

STW- Zadania domowe 1

1. Na płaszczyźnie dany jest wektor $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$. Znajdź macierz obrotu i współczynnik kierunkowy tego obrotu, które przeprowadzają ten wektor w wektor $\vec{a}' = (1, \sqrt{3})$. Narysuj oba wektory.
2. Dana jest macierz obrotu:

$$R = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

Oblicz macierze obrotu R^2 i R^3 oraz odpowiadające im współczynniki kierunkowe.

3. Dane są wektory $\vec{a} = (0, 2)$; $\vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$ Oblicz pole równoległoboku rozpiętego przez te wektory (wykorzystaj pojęcia iloczynu wektorowego i skalarnego). Udowodnij, że pole takiego równoległoboku jest niezmiennikiem obrotów.
4. Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkty $r_1=(0,1,0)$, $r_2=(3^{-1/2}, -3^{-1/2}, 3^{1/2})$ tj zależność $r(t)=a+bt$, gdzie a, b pewne wektory.
5. **Trudniejsze, dla chętnych.** Trzy punkty $O=(0,0,0)$, $r_1=(0,1,0)$, $r_2=(3^{-1/2}, 3^{-1/2}, 3^{-1/2})$ zadane w pewnym układzie współrzędnych $XYZ=O$ wyznaczają pewną płaszczyznę P . Znajdź: a) wektor normalny do P , b) najprostszą macierz obrotu układu współrzędnych z XYZ do takiego układu O' , którego płaszczyzna $X'OY'$ leży na P , c) w układzie XYZ styczną do koła o promieniu $R=1$ w punkcie r_1 , d) równanie płaszczyzny P wykorzystując fakt, że wektory z tej płaszczyzny są prostopadłe do wektora normalnego, a więc ich iloczyn skalarny z n znika.
6. **Trójkąt sferyczny-Trudniejsze rachunkowo, dla chętnych.**

Rozważmy trójkąt HSM na powierzchni Ziemi. Wierzchołki znajdują się w punktach o następujących współrzędnych geograficznych: H= Hawaje, 25 deg. N, 170 deg. W, S=Samoa, 15 deg. S, 170 deg. W, M=Wyspy Marshalla 10 deg. N, 170 deg. E. A) Wprowadź układ współrzędnych w środku kuli o promieniu jednostkowym i znajdź wektory wodzące punktów będących odwzorowaniami H, S i M na tą kulę. B) Znajdź wektory normalne do kół wielkich HOS, HOM, SOM Na kuli jednostkowej. Czy wektory te leżą na jednej płaszczyźnie?, C) Oblicz kąty między tymi wektorami normalnymi, D) Oblicz kąt pomiędzy stycznymi do powierzchni Ziemi (kuli) w H leżącymi na

kołach wielkich HOS i HOM, itd. E) Oblicz sumę kątów trójkąta sferycznego utworzonego przez łuki kół wielkich HS, SM i HM.