

Zadania na ćwiczenia V

Zadanie 1

Nateżenia światła o długości fali λ przechodzącego przez pojedynczą szczelinę o szerokości d , obserwowanego na ekranie ustawiony w odległości $L \gg d$, zależy od kąta ugięcia promienia światła θ jak

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad \text{gdzie: } u = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

Oszacuj z jaka jest niepewność pędu poprzecznego fotonu o długości fali $\lambda = 600$ nm po przejściu przez szczelinę o szerokości $d = 0.15$ mm. Co możesz powiedzieć o zależności niepewności pędu od niepewności położenia w momencie przechodzenia przez szczelinę?

Zadanie 2

Fala obserwowana w punkcie $x = 0$ jest złożeniem fal harmoniczych, tak że jej widmo częstości jest postaci

$$F(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega \leq \omega_0 - \Delta\omega, \\ A, & |\omega - \omega_0| < \Delta\omega, \\ 0, & \omega \geq \omega_0 + \Delta\omega. \end{cases}$$

Znajdź przebieg czasowy tej fali. Jak czas trwania obserwowanej paczki falowej zależy od szerokości rozkładu częstości $\Delta\omega$?

Zadanie 3

Wyznacz długość fali de Broglie'a (zakładając słuszność klasycznych relacji energii i pędu)

- piłki tenisowej serwowanej na korce tenisowym ($m = 0.01$ kg, $v = 180$ km/h),
- elektronu w lampie kineskopowej telewizora ($U = 10$ kV, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg),
- termicznego neutronu ($E_k = \frac{3}{2}k_B T$) dla $T = 300$ K
(stała Boltzmana $k_B = 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K, $m_n = 1.7 \cdot 10^{-27}$ kg).

Zadanie 4

Wyznacz związek dyspersyjny (zależność $\omega(k)$) i prędkość grupową v_g fal, jeśli zależność prędkości fazowej v_f od długości λ fali ma postać:

- $v_f = a$ (stała prędkość)
- $v_f = a\sqrt{\lambda}$ (np. fale na powierzchni wody wywołane siłą grawitacji),
- $v_f = a/\lambda$ (np. fale poprzeczne w pręcie).

Zadanie 5

Rozważmy elektron, którego długość fali de Broglie'a jest równa jego comptonowskiej długości fali $\lambda = h/(m_e c)$. Wyznacz

- a) prędkość elektronu,
- b) jego prędkość fazową v_f i grupową v_g .

Przyjmij relatywistyczną relację między pędem, energią i masą elektronu.

Zadanie 6

Cząstka o masie m porusza się swobodnie w jednym wymiarze między dwiema doskonale odbijającymi ścianami odległymi o L . Wyznacz dopuszczalne wartości długości λ fali de Broglie'a oraz energii tej cząstki, jeśli w opisie kwantowym dozwolone są tylko takie jej ruchy, które prowadzą do pojawienia się fali stojącej między ścianami, a na ścianach są węzły fali. Przyjmij nierelatywistyczny związek między energią i pędem.