Podstawy fizyki kwantowej i budowy materii 2017/2018

Zadania na ćwiczenia X

Zadanie 1

Korzystając z wyrażenia na energię elektronu w modelu Bohra

$$E_n = -13.6\ eV\ \cdot \frac{1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

wyznacz długości fali pierwszych czterech linii widmowych atomu wodoru w seriach Lymana, Balmera i Paschena. Wskazówka: $hc = 1.240\ \mu m \cdot eV\ =\ 1240\ nm \cdot eV$

Zadanie 2

Pokaż, korzystając z postaci operatora momentu pędu we współrzędnych kartezjańskich, że spełniona jest relacja komutacyjna:

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$$

Zadanie 3

Funkcja falowa stanu podstawowego atomu wodoru ma postać:

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}\ e^{-\frac{r}{a_0}}$$

gdzie parametr a_0 jest promieniem Bohra:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m\ e^2} = 0.529\ \text{Å}$$

Wyznacz dla tego stanu:

a) najbardziej prawdopodobną odległość r od jądra

b) wartość oczekiwaną (średnią) r

c) oczekiwaną wartość energii potencjalnej elektronu

d) oczekiwaną wartość energii kinetycznej elektronu

Wskazówka:

$$\int_0^\infty x^n\ e^{-\gamma x}\ dx\ =\ \frac{n!}{\gamma^{n+1}}$$

Postać operatora energii kinetycznej we współrzędnych sferycznych:

$$\hat{E}_{kin} = -\frac{\hbar^2}{2m}\ \frac{1}{r^2}\ \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right)\ +\ \frac{\hat{L}^2}{2m\ r^2}\ \psi(\vec{r})$$