

Podstawy fizyki kwantowej i budowy materii

prof. dr hab. Aleksander Filip Żarnecki

Zakład Cząstek i Oddziaływań Fundamentalnych
Instytut Fizyki Doświadczalnej



Wykład 1
3 października 2016

- 1 Wprowadzenie
- 2 Odkrycia przełomu XIX i XX wieku
- 3 Granice stosowalności fizyki klasycznej
- 4 Szczególna teoria względności

Kryteria oceny

- **Obecność na ćwiczeniach** (obowiązkowa)
dopuszczone 2 nieobecności (zgodnie z regulaminem), każda kolejna obniża ocenę
- **Kartkówki pisane na ćwiczeniach**
każda kartkówka to 5 pytań testowych wielokrotnego wyboru
ocena pozytywna wymaga uzyskania powyżej 50% punktów
- **Kolokwium końcowe**
prawdopodobnie w terminie ostatniego wykładu lub ćwiczeń
“deska ratunkowa”, punkty dodają się do wyników kartkówek

Obecność na wykładzie nie jest obowiązkowa.

Ale kartkówki będą obejmować program wykładu...

Materiały z wykładu będą umieszczane na stronie:

<http://www.fuw.edu.pl/~zarnecki/pfk/>

- 1 Wprowadzenie
- 2 Odkrycia przełomu XIX i XX wieku
- 3 Granice stosowalności fizyki klasycznej
- 4 Szczególna teoria względności

Fizyka klasyczna

Pod koniec XIX wieku fizyka wydawało się, że badania podstawowe w dziedzinie fizyki zmierzają ku końcowi. Praktycznie wszystkie obserwowane zjawiska mogły być wytłumaczone w oparciu o niewielką liczbę fundamentalnych praw

Fizyka klasyczna

Pod koniec XIX wieku fizyka wydawało się, że badania podstawowe w dziedzinie fizyki zmierzają ku końcowi. Praktycznie wszystkie obserwowane zjawiska mogły być wytłumaczone w oparciu o niewielką liczbę **fundamentalnych praw**

Prawa dynamiki Newtona (1687)

- Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciał do zmiany tego stanu
- Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona
- Każdemu działaniu towarzyszy równe i przeciwnie skierowane przeciwdziałanie.

⇒ bardzo dobrze opisywały otaczający nas świat

Wprowadzenie

Gawitacja jest najbardziej “widocznym” oddziaływaniem. Mimo to stosunkowo długo brak było spójnej teorii grawitacji. Dopiero Newton dostrzegł związek między np. ruchem planet i lotem kuli armatniej.

Prawo powszechnego ciążenia

Każda cząstka we wszechświecie przyciąga każdą inną cząstkę siłą proporcjonalną do **iloczynu ich mas** i odwrotnie proporcjonalną do **kwadratu odległości** między nimi.

$$F_g = G_N \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad G_N \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Nie widzimy oddziaływania między dwoma jabłkami, bo grawitacja zbyt słaba...

Gawitacja jest najbardziej “widocznym” oddziaływaniem.

Mimo to stosunkowo długo brak było spójnej teorii grawitacji.

Dopiero Newton dostrzegł związek między np. ruchem planet i lotem kuli armatniej.

Prawo powszechnego ciążenia

Każda cząstka we wszechświecie przyciąga każdą inną cząstkę siłą proporcjonalną do **iloczynu ich mas** i odwrotnie proporcjonalną do **kwadratu odległości** między nimi.

$$F_g = G_N \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad G_N \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Nie widzimy oddziaływania między dwoma jabłkami, bo grawitacja zbyt słaba...

Piękno i uniwersalność praw natury widoczna też w podobieństwie do prawa Coulomba (**oddziaływania ładunków elektrycznych**):

$$F_{el} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Elektryczność i magnetyzm

Pole elektromagnetyczne wpływa na ruch naładowanych obiektów:

$$\frac{d}{dt}m\vec{v} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Ładunki i ich ruch są źródłem pola elektromagnetycznego

Równania Maxwella (1865):

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} &= \rho \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Elektryczność i magnetyzm

Pole elektromagnetyczne wpływa na ruch naładowanych obiektów:

$$\frac{d}{dt}m\vec{v} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Ładunki i ich ruch są źródłem pola elektromagnetycznego

Równania Maxwella (1865):

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \operatorname{div}\vec{E} &= \rho \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot}\vec{B} &= \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Pola elektryczne i magnetyczne wpływają na siebie nawzajem

⇒ fala elektromagnetyczna: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Budowa materii

W chemii, dzięki pracom Daltona i Avogadro, ugruntowało się pojęcie atomu jako najmniejszej, niepodzielnej drobin pierwiastka chemicznego. Było to jedyne sensowne wytłumaczenie odkrytego w XVIII wieku prawa stosunków stałych.

Doświadczalnym potwierdzeniem atomowej budowy materii były **ruchy Browna** (1827), ale wtedy nie potrafiono ich jeszcze opisać ilościowo.

Fizycy atomami mało się interesowali, nie byli im potrzebne...

Budowa materii

W chemii, dzięki pracom Daltona i Avogadro, ugruntowało się pojęcie atomu jako najmniejszej, niepodzielnej drobin pierwiastka chemicznego. Było to jedyne sensowne wytłumaczenie odkrytego w XVIII wieku prawa stosunków stałych.

Doświadczalnym potwierdzeniem atomowej budowy materii były ruchy Browna (1827), ale wtedy nie potrafiono ich jeszcze opisać ilościowo.

Fizycy atomami mało się interesowali, nie byli im potrzebne...

Światło

Teoria emisyjna, której zwolennikiem był m.in. Newton, zakładała że światło jest strumieniem “nadzwyczaj subtelnych” cząstek materii.

Teoria ta została jednak odrzucona jako “sprzeczna z doświadczeniem”.

Budowa materii

W chemii, dzięki pracom Daltona i Avogadro, ugruntowało się pojęcie atomu jako najmniejszej, niepodzielnej drobin pierwiastka chemicznego. Było to jedyne sensowne wytłumaczenie odkrytego w XVIII wieku prawa stosunków stałych.

Doświadczalnym potwierdzeniem atomowej budowy materii były **ruchy Browna** (1827), ale wtedy nie potrafiono ich jeszcze opisać ilościowo.

Fizycy atomami mało się interesowali, nie byli im potrzebne...

Światło

Teoria emisyjna, której zwolennikiem był m.in. Newton, zakładała że światło jest **strumieniem** "nadzwyczaj subtelnych" **cząstek materii**.

Teoria ta została jednak odrzucona jako "sprzeczna z doświadczeniem".

Przyjęto teorię Younga (1801), zgodnie z którą światło jest **falą** (elektromagnetyczną) **rozchodzącą się w eterze**.

- 1 Wprowadzenie
- 2 Odkrycia przełomu XIX i XX wieku
- 3 Granice stosowalności fizyki klasycznej
- 4 Szczególna teoria względności

Koniec XIX wieku

Odkrycie fal elektromagnetycznych przez Heinricha Hertza (1886)

⇒ wielki sukces, potwierdzenie teorii Maxwella

Choć wciąż nie była jasna natura ładunku elektrycznego, ani pochodzenie linii widmowych pierwiastków, fizyka wydawała się być dziedziną bez większej przyszłości...

Koniec XIX wieku

Odkrycie fal elektromagnetycznych przez Heinricha Hertza (1886)

⇒ wielki sukces, potwierdzenie teorii Maxwella

Choć wciąż nie była jasna natura ładunku elektrycznego, ani pochodzenie linii widmowych pierwiastków, fizyka wydawała się być dziedziną bez większej przyszłości...

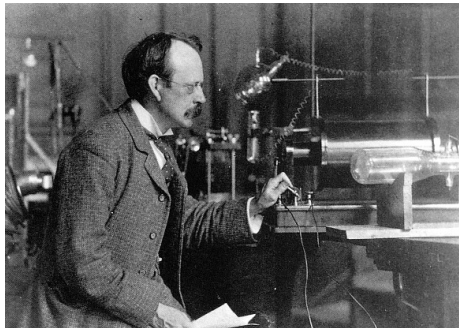
Przełom XIX i XX wieku

Przyniósł szereg przełomowych, nieoczekiwanych odkryć

- odkrycie promieni X przez Wilhelma Röntgena w 1895,
- odkrycie promieniotwórczości przez Henri Becquerel'a w 1896,
- odkrycie elektronu przez Josepha Thomsona w 1897,
- zależność efektu fotoelektrycznego od częstości (Lenard, 1902)

⇒ wszystko to wymagało zupełnie nowego spojrzenia na fizykę

Joseph Thomson 1897



Thomson badał tzw. **promienie katodowe**

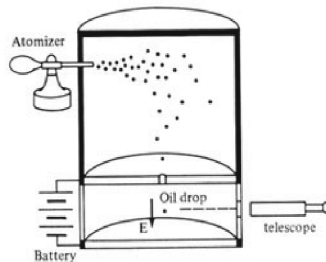
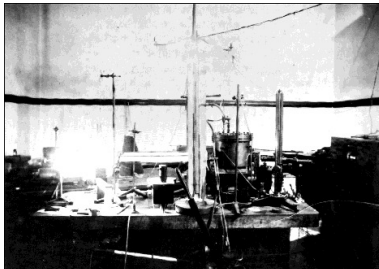


pokazał, że promienie te odchylają się w polu elektrycznym

Wyznaczył stosunek ładunku do masy elektronu:

$$\frac{e}{m} \approx 2 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Robert Millikan 1909



Mierząc opadanie maleńkich kropek oliwy w powietrzu wyznaczył ładunek elektronu, a następnie obliczył jego masę:

$$m_e = \frac{1}{1837} \cdot m_H$$

Promieniotwórczość naturalna

Odkryta przez Henri Becquerela w 1896.

Badał hipotezę, że emisja promieniowania X przez sole uranu jest wynikiem fluorescencji - opóźnionej emisji po wcześniejszym napromieniowaniu substancji



Promieniotwórczość naturalna

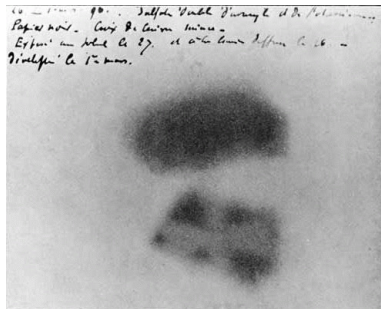
Odkryta przez Henri Becquerela w 1896.

Badał hipotezę, że emisja promieniowania X przez sole uranu jest wynikiem fluorescencji - opóźnionej emisji po wcześniejszym napromieniowaniu substancji



Najsilniejszym źródłem promieniowania było wtedy... Słońce.

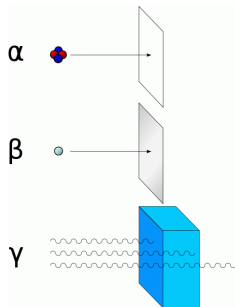
Niestety, pogoda była pochmurna w Paryżu, więc Becquerel schował próbkę uranu oraz nienaświetloną kliszę fotograficzną do szuflady...



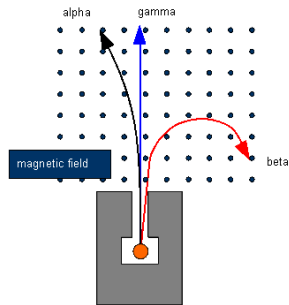
W kolejnych latach prowadzono bardzo intensywne badania nad promieniotwórczością.

Na początku XX wieku wyodrębniono 3 rodzaje promieniowania, które różniły się:

pochłanianiem w materii



zakrzywieniem w polu magnetycznym

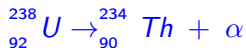


1903

Nagroda Nobla dla H.Becquerela, M.Skłodowskiej-Curie i P.Curie

E.Rutherford i F.Soddy publikują wyniki potwierdzające, że promieniotwórczość jest wynikiem **przemiany pierwiastków**: jeden rodzaj atomu emitując promieniowanie zamienia się w atom innego pierwiastka:

- Promieniowanie α (emisja cząstki α , czyli jądra Helu)



- promieniowanie β (emisja elektronu)



- promieniowanie γ (emisja kwantu γ - wysokoenergetycznego fotonu)

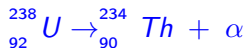


1903

Nagroda Nobla dla H.Becquerela, M.Skłodowskiej-Curie i P.Curie

E.Rutherford i F.Soddy publikują wyniki potwierdzające, że promieniotwórczość jest wynikiem **przemiany pierwiastków**: jeden rodzaj atomu emitując promieniowanie zamienia się w atom innego pierwiastka:

- Promieniowanie α (emisja cząstki α , czyli jądra Helu)



- promieniowanie β (emisja elektronu)



- promieniowanie γ (emisja kwantu γ - wysokoenergetycznego fotonu)



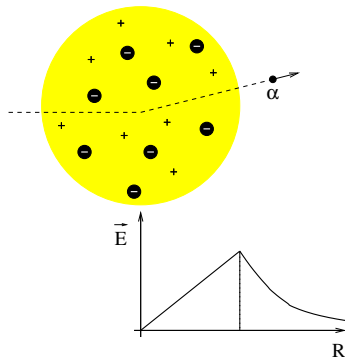
Choć w tym czasie atomy wciąż były traktowane jako niepodzielne...

Doświadczenie Rutherforda

Rozpraszanie cząstek α na cienkiej złotej folii



Obserwowano błyski wywoływane przez padające cząstki na ekranie scyntylacyjnym - ocena kąta rozproszenia

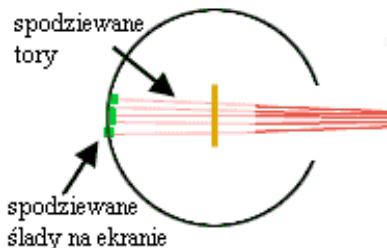


Model Thomsona:
cała **objętość** atomu jednorodnie **naładowana dodatnio** ("ciasto"), a wewnątrz "pływają" **elektrony** ("rodzynki").

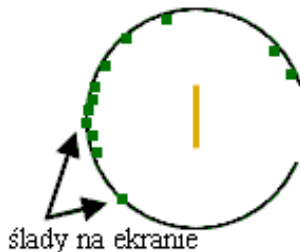
Doświadczenie Rutherforda

Wyniki pomiarów przeprowadzonych przez H.Geigera i E.Marsdena (1909):

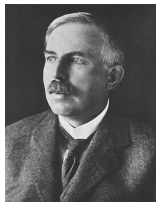
Oczekiwane



Uzyskane

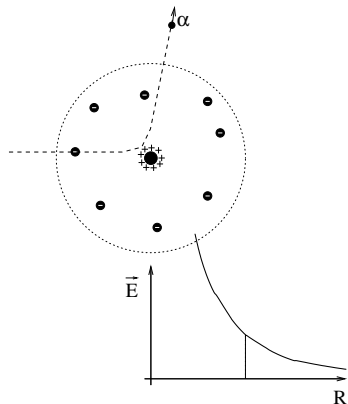


Model Rutherforda (1911)



Rutherford zaproponował
jądrowy model atomu.

Cały dodatni ładunek atomu (10^{-10} m)
skupiony jest w praktycznie **punktowym**
(10^{-14} m) **jądrze** otoczonym przez chmurę
elektronów.



Cząstka α zawsze czuje cały
ładunek dodatni \Rightarrow duże
kąty rozproszenia

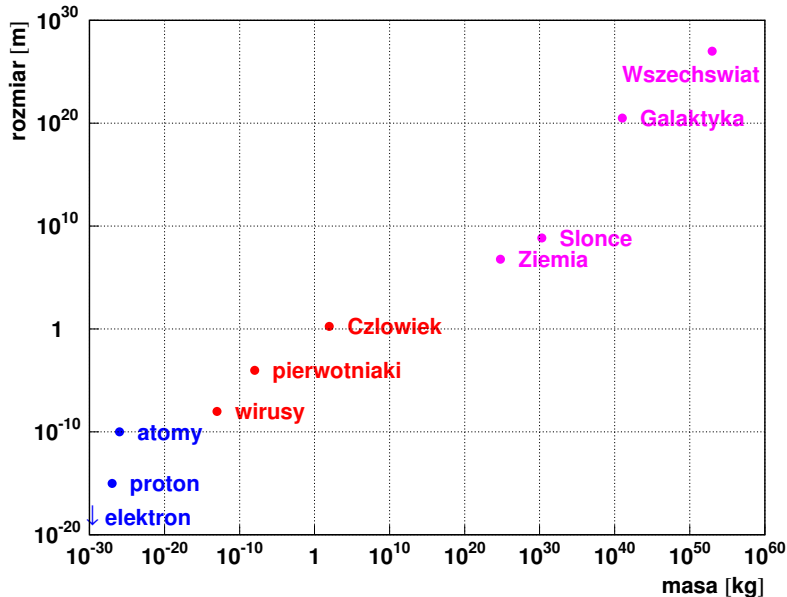
- 1 Wprowadzenie
- 2 Odkrycia przełomu XIX i XX wieku
- 3 Granice stosowalności fizyki klasycznej
- 4 Szczególna teoria względności

Rozmiary badanych obiektów:

1 m	10^0 m	ludzie, fale radiowe,
10 km	10^4 m	najwyższe góry, komety
10 tys. km	10^7 m	promień Ziemi
1 mln km	10^9 m	promień Słońca
1 AU	10^{11} m	orbita Ziemi
30 AU	10^{13} m	układ słoneczny (orbita Neptuna)
4 ly	10^{16} m	najbliższa gwiazda (Proxima Centauri)
150 tys. ly	10^{21} m	Droga Mleczna (nasza galaktyka)
100 mln ly	10^{24} m	supergromada galaktyk
14 mld. ly	10^{26} m	promień obserwowanego Wszechświata

Rozmiary badanych obiektów:

1 m	10^0 m	ludzie, fale radiowe,
1 mm	10^{-3} m	ziarna piasku, pchła
100 μm	10^{-4} m	ludzki włos, pierwotniaki
10 μm	10^{-5} m	komórki zwierzęce
1 μm	10^{-6} m	bakterie
10 nm	10^{-8} m	małe wirusy
1 nm	10^{-9} m	grubość nici DNA
1 Å	10^{-10} m	rozmiar atomu
1 fm	10^{-15} m	proton, jądro atomowe
poniżej	10^{-18} m	ograniczenie na rozmiar elektronu



Fizyka klasyczna

Dobrze opisuje zjawiska “dnia codziennego”:

- obiekty makroskopowe
- poruszające się z “umiarkowanymi” prędkościami
- w słabych polach grawitacyjnych

Szczególna Teoria Względności

Wkracza wtedy, gdy prędkości względne stają się porównywalne z prędkością światła $c \equiv 299\,792\,458\text{ m/s} \approx 300\,000\text{ km/s}$.

Fizyka współczesna bardzo często wymaga stosowania podejścia relatywistycznego. Nie tylko w przypadku dużych prędkości...

Bez uwzględnienia efektów relatywistycznych nie jest także możliwe pełne zrozumienie wielu “codziennych” zjawisk, np. oddziaływań magnetycznych!

Granice stosowalności

Odejsie od zasad fizyki klasycznej takze w przypadku obiektów mikroskopowych. **Ale nie rozmiar jest najistotniejszy!**

Fizyka kwantowa

Wkracza gdy w badanym procesie

$$\left. \begin{array}{l} \text{energia} \times \text{czas} \\ \text{pęd} \times \text{długość} \\ \text{moment pędu} \end{array} \right\} \sim h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

działanie
stała Plancka

Stała Plancka jest niesłychanie mała.

Fizyka kwantowa istotna dopiero na poziomie subatomowym.

$$h \approx 1.55 m_p \cdot r_p \cdot c \quad m_p, r_p - \text{masa i promień protonu}$$

Dla wszelkich obiektów makroskopowych stosujemy fizykę klasyczną

Ogólna Teoria Względności

Jest potrzebna wtedy, gdy badamy zjawiska zachodzące w silnych polach grawitacyjnych (np. czarnych dziur)

Choć jej “ślady” możemy zaobserwować w precyzyjnych pomiarach

- tzw. soczewkowania grawitacyjnego
- precesji orbity Merkurego
- zegarów umieszczonych na satelitach (np. GPS)

Grawitacja pomijalna w mikroświecie...

Ogólna Teoria Względności

Jest potrzebna wtedy, gdy badamy zjawiska zachodzące w silnych polach grawitacyjnych (np. czarnych dziur)

Choć jej “ślady” możemy zaobserwować w precyzyjnych pomiarach

- tzw. soczewkowania grawitacyjnego
- precesji orbity Merkurego
- zegarów umieszczonych na satelitach (np. GPS)

Grawitacja pomijalna w mikroświecie...

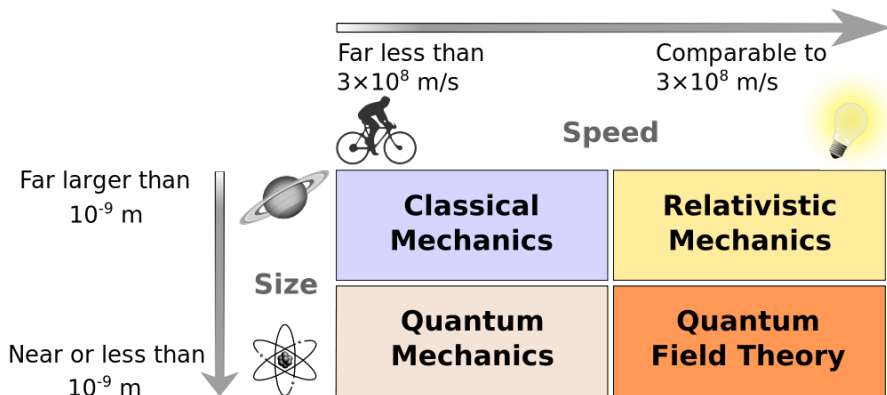
Zasada korespondencji

Każde z wymienionych rozszerzeń (STW, mechanika kwantowa, OTW) daje przewidywania **zgodne z fizyką klasyczną** (mechanika Newtona, prawo powszechnego ciężenia) **w granicach jej stosowalności!**

Nie zmienia się opis zjawisk, które potrafiliśmy wcześniej opisać

⇒ rozszerzamy możliwość opisu na nowe zjawiska...

Relatywistyczne i kwantowe rozszerzenia mechaniki klasycznej

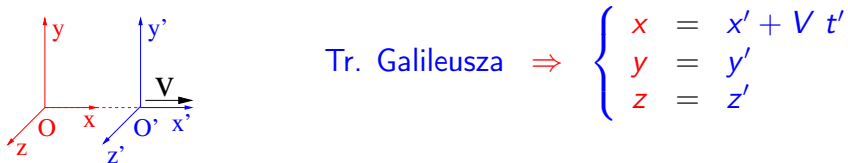


Będziemy omawiać wyłącznie nierelatywistyczną mechanikę kwantową.

Z pełną świadomością, że jest to także opis przybliżony...

- 1 Wprowadzenie
- 2 Odkrycia przełomu XIX i XX wieku
- 3 Granice stosowalności fizyki klasycznej
- 4 Szczególna teoria względności

Transformacja współrzędnych przestrzennych



Transformacja Galileusza prowadzi do wzoru na składanie prędkości:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

\vec{V} - prędkość względna

Uniwersalność czasu

Czas nie zależy od układu odniesienia: $t \equiv t'$

Jest to **podstawowe założenie** w fizyce klasycznej (Newtonowskiej).

Problem:

Równania Maxwella nie są niezmiennicze względem tr. Galileusza.

Z równań Maxwella wynika, że prędkość światła zależy jedynie od stałych opisujących oddziaływania magnetyczne i elektryczne (prawo Ampera i prawo Coulomba) i nie zależy od układu odniesienia!

Doświadczenie potwierdziło słuszność równań Maxwella ! (eter nie istnieje)

Problem:

Równania Maxwella nie są niezmiennicze względem **tr. Galileusza**.

Z równań Maxwella wynika, że prędkość światła zależy jedynie od **stałych** opisujących oddziaływania **magnetyczne** i **elektryczne** (**prawo Ampera** i **prawo Coulomba**) i **nie zależy od układu odniesienia!**

Doświadczenia potwierdziło słuszność równań Maxwella ! (**eter nie istnieje**)

W roku 1905 **Einstein** opublikował pracę **“O elektrodynamice ciał w ruchu”**. Zawarł w niej **dwie postulatory**, które **“wystarczają do podania prostej, wolnej od sprzeczności elektrodynamiki ciał w ruchu, opartej na teorii Maxwella...”**

- prawa fizyki są identyczne w układach będących względem siebie w ruchu jednostajnym prostoliniowym (**zasada względności**)
- prędkość światła w próżni, c , jest jednakowa w każdym kierunku we wszystkich inercjalnych układach odniesienia, niezależnie od wzajemnego ruchu obserwatora i źródła (**uniwersalność prędkości światła**)

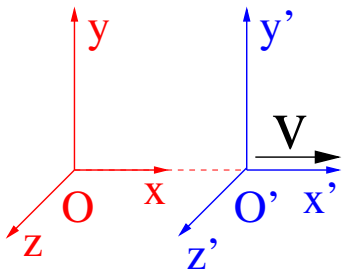
Transformacja Lorentza

Drugi postulat oznacza **odrzućcie transformacji Galileusza** na rzecz **równań Maxwella**.

Okazuje się, że transformacja Galileusza nie jest jedyną transformacją, która zgodna jest z **zasadą względności**.

Jeśli odrzucimy postulat uniwersalności czasu istnieje drugie rozwiązanie
 ⇒ **transformacja Lorentza**.

Transformacja współrzędnych zdarzeń:



$$\left\{ \begin{array}{l} c t = \gamma c t' + \gamma \beta x' \\ x = \gamma \beta c t' + \gamma x' \\ y = y' \\ z = z' \end{array} \right.$$

$$\beta = \frac{V}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Transformacja Lorentza

Zapis macierzowy

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma t' + \gamma \beta x' \\ \gamma \beta t' + \gamma x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \beta & 0 & 0 \\ \gamma \beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

ct traktujemy jako “czwarty” wymiar

(zazwyczaj zapisujemy jako wymiar “zerowy” - x_0)

Transformacja Lorentza “miesza” współrzędne czasowe i przestrzenne !
dla ruchu wzdłuż osi $X \Rightarrow$ “obrót” w płaszczyźnie $ct-x$

Powyższe wzory słuszne są przy założeniu, że początki układów mijają się w chwili $t = t' = 0 \Rightarrow$ wspólne “zdarzenie odniesienia” $(0, 0, 0, 0)$

W ogólnym przypadku Transformacja Lorentza opisuje transformację różnicy współrzędnych zadanych dwóch zdarzeń.

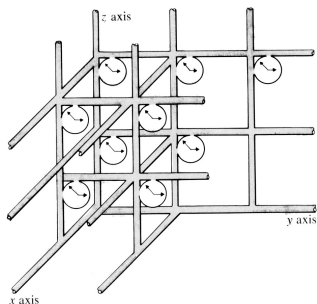
Konsekwencje

Kluczowa dla zrozumienia STW jest względność równoczesności.

Pomiar czasu, w którym zdarzenie zaszło przestaje być uniwersalny!

Zdarzenia równoczesne w jednym układzie odniesienia, nie muszą być równoczesne w innym układzie!

Każdy z obserwatorów rejestrujących zdarzenie mierzy je korzystając z własnej **siatki zsynchronizowanych zegarów**. Synchronizacja zależy od układu odniesienia \Rightarrow dla innych obserwatorów (poruszająca się) siatka zegarów nie jest poprawnie zsynchronizowana



Każdy pomiar zależy od układu odniesienia, w którym jest wykonany!

Dylatacja czasu

Obserwator O obserwuje wskazania zegara znajdującego się w początku układu O'

Dla obserwatora O zegar w O' chodzi wolniej!
Zgodnie z transformacją Lorentza ($\Delta x' \equiv 0$):

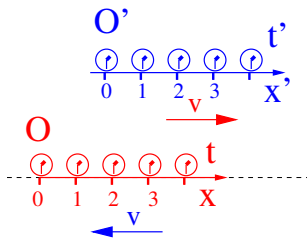
$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t' \quad \gamma \geq 1$$

Problem nie jest symetryczny: zegar spoczywa w O' , obserwator O porównuje jego wskazania z **różnymi** zegarami swojej siatki

Obserwator O' stwierdzi, że pomiar był **źle wykonany**, bo **zegary** w siatce układu O :

- nie są zsynchronizowane,
- **chodzą za wolno**(!)

Wybór zegara, który obserwujemy łamie symetrię między układami.



Skrócenie Lorentza

Pomiar długości: **równoczesny** pomiar położenia obu końców (np. rakiety).

Przyjmijmy O jako układ związany z rakieta o długości L_0 .

W układzie O' obserwator dokonuje równoczesnego (we wcześniej wybranej chwili) pomiaru położenia obu końców rakiety:

$$\Delta t' = 0 \qquad \Delta x' = L$$

Z transformacji Lorentza wynika, że **zmierzona** przez niego w ten sposób **długość rakiety musi być mniejsza** niż długość rzeczywista:

$$L_0 = \Delta x = \beta \gamma \Delta t' + \gamma \Delta x' = \gamma \cdot L$$

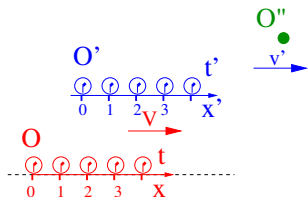
$$\Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

Obserwator O stwierdzi jednak, że pomiar nie był prawidłowy, bo wcześniej zmierzono położenie przodu niż tyłu rakiety...

Składanie prędkości

Rozważmy ciało O'' , które w układzie O' porusza się z prędkością v' w kierunku osi x' .

$$v' = \frac{x'}{t'} \quad x' = v' t'$$



Jaką prędkość ciała O'' zmierzy obserwator O ?

$$v'' = \frac{x}{t} = \frac{\gamma x' + \gamma \beta ct'}{\gamma t' + \frac{\gamma \beta}{c} x'} = \frac{\gamma v' t' + \gamma \beta c t'}{\gamma t' + \frac{\gamma \beta}{c} v' t'}$$

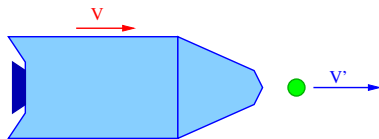
W STW **składanie** prędkości nie polega na ich prostym dodawaniu:

$$v'' = \frac{V + v'}{1 + \frac{Vv'}{c^2}} \quad \beta'' = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'} \neq \beta + \beta'$$

⇒ Prędkość światła pozostaje stała ($\beta'' = \beta' = 1$) niezależnie od układu

Składanie prędkości

Z rakiety poruszającej się z prędkością V względem Ziemi wystrzelono pocisk z prędkością V' względem rakiety.



Jaka jest prędkość V'' pocisku względem Ziemi?

β	β'	β''
0.0001	0.0001	≈ 0.0002
0.001	0.001	0.001999998
0.01	0.01	0.019998
0.1	0.1	≈ 0.1980
0.2	0.2	≈ 0.3846
0.4	0.4	≈ 0.6897
0.8	0.8	≈ 0.9756
0.9	0.9	≈ 0.9945

W granicy małych prędkości słuszne jest klasyczne dodawanie prędkości.