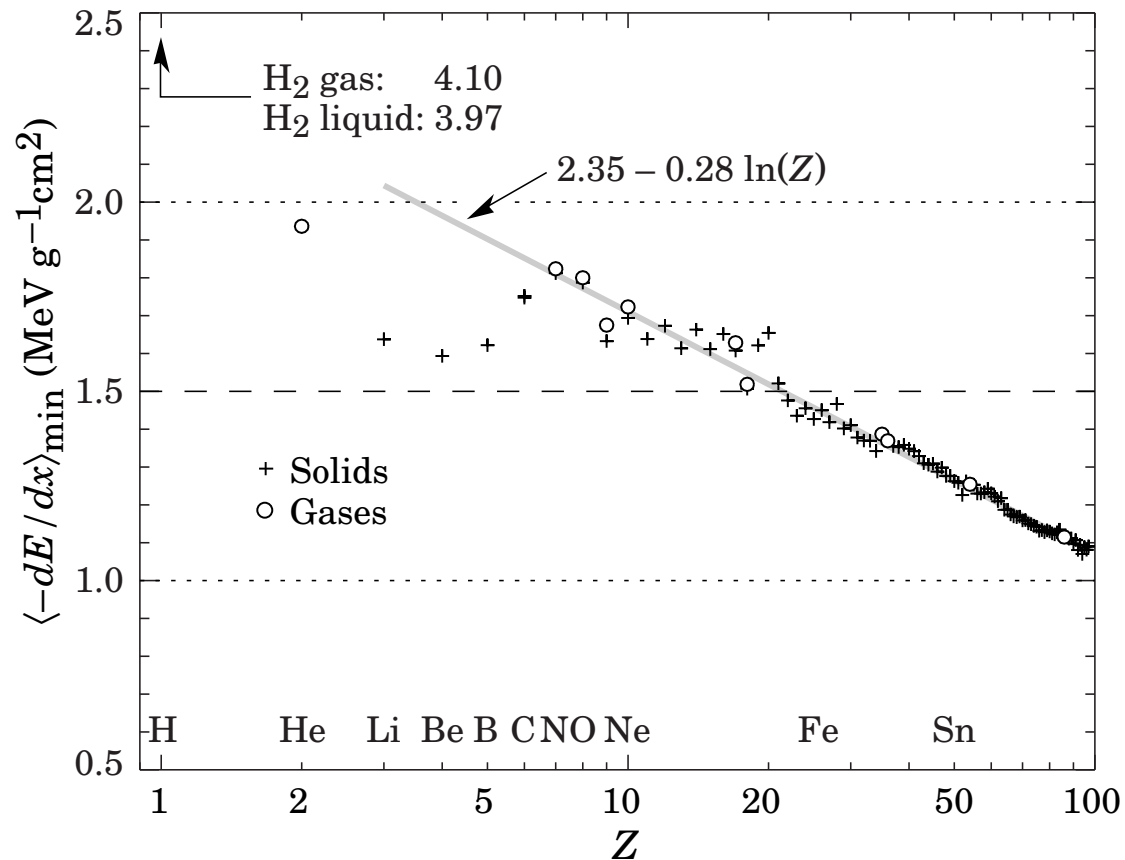
powyżej: wzrost logarytmiczny

Straty dla cząstek minimalnej jonizacji:

$$\left. -\frac{dE}{dx} \right|_{min} \sim 1 - 2 \text{ MeV} / \frac{g}{\text{cm}^2}$$

Jonizacja

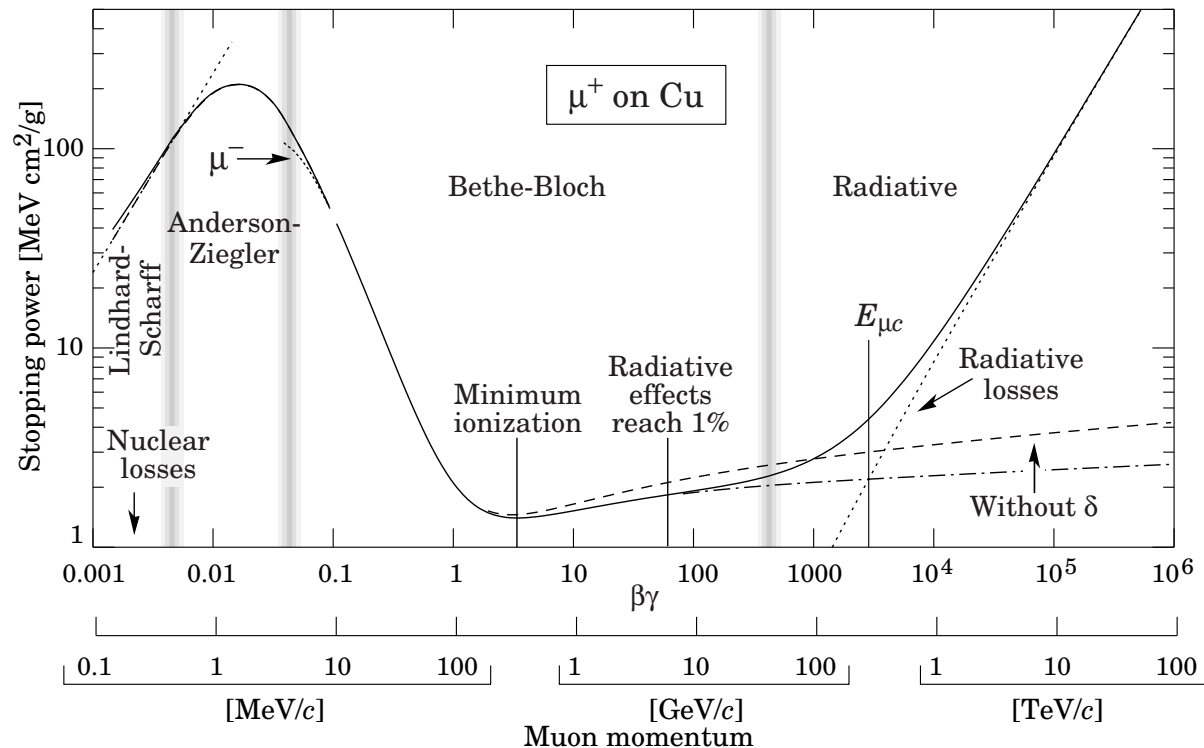
Minimalna jonizacja (w przeliczeniu na jednostkę gęstości) dla różnych pierwiastków:



Jonizacja największa dla wodoru, dla $Z > 6$ maleje w przybliżeniu logarytmicznie z Z .

Jonizacja

Straty energii dla mionu μ^+ , w funkcji pędu:



Wzór Bethe-Blocha przestaje obowiązywać dla:

$\beta < 0.05$ - nie można zaniedbać wiązania i ruchu elektronu oraz rozproszenia cząstki

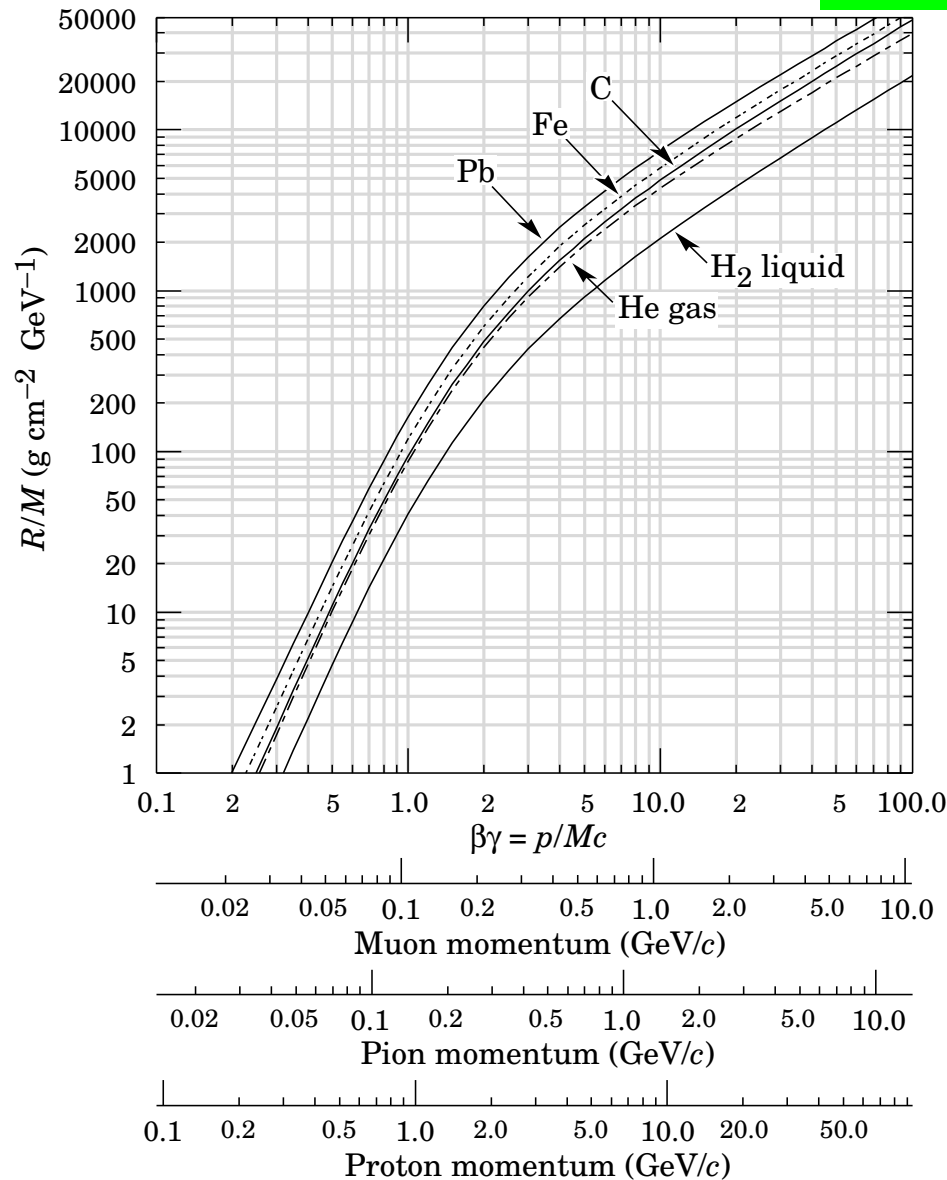
$\beta\gamma > 300$ (dla mionów) - istotne stają się straty radiacyjne

W przypadku mionów przewidywania dokładne w zakresie pędów 10 MeV do 30 GeV

⇒ zakres najczęściej spotykany w eksperymentach

Straty radiacyjne bardzo istotne dla mionów powyżej 100 GeV (LHC, IceCube,...)

Jonizacja



Zasięg cząstek

Wzór Bethego-Blocha można zcałkować i uzyskać oczekiwany zasięg cząstki.

$$R(E_{kin}) = \int_{E_{min}}^{E_{kin}} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE' + R(E_{min})$$

W obszarze małych energii

$$-\frac{dE}{dx} \sim \beta^{-2} \sim E_{kin}^{-1} \Rightarrow R \sim E_{kin}^2$$

W obszarze dużych energii:

$$R \sim E_{kin}$$

R/M wyrażone jako funkcja $\beta\gamma$ jest takie samo dla różnych cząstek.

Dla różnych materiałów: $R \sim \frac{\sqrt{A}}{\rho}$

Jonizacja

Zasięg cząstek

Dla mionu o pędzie (energii) 1 GeV zasięg w żelazie: $R/M \approx 5500 \text{ g/cm}^2/\text{GeV}$

Gęstość żelaza $\rho = 7.87 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow R \approx 73 \text{ cm}$

Zakładając, że straty na jonizację są stałe i równe: $-\left.\frac{dE}{dx}\right|_{min} \approx 11.4 \text{ MeV/cm}$

Możemy oszacować zasięg 1 GeV mionu w żelazie: $\tilde{R} \approx 88 \text{ cm}$

$\Rightarrow$ Założenie, że mion jest “cząstką minimalnej jonizacji” jest często wystarczające dla szacunkowych wyliczeń.

Zasięg “jonizacyjny” odpowiada rzeczywistemu zasięgowi cząstki tylko wtedy, gdy inne procesy można pominąć (np. nieelastyczne oddziaływania z jądrami).

W przypadku hadronów oznacza to energie poniżej 1 GeV.

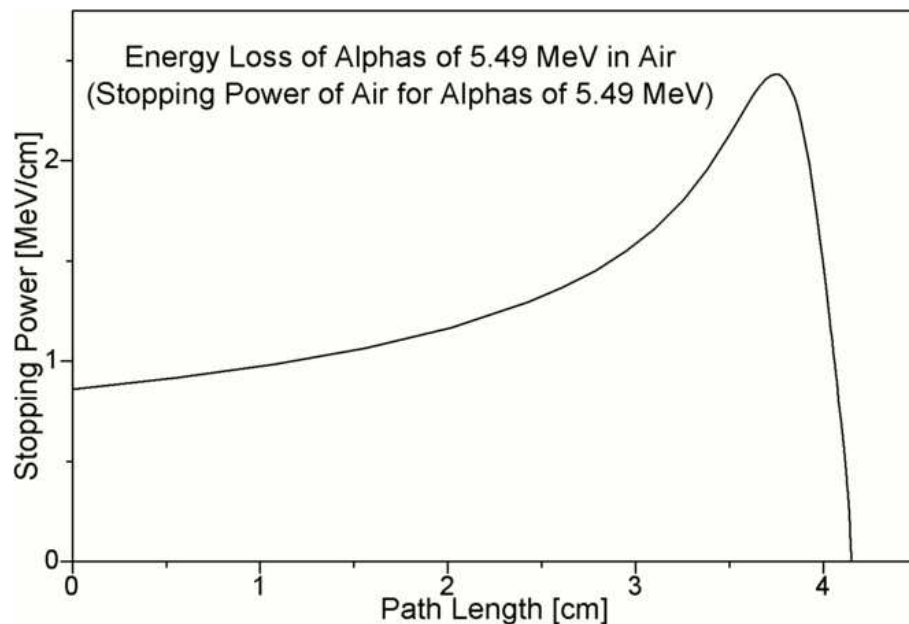
Dla mionów do energii rzędu 100 GeV.

Jonizacja

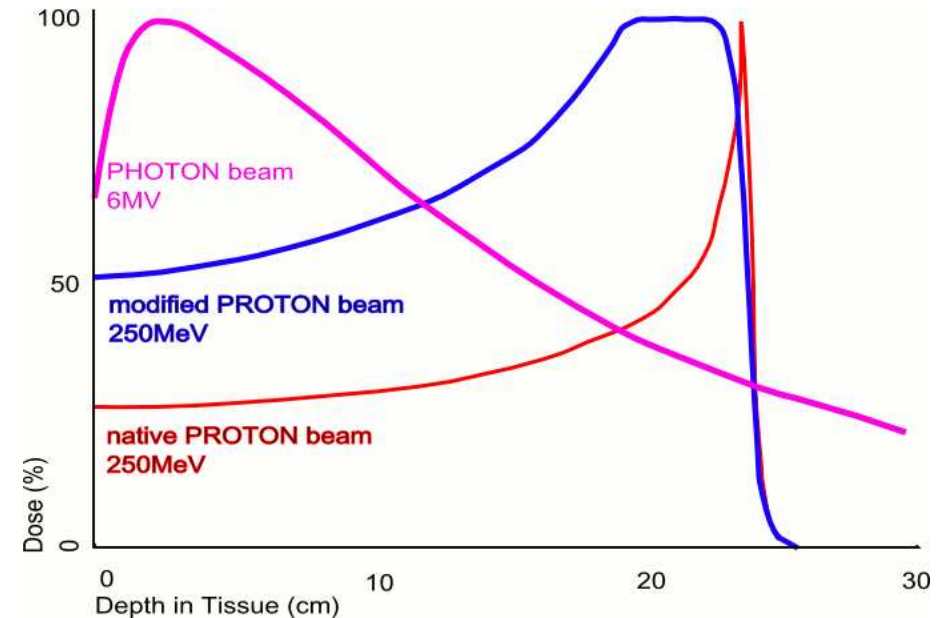
Krzywa Bragga

Zależność strat na jonizację od długości drogi w materiale:

Cząstki α w powietrzu:



Protony i fotony w tkance:



Gdy cząstka znajdzie się poniżej minimum jonizacji, straty energii gwałtownie rosną
⇒ depozyt energii największy blisko miejsca zatrzymania cząstki (terapia hadronowa)

Jonizacja

Rozkład strat energii

Wzór Bethe-Blocha określa **średnią wartość** strat energii na jonizację.

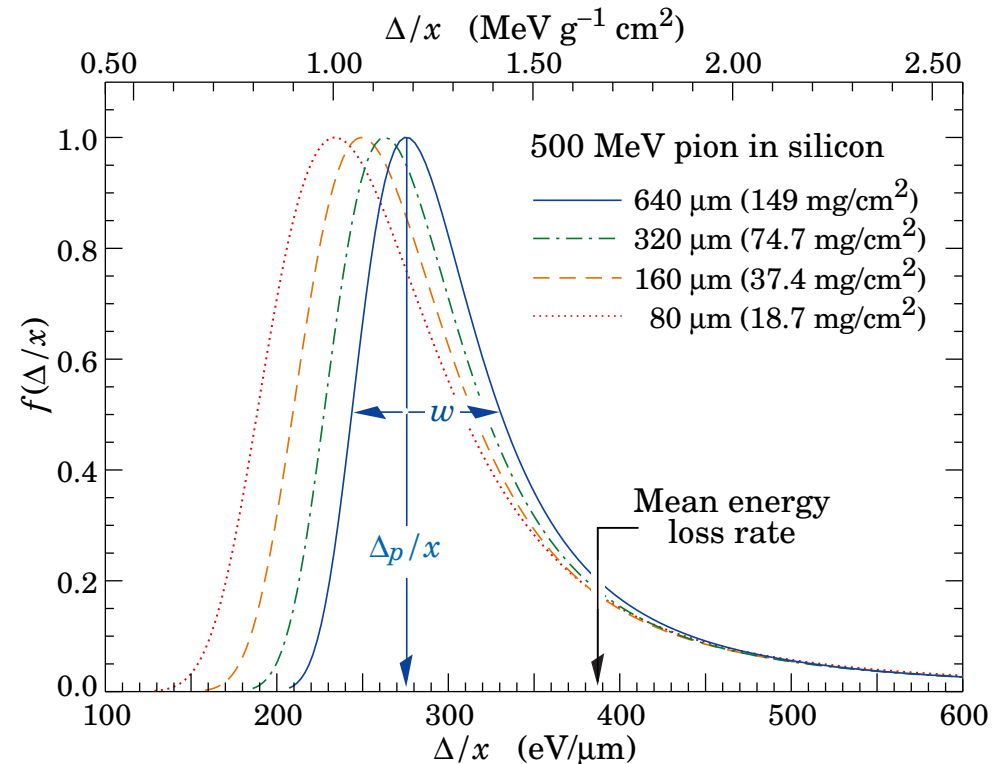
Dla grubych warstw absorbera oczekujemy, że rozkład strat będzie **rozkładem Gaussa**

Tak jednak nie jest!

Straty energii w pojedynczym oddziaływaniu mają rozkład typu

$$p(\Delta E) \sim \frac{1}{\Delta E} \quad \Delta E_{min} < \Delta E < \Delta E_{max}$$

Ponieważ $\Delta E_{max} \gg \Delta E_{min}$ rozkład pozostaje niesymetryczny nawet po zsumowaniu dużej liczby oddziaływań
 $\Rightarrow$ **rozkład Landaua**



Jonizacja

Rozkład Landaua

Prawdopodobieństwo straty ΔE (przybliżona formuła):

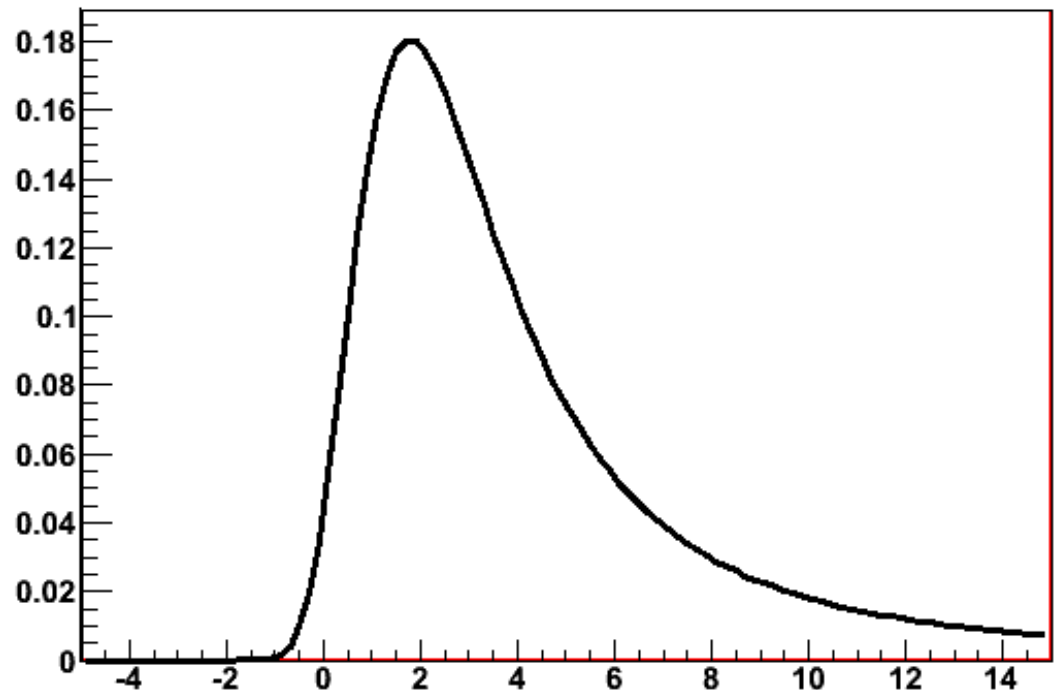
$$L(\Delta E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})\right)$$

gdzie:

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E^{MPV}}{\xi}$$

ΔE^{MPV} - pozycja maksimum

ξ - miara szerokości

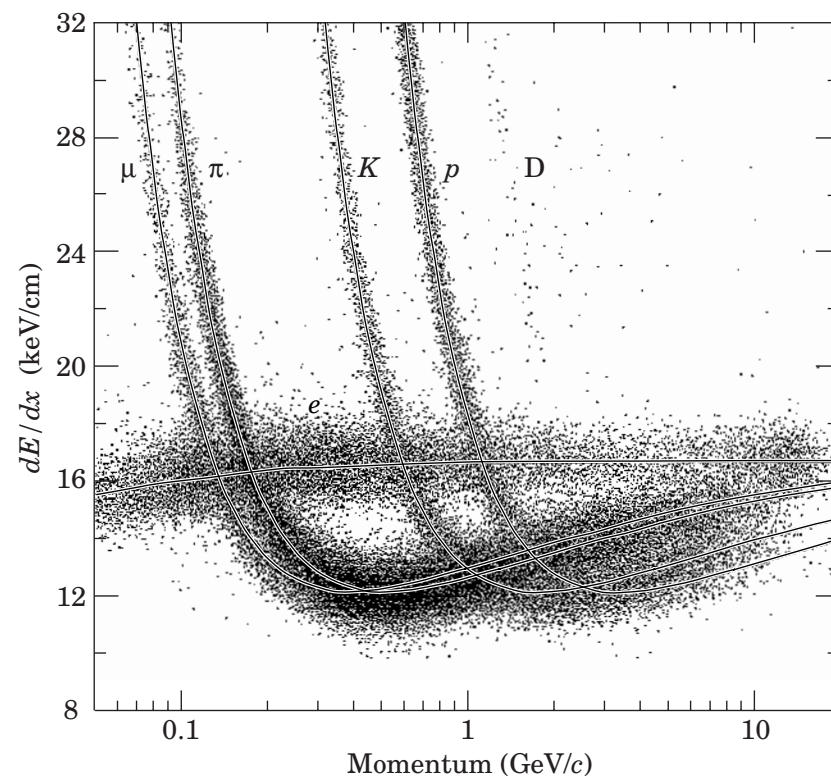
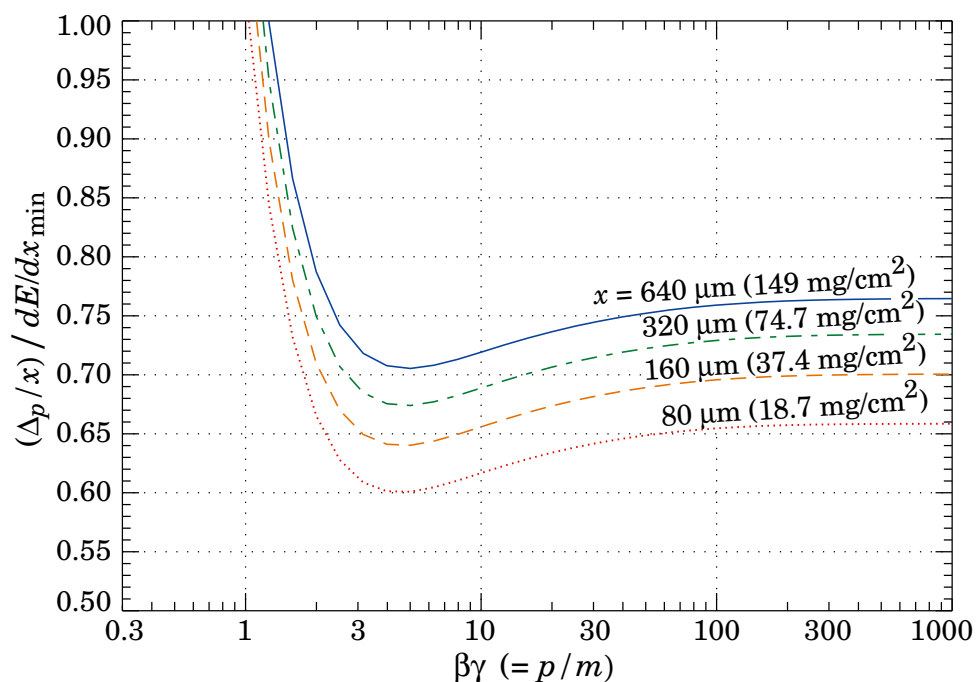


Jonizacja

Ze względu na dużą asymetrię rozkładu Landaua i długi ogon (do $\Delta E_{max} \gg \langle E \rangle$) pomiar średniej wartości strat na jonizację jest obarczony dużym błędem.

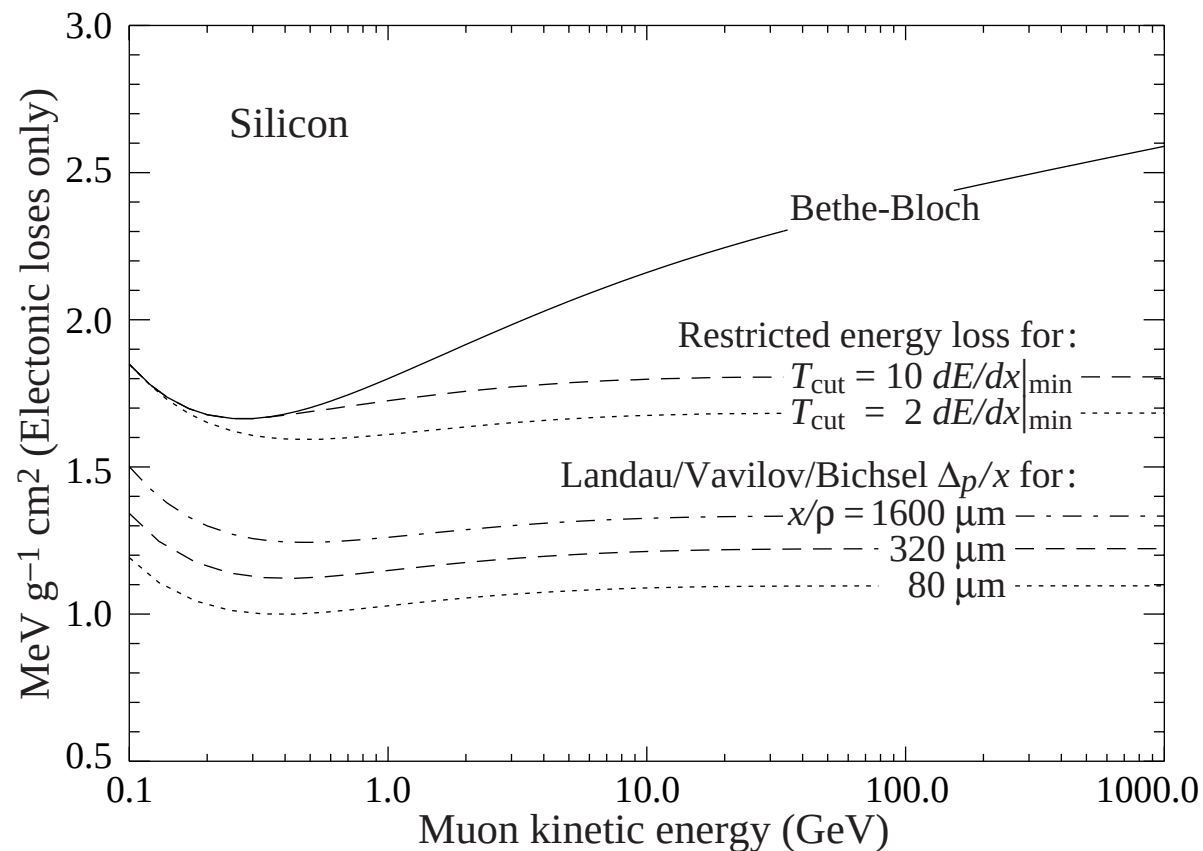
Znacznie dokładniej mierzona może być wartość najbardziej prawdopodobna (MPV)

W granicy dużych energii MPV dąży do stałej!



Jonizacja

Porównanie średnich strat na jonizację, średnich strat liczonych w ograniczonym zakresie energii i wartości najbardziej prawdopodobnej, w funkcji energii mionu.



⇒ relatywistyczny wzrost średnich strat wynika wyłącznie z wydłużania się ogona

Wielokrotne rozpraszanie

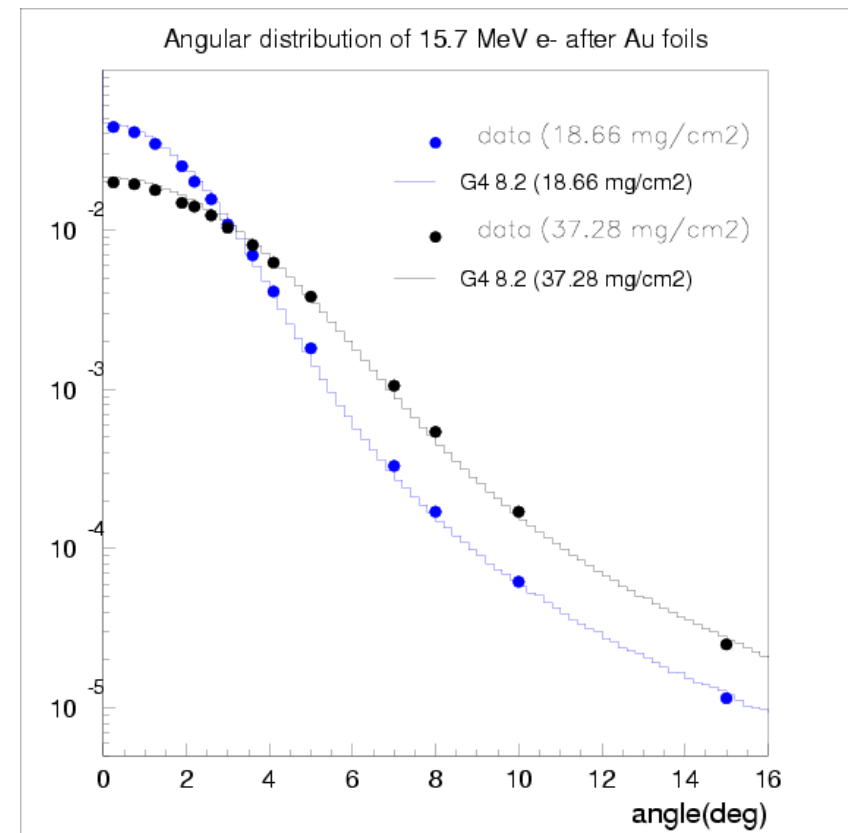
Cząstka naładowana w ośrodku rozprasza się elastycznie na jądrach atomów

Dla pojedynczego rozproszenia (wzór Rutherforda) **skala logarytmiczna!**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

podobnie jak w przypadku energii: średni kąt rozproszenia jest bardzo niewielki, ale rozkład ma długi ogon...

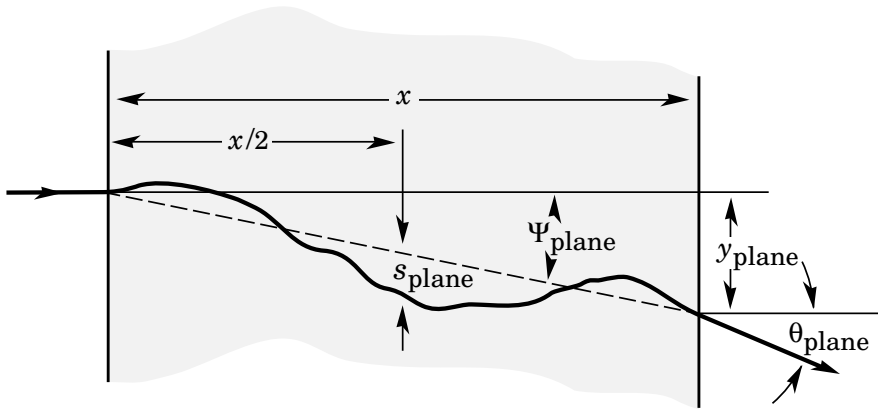
Wielokrotne rozpraszanie: rozkład kąta rozproszenia zbliża się do rozkładu Gaussa, ale pozostaje wyraźnie nie-gaussowski ogon!



Wielokrotne rozpraszanie

Przybliżenie małych kątów

Rozproszenie przy przejściu ośrodka o grubości x



Rozważamy rozproszenie w jednej płaszczyźnie. Średni (kwadratowy) kąt rozproszenia (dyspersja rozkładu)

$$\theta_0 = \sqrt{\langle \theta_{plane}^2 \rangle}$$

W przybliżeniu rozproszeń pod małymi kątami (odrzucając ogony $\pm 1\%$)

$$\theta_0 \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \cdot \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right]$$

przybliżenie dobre dla $10^{-3} < \frac{x}{X_0} < 100$

Rozpraszanie maleje jak $\frac{1}{p}$!

Przesunięcie toru:

$$\sqrt{\langle y_{plane}^2 \rangle} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_0$$

Elektrony i pozytony

Straty energii

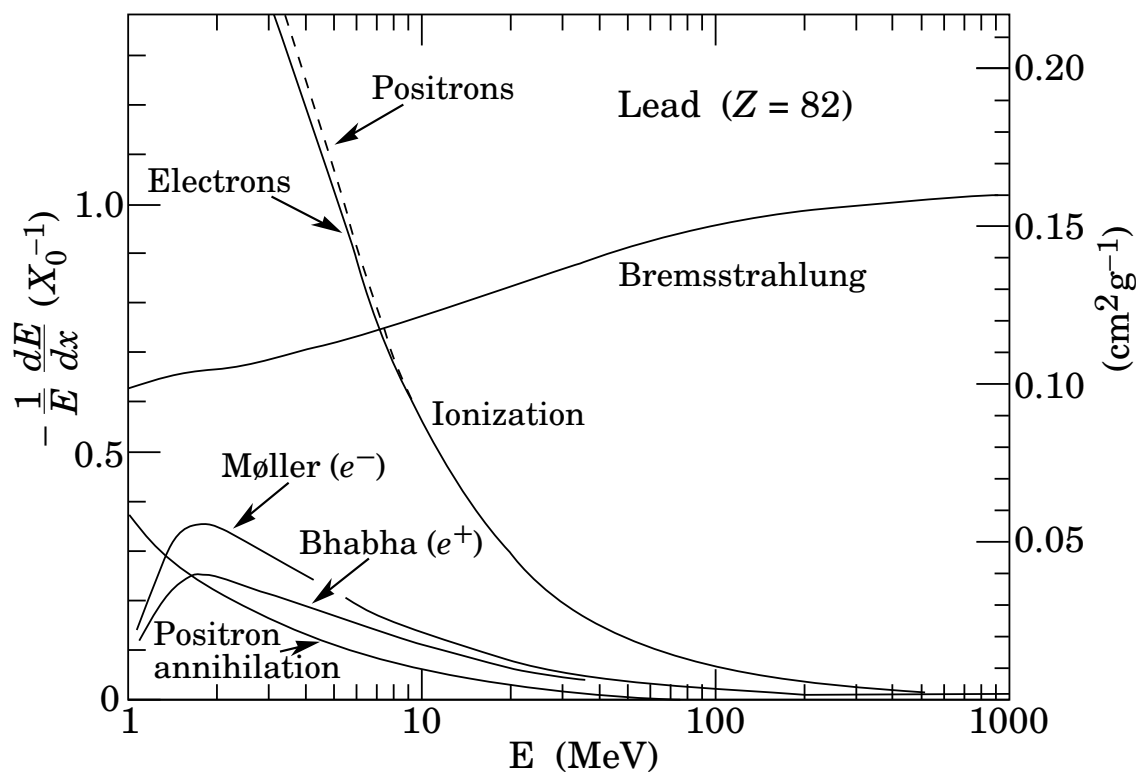
Cząstka rozpraszająca się w polu jądra (podelgająca przyspieszeniu) może emitować promieniowanie hamowania.

Prawdopodobieństwo emisji:

$$p \sim \frac{1}{M^2}$$

⇒ efekt istotny dla najlżejszych cząstek

Straty energii elektronów w funkcji energii:



Wysokoenergetyczne elektrony (pozytony) tracą energię praktycznie wyłącznie na promieniowanie hamowania

Elektrony i pozytony

Straty radiacyjne

Wiązka elektronów o energii E_0 przy przejściu przez ośrodek o grubości x :

$$E(x) = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{X_0}\right)$$

X_0 - droga radiacyjna w danym materiale. Przybliżona formuła:

$$X_0 = \frac{A \cdot 716.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})}$$

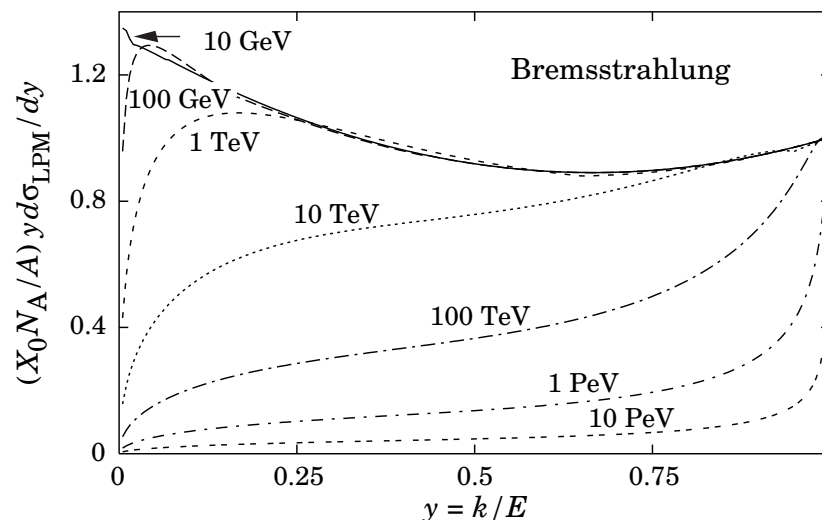
Bardzo szybko maleje z Z !

^{13}Al : 8.9 cm, ^{26}Fe : 1.76 cm

^{29}Cu : 1.43 cm, ^{82}Pb : 0.56 cm

Rozkład energii emitowanego fotonu: $y = \frac{E_\gamma}{E_0}$

$$\frac{d\sigma}{dE_\gamma} = \frac{A}{X_0 N_A E_\gamma} \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}y + y^2 \right)$$

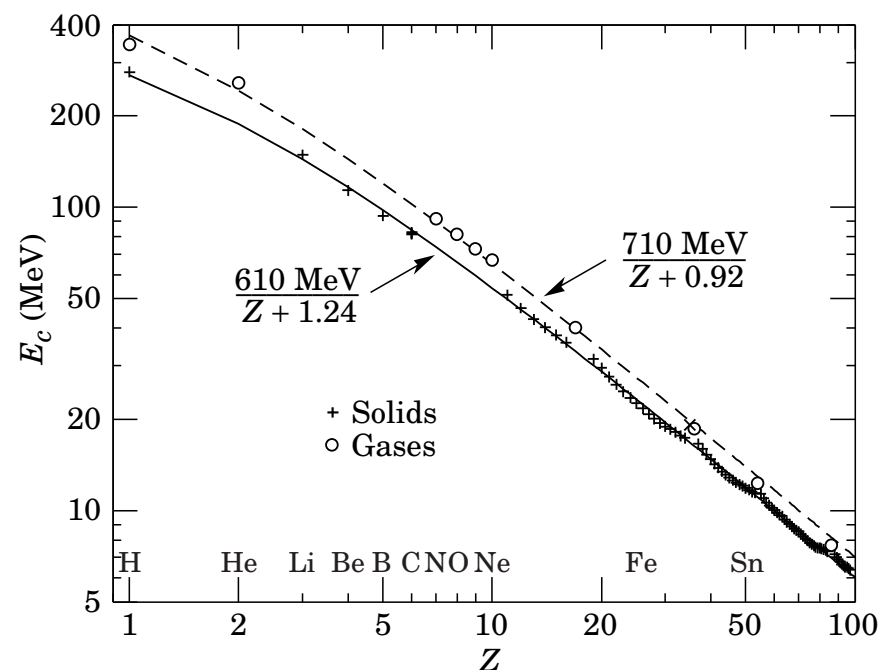
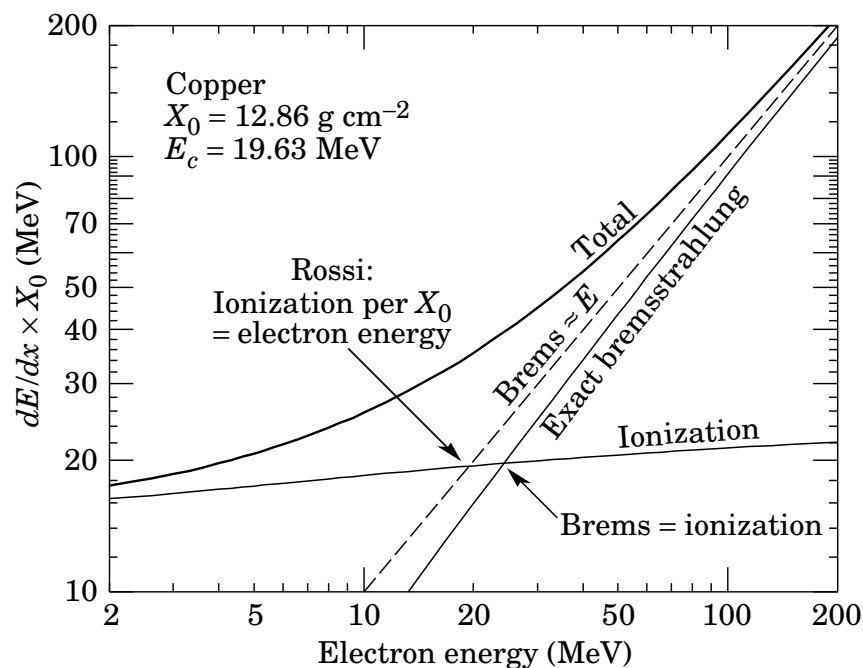


Odstępstwo dla bardzo energetycznych elektronów: promieniowanie coraz “twardsze”

Straty radiacyjne

Energia krytyczna

Energia powyżej której straty radiacyjne przewyższają straty na jonizację ośrodka.



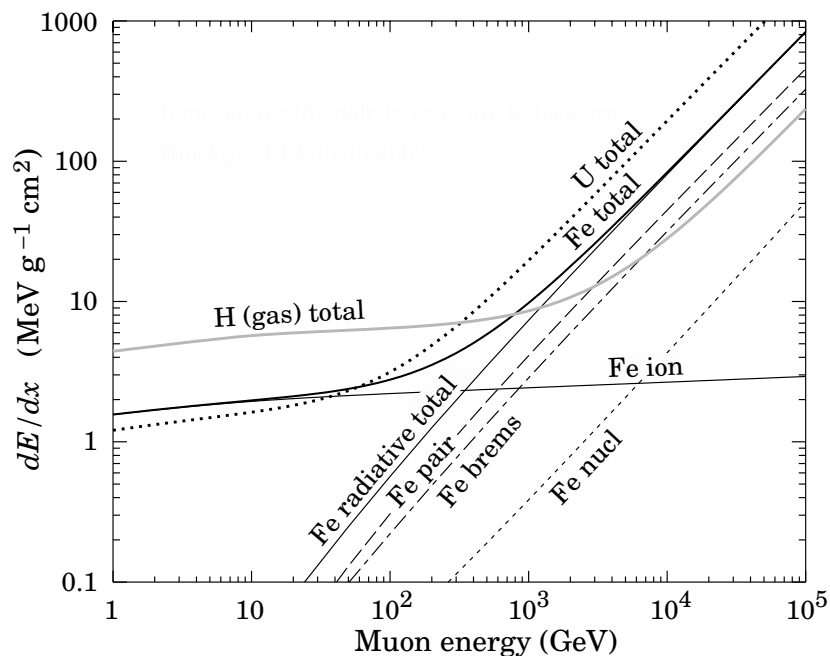
Energia krytyczna E_c maleje szybko z Z (podobnie do X_0)

Powyżej E_c cząstka traci energię prawie wyłącznie na promieniowanie.

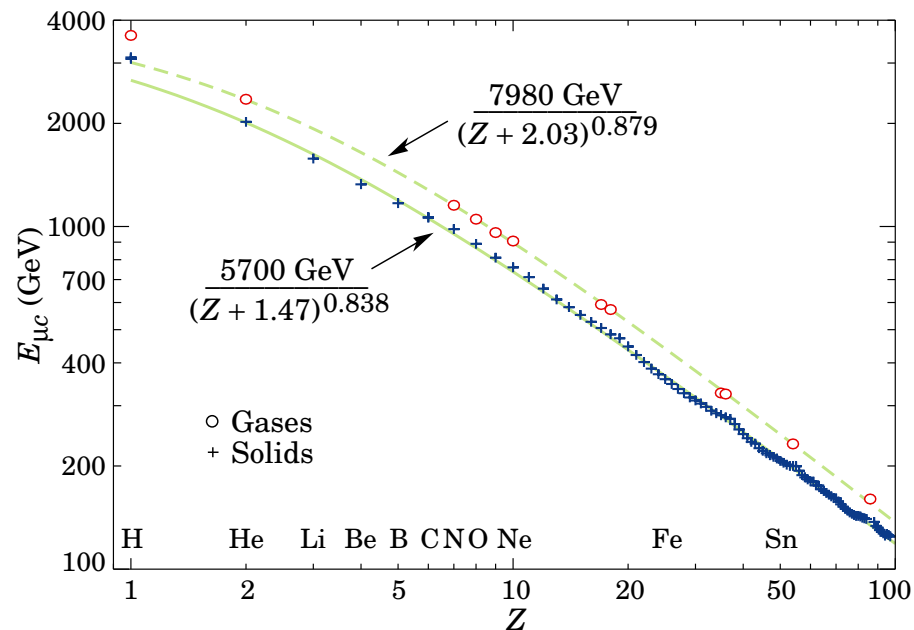
Straty radiacyjne

Straty radiacyjne istotne także dla innych cząstek, przy odpowiednio wysokich energiach. Szczególne znaczenie ma to dla mionów (brak oddziaływań silnych)

Straty energii dla mionu



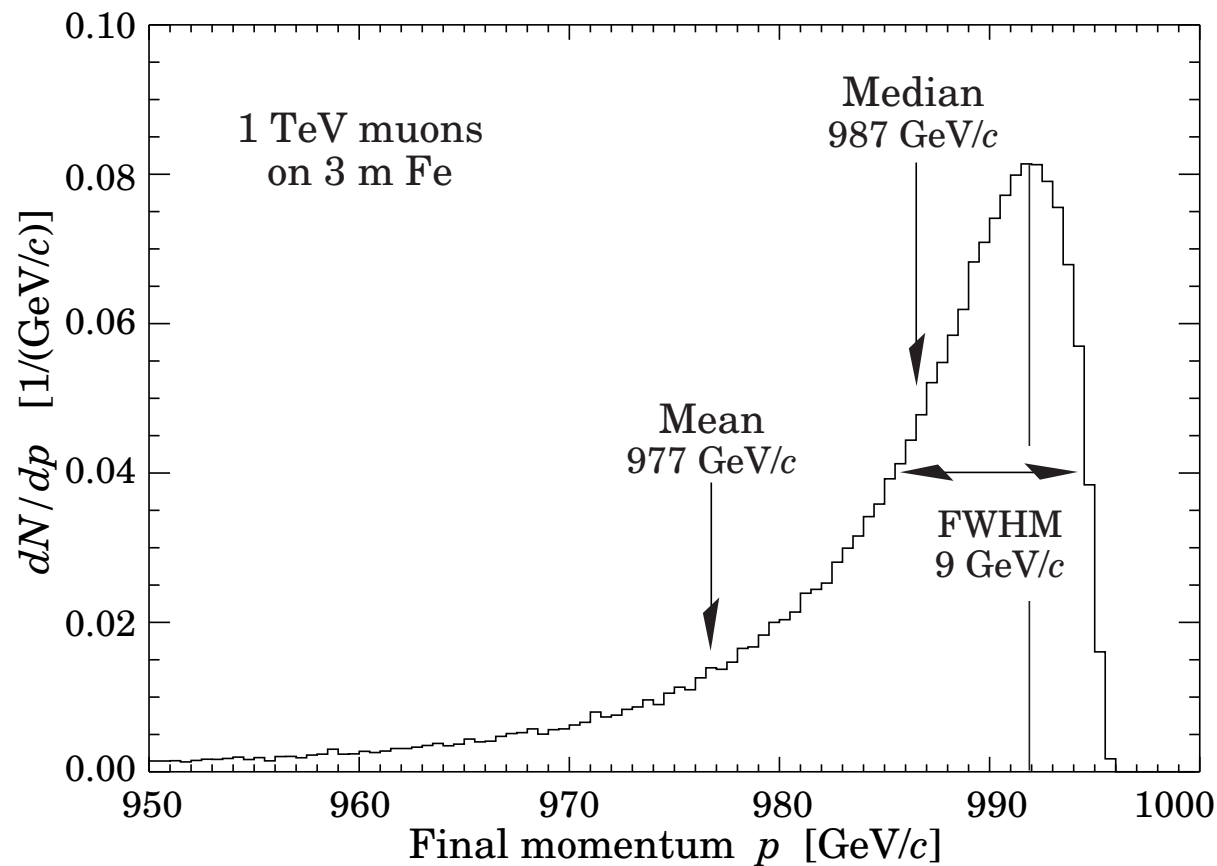
Energia krytyczna dla mionu



Dla energii powyżej 100 GeV pomiar pędu mionów w żelaznym jaźmie detektora może być zakłócony przez straty radiacyjne...

Straty radiacyjne

Ponieważ emitowane fotony mogą przejąć znaczną część energii mionu, procesy radiacyjne powodują bardzo dużą asymetrię rozkładu strat energii

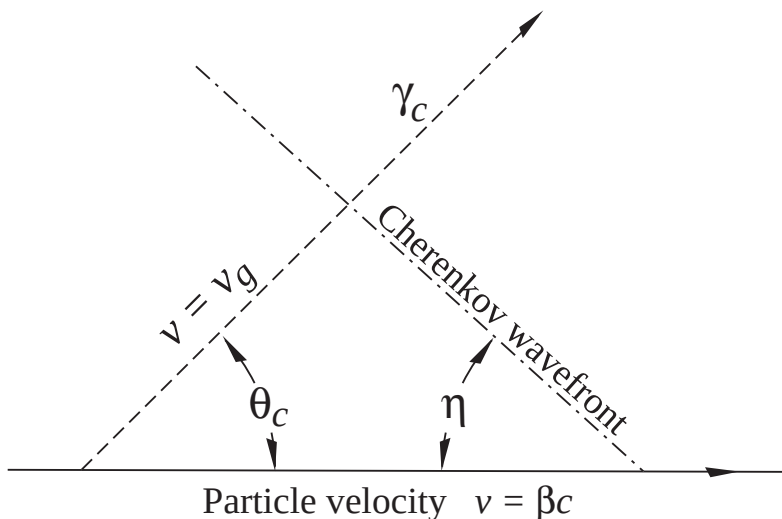


Promieniowanie Czerenkowa

Jeśli cząstka porusza się w ośrodku z prędkością większą niż prędkość światła ($\beta > \frac{1}{n}$) **wzbudzone atomy** mogą wypromieniować **niewielką część** traconej energii w postaci spójnej fali.

Kąt emisji promieniowania:

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n\beta}$$



Widmo promieniowania jest ciągłe.

Liczba emitowanych fotonów na jednostkę energii:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_\gamma}{dE_\gamma dx} &= \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \sin^2 \theta_c \\ &\approx 370 \frac{1}{\text{eV} \cdot \text{cm}} \cdot \sin^2 \theta_c \end{aligned}$$

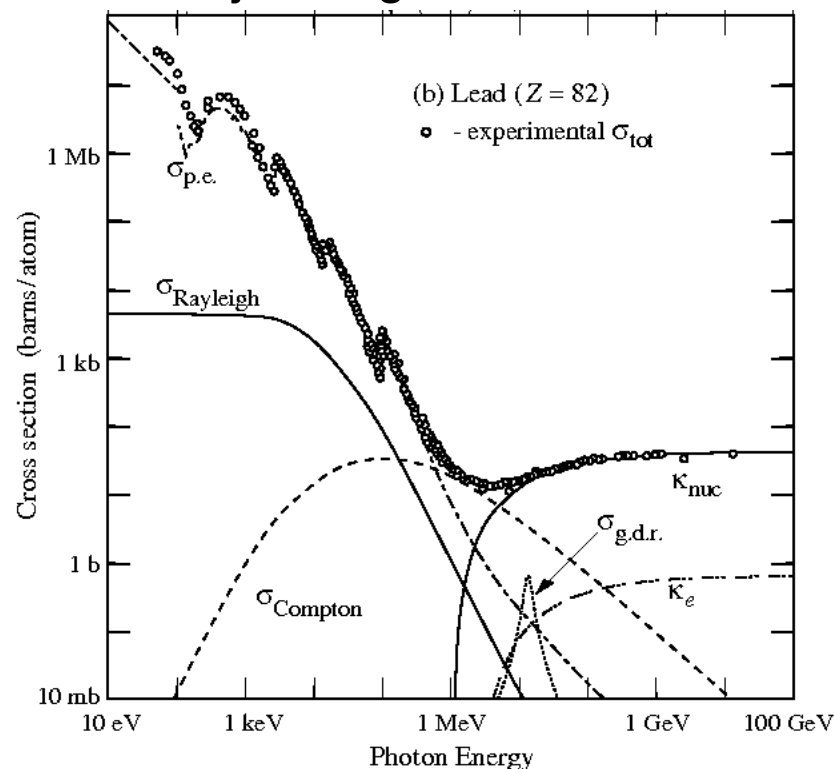
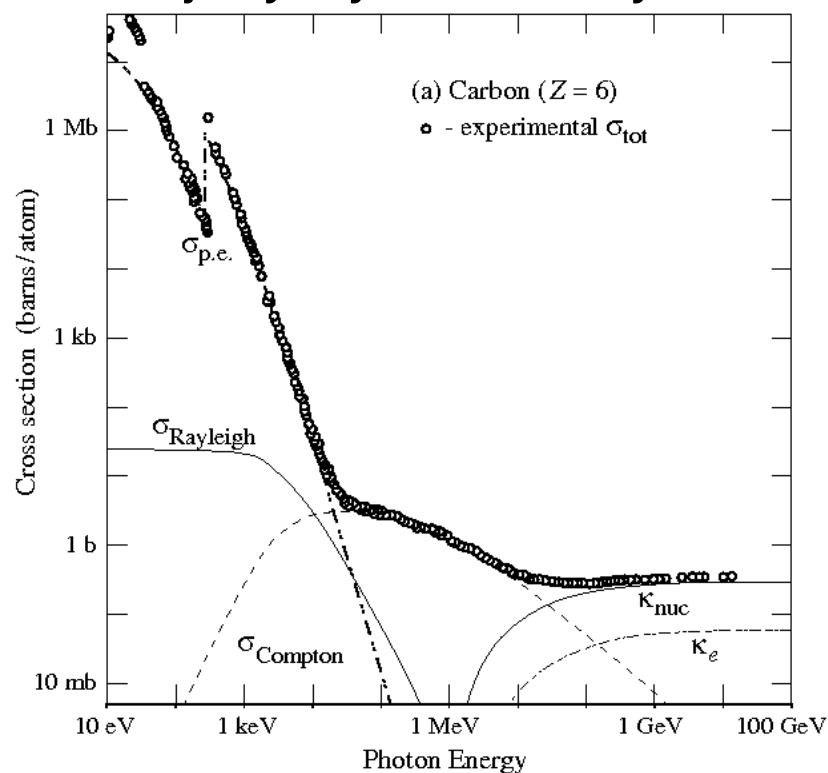
Pomiar kąta rozwarcia stożka pozwala na bezpośredni pomiar prędkości cząstki!

Liczba emitowanych fotonów zależy progowo od prędkości

$$N_\gamma \sim 1 - \frac{1}{n^2 \beta^2}$$

Fotony

Przekrój czynny na oddziaływanie z ośrodkiem w funkcji energii



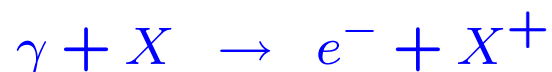
W obszarze małych energii dominuje efekt fotoelektryczny ($\sigma_{p.e.}$)

Dla energii rzędu 1 MeV istotny wkład od efektu Comptona ($\sigma_{Compton}$)

Dla energii powyżej ~ 10 MeV dominuje kreacja par e^+e^- w polu jąder (κ_{nuc})

Fotony

Efekt fotoelektryczny



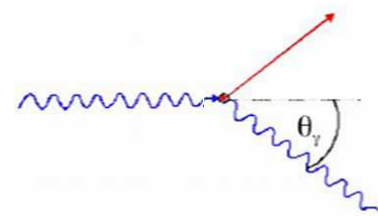
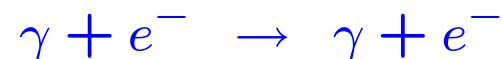
Dla $I_K < E_\gamma \ll m_e$ oczekujemy

$$\sigma_{p.e.} \approx \sqrt{\frac{32m_e^7}{E_\gamma^7}} \alpha^4 Z^5 \sigma_{th}$$

gdzie:

$$\sigma_{th} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = \frac{8\pi\alpha^2}{3m_e^2}$$

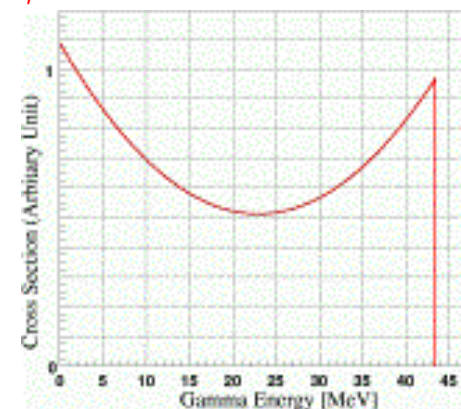
Efekt Comptona



W granicy dużych energii $E_\gamma \gg m_e$

$$\sigma_{Compton} \approx \frac{Z \pi \alpha^2}{m_e E_\gamma} \left[\ln \left(\frac{E_\gamma}{m_e} \right) + \frac{1}{2} \right]$$

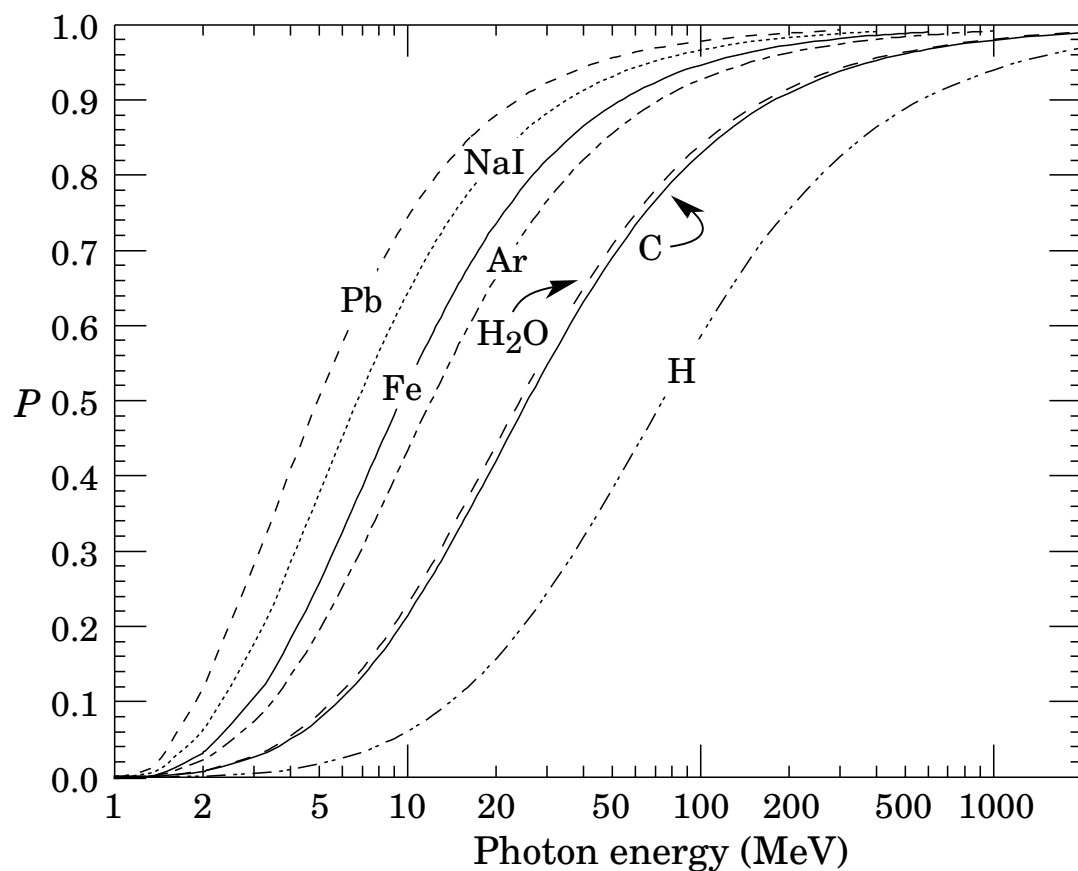
rozkład ΔE :



Fotony

Kreacja par

Prawdopodobieństwo, że w wyniku oddziaływania fotonu powstanie para e^+e^-



Powyżej $\sim 1 \text{ GeV}$:
praktycznie wyłącznie kreacja par.

Dla niższych energii wkład produkcji
par rośnie ze wzrostem Z

Fotony

Spadek intensywności wiązki

$$I(x) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$$

λ - średnia droga swobodna:

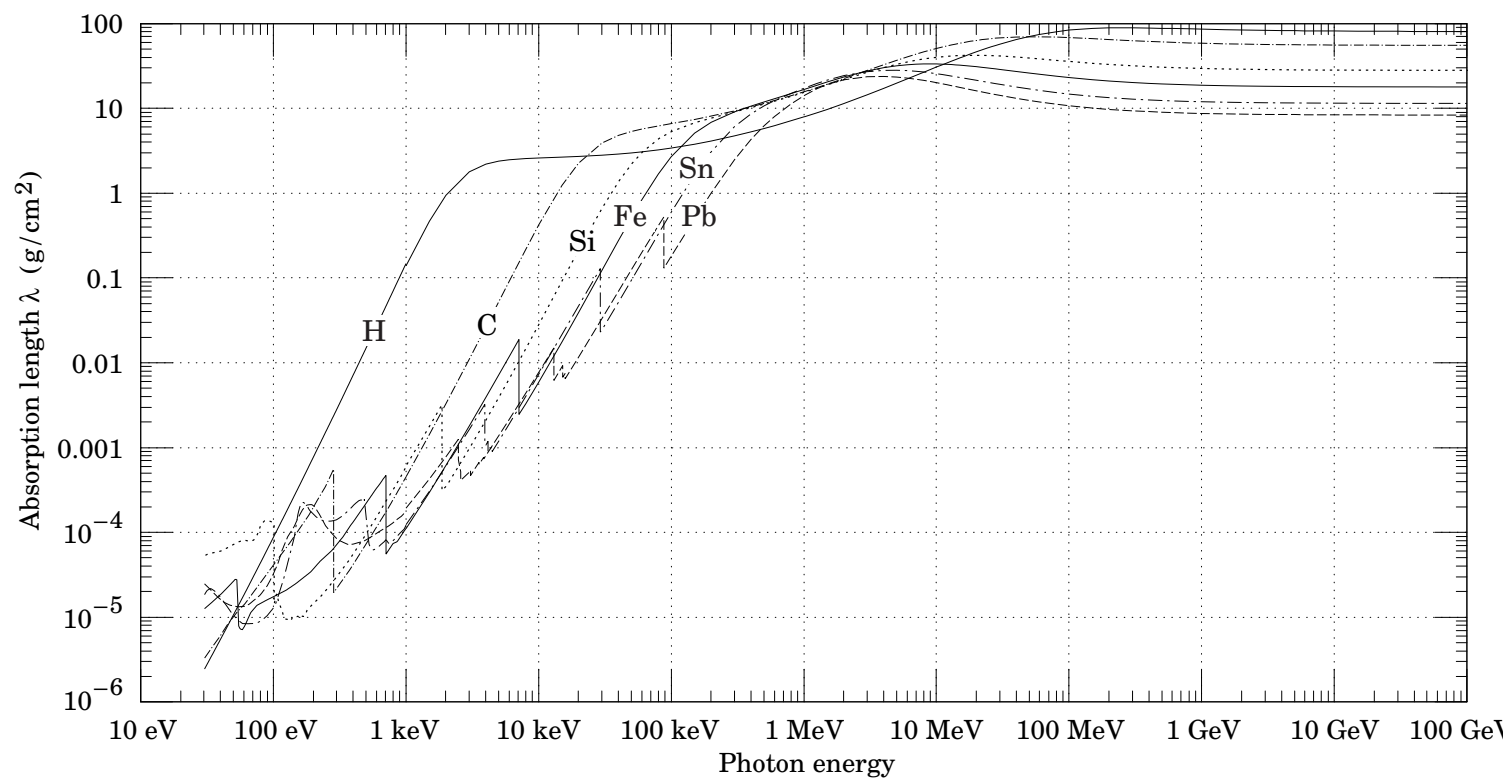
$$\lambda = \frac{1}{\sigma_{tot}} \cdot \frac{1}{n_a}$$

n_a - gęstość molekuł:

$$n_a = \frac{N_A \rho}{A}$$

W obszarze dużych energii
(dominuje kreacja par):

$$\lambda = \frac{9}{7} X_0$$



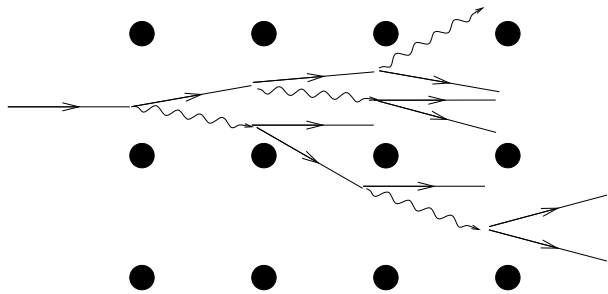
Kaskada E-M

Kaskada elektromagnetyczna

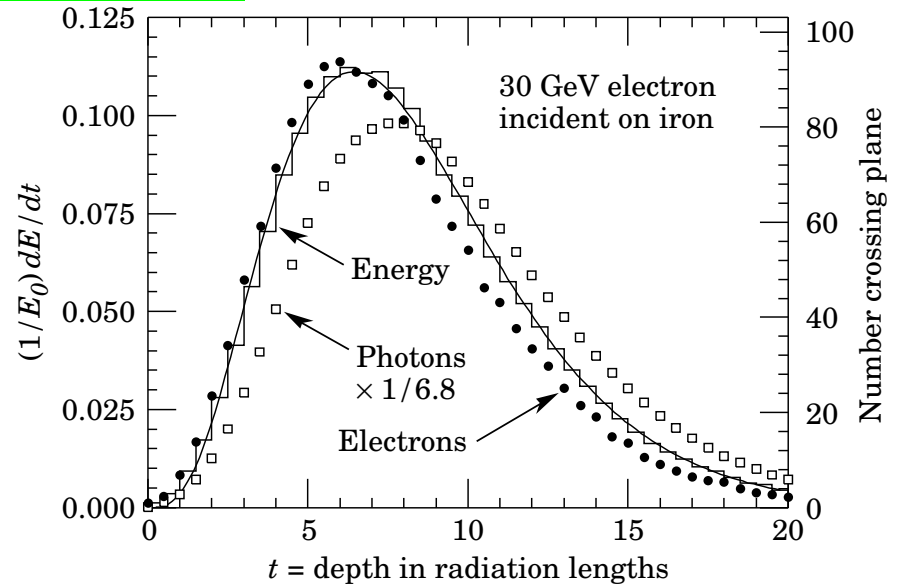
Wysokoenergetyczny foton wpadając w materię konwertuje na parę e^+e^-

Elektron w polu jąder emituje kolejne fotony, które znów konwertują...

Powstaje lawina cząstek, która powiela się tak długo jak $E_e > E_c$



Gdy energie elektronów spadną poniżej $E_c \Rightarrow$ starty jonizacyjne kaskada wygasa



Profil podłużny - rozkład Gamma:

$$\frac{dE}{dt} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)}$$

pozycja maksimum $[X_0]$

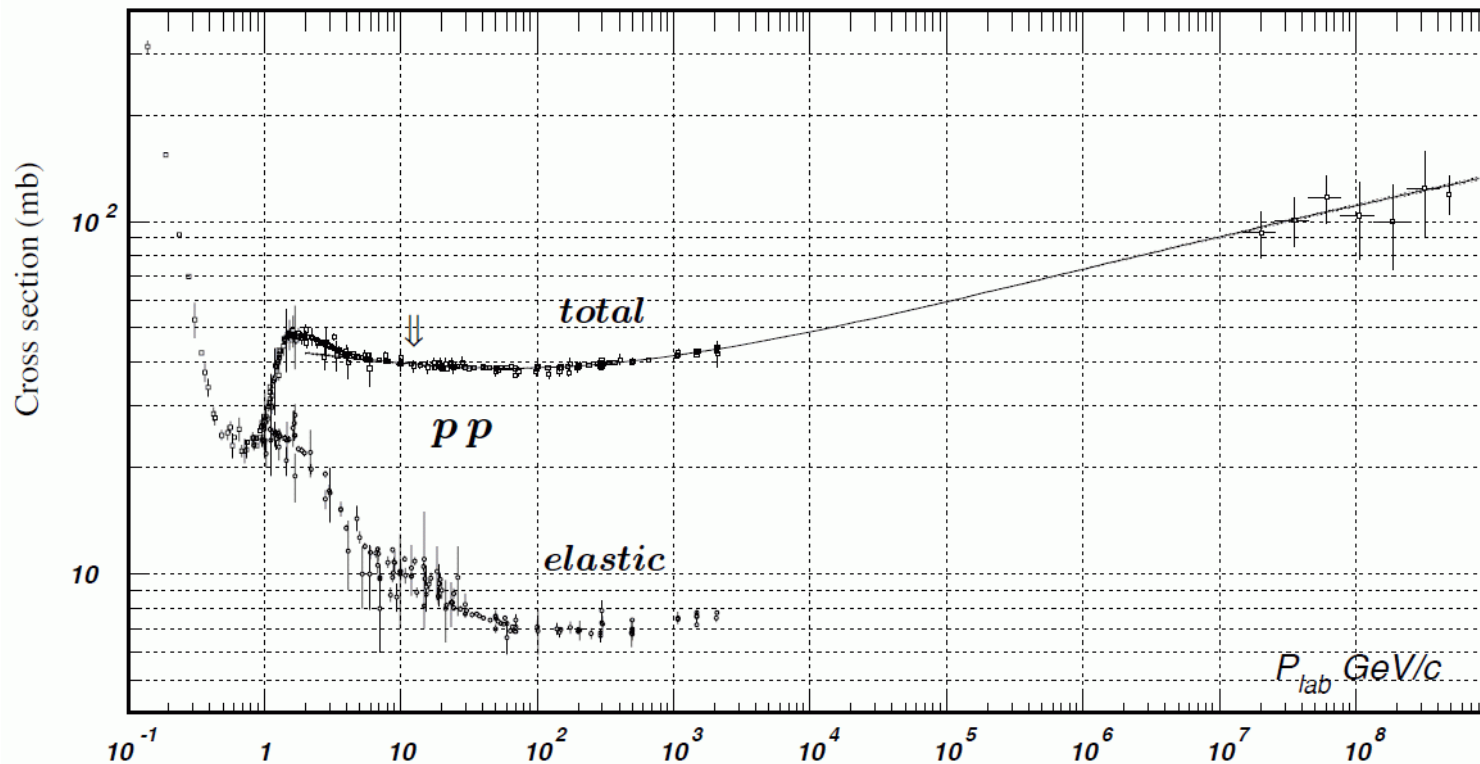
$$t_{max} = \frac{a-1}{b} \approx \ln \frac{E}{E_c} + C_j$$

$$C_\gamma = +0.5, C_e = -0.5$$

Hadrony

Przekrój czynny

Dla hadronów przekrój czynny na rozpraszanie elastyczne szybko maleje z energią.



Dla $E > 1 \text{ GeV}$ dominuje r. nieelastyczne, σ_I praktycznie nie zależy od energii.

Hadrony

Droga na oddziaływanie

Prawdopodobieństwo nieelastycznego rozproszenia w funkcji drogi w materiale:

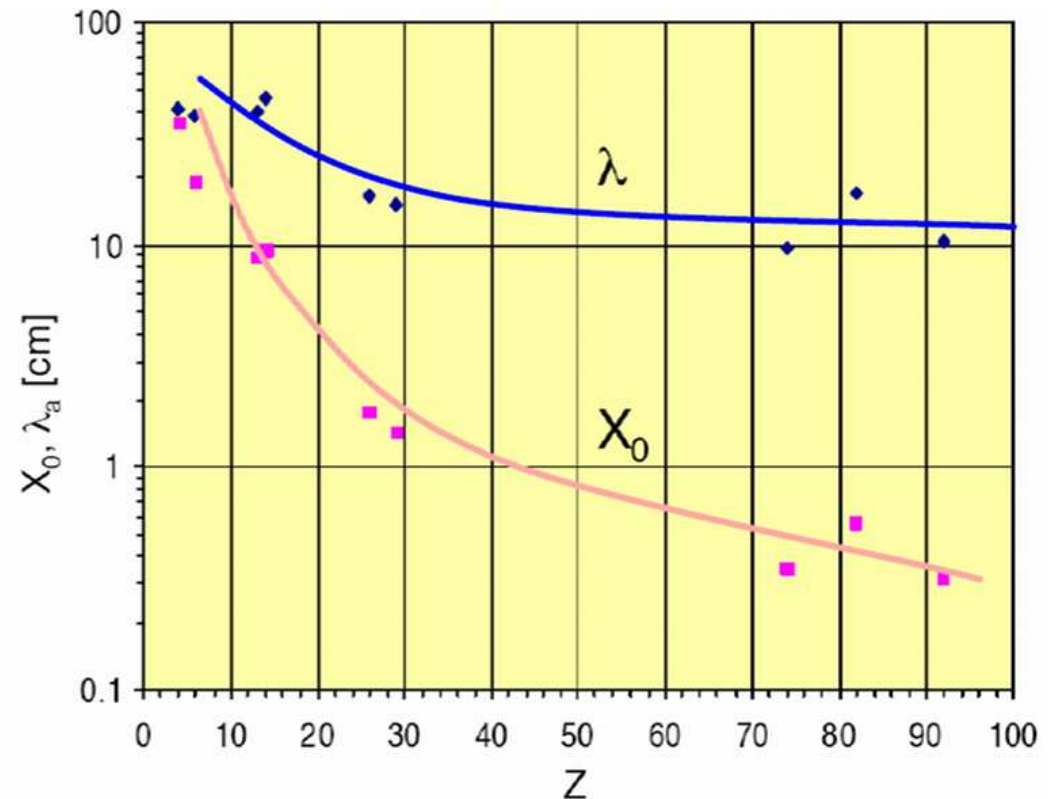
$$p(x) = \frac{1}{\lambda_I} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\lambda_I}\right)$$

λ_I - średnia droga na oddziaływanie w danym materiale.

$$\lambda_I \approx 35 \text{ g/cm}^2 A^{1/3}$$

	λ_I	X_0	λ_I/X_0
$_{13}\text{Al}$	39.4 cm	8.9 cm	4
$_{26}\text{Fe}$	16.8 cm	1.76 cm	10
$_{29}\text{Cu}$	15.1 cm	1.43 cm	11
$_{82}\text{Pb}$	17.1 cm	0.56 cm	30

Średnia droga na oddziaływanie maleje z Z , ale nie tak szybko jak X_0



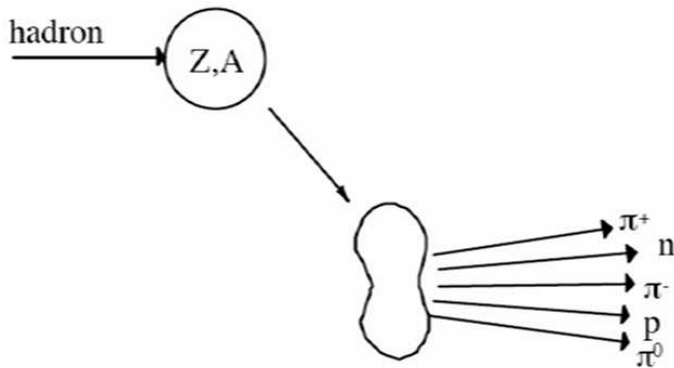
Hadrony

Kaskada hadronowa

Wysokoenergetyczne hadrony (neutralne i naładowane) oddziałują silnie z nukleonami/jądrami ośrodka.

Produkowane są cząstki wtórne.

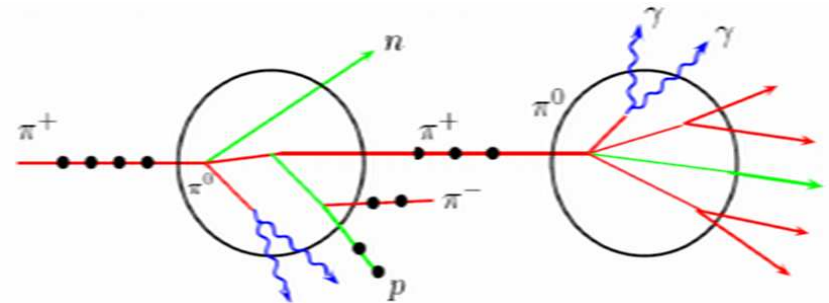
Krotność cząstek $N \sim \ln E$



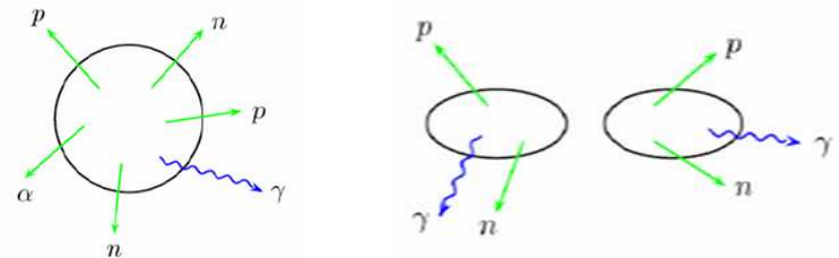
Cząstki wtórne mogą powodować kolejne reakcje $\Rightarrow$ kaskada

Cząstki tracą także energię na wzbudzenia jąder i jonizację.

Rozpady $\pi^0 \Rightarrow$ składowa E-M kaskady



Deekscytacja jąder - opóźniona emisja cząstek



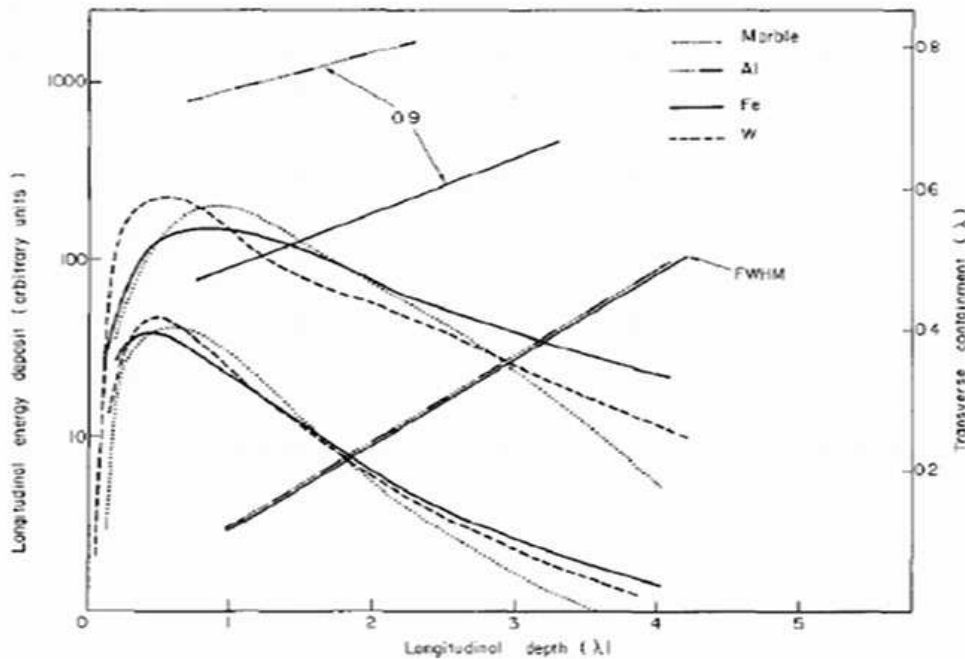
Hadrony

Kaskada hadronowa

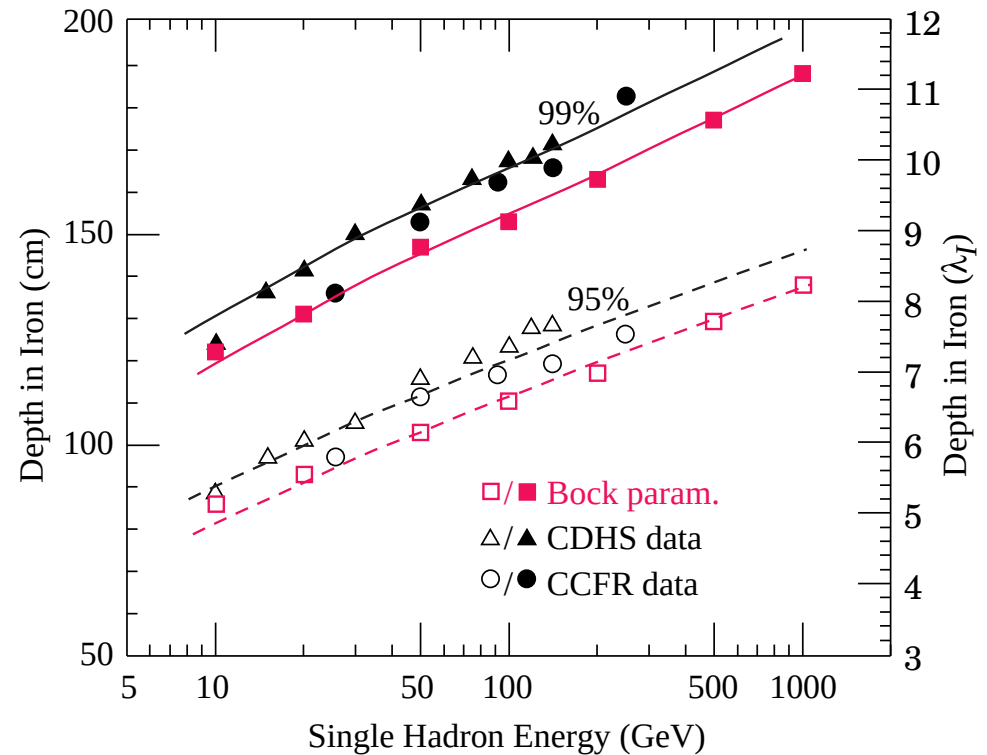
Długość kaskady skaluje się w λ_I

Pozycja maksimum [λ_I]:

$$t_{max} \approx 0.2 \ln E[\text{GeV}] + 0.7$$



Grubość warstwy żelaza potrzebna do “za-trzymania” kaskady (95% lub 99% energii):



również rośnie logarytmicznie z energią